



中華文庫

初中第一集

數學小史

張鵬飛編

中華書局印行



數學小史目次



第一章 我國的數學	1—49
第一節 數的起源和發展	1
第二節 數號的起源和沿革	7
第三節 算器的起源和沿革	10
第四節 算術的起源和沿革	14
第五節 代數的起源和沿革	36
第二章 外國的數學	50—67
第一節 數的起源和發展	50
第二節 數號的起源和沿革	54
第三節 算號的起源和沿革	55
第四節 算術的起源和沿革	58
第五節 代數的起源和沿革	60
第六節 幾何學的起源和沿革	62
第七節 三角學的起源和沿革	66
第三章 我國的數學家	68—85
第一節 古數學家	68
第二節 今數學家	77

第四章	我國的教科書	86—89
第一節	借用外書的始末	86
第二節	自編教本的經過	87
附錄一	縱橫圖	90—92
附錄二	數學歌	93
附錄三	數學小史研究用書	94

數學小史

第一章 我國的數學

第一節 數的起源和發展

一. 人們第一要識數

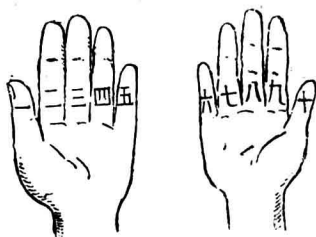
孔子作周易繫辭傳，在下傳第二章裏說：「上古結繩而治，後世聖人，易之以書契，百官以治，萬民以察。」書契是用文字表示事情，結繩是沒有文字時記事用的，一事一結，大事大結，小事小結，事關於己，祇結繩以免遺忘，事關於人，拿結繩以驗真偽。數是動物天賦的基本知識，人們生活的第一要件，世界文明都是從牠出來；所以牠的起源遠在文字之前，一切均可沒有，獨不可沒有牠，沒有牠，就沒有人類了。周易是我國的最古一部經書，全書處處離不開數，伏羲畫前面的卦，如☰（乾）、☷（坤）等，有圖無字，文王、周公添文字在卦下，叫繫辭，孔子作這個傳，再把文王、周公說的又加詳細的註釋，上面所說的話，是比其它一切沒有確實根據的書爲可靠的。

人們懂得事理叫有數，不懂的叫沒有數。作事認真叫一一如一，有規律叫板板六十四，分配均勻叫三一三十一，隨便亂做叫不管三七二十一。它如七言八語、七上八下、七拼八湊、七扯

八拉、橫七豎八、七搭八搭，平常拿數目談論事情的，不知道有多少。從此也可知道數的發明最早，和人類差不多是同時產生的。

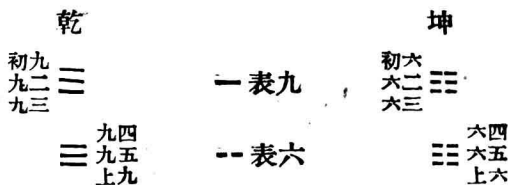
二． 人們識數的次序

小孩長到兩歲，即知選擇大的瓜果，貪吃多的糕餅，漸漸識得數目。起初祇知一個一個；進一步，曉得從一個到三個，再進，曉得從一個到五個，是一個手的總共指數。從此再進，可推到十，是兩個手的總共指數。由此再進，比較困難，過了這關，可以推到一切更大的數。



小人祇能吃半個梨，半即二分之一；少些可得三分之一，多些可得三分之二。小人祇能吃半個瓜的一半，半個的一半即四分之一；少些可得五分之一，多些可得五分之二。從這些簡單分數推去，可以認識別的分數和小數。

人們識數的次序也和小人一樣。看周易的乾坤兩卦，初九、九二、九三、九四、九五、上九、初六、六二、六三、六四、六五、上六，可以知道先識得一到九，然後推到別的整數。



看左傳隱公元年，祭仲對鄭莊公說：「先王之制，大都不過參國之一，中五之一，小九之一。」，參之一、五之一、九之一即三分之一、五分之一、九分之一，可以知道先識得二到九分之一，然後推到別的分數和小數。

三. 整數的進位

黃帝臣子隸首，從前曾創三數十等的方法；十等指億、兆、京、垓、秭、壤、溝、澗、正、載，三數指上、中、下三種進法。下數十進，如：

載	十正爲載
正	十澗爲正
澗	十溝爲澗
溝	十壤爲溝
壤	十秭爲壤
秭	十垓爲秭
垓	十京爲垓
京	十兆爲京
兆	十億爲兆
億	十萬爲億

中數萬萬進，如：

載		萬萬正爲載
正		萬萬間爲正
⋮		
兆	萬萬億爲兆	
億	萬萬爲億	

上數自乘而進，如：

載		正正爲載
正		間間爲正
⋮		
兆	億億爲兆	
億	萬萬爲億	

所以我國舊稱四萬萬人，也說四百兆人，就是一用中數，一用下數。

我國整數，現在萬以下用十進，萬以上用萬進，雖有人主張一律十進，但不易改變數千年的習慣，仍是說說罷了。

四. 分數的表示

前面說的參之一、五之一、九之一，是分數的一種表示法。

漢書律歷志，講音律歷數的，其中講到以三百六十五日一千五百三十九分日之三百八十五作一年，二十九日八十一分日之四十三作一月，也是分數的另一種表示法。兩種都和我們現在所用的略有差別，即第一種太簡，第二種太贅。

古……參之一————→三分之一……今

古……三百六十五日一千五百三十九分日之三百八十五

三百六十五又一千五百三十九分之三百八十五日……今

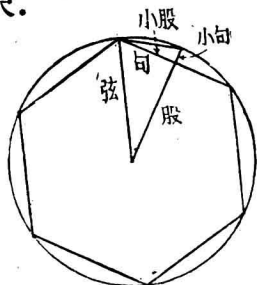
虞書堯典，是虞舜史臣所作，記唐堯事情的，中間有一句，是：「朞、三百有六旬有六日。」，朞卽一年，旬卽十，有卽又，上面又字，和這有字是一樣的；可是現在表示任何整數，並沒有用又字的地方。

五. 小數的開端

禮記經解，卽解釋詩、書、樂、易、禮、春秋、六經，中間引易三句，是：「君子慎始，差若毫釐，繆以千里。」，毫是一的千分之一，釐是一的百分之一，意思就是起初不能謹慎，差錯雖然很小，結果可以非常的大。經書除此而外，好像沒有講小數的地方。這書不甚可靠，上面三句，從不可靠的緯書引來，也祇含有小數裏兩個位名，並沒有實在講到一個小數，可見周還未用小數，古人頗喜歡用分數，不知道用十分之幾、百分之幾等等的分數。

魏劉徽注九章算術，創割圓術算圓周率。他說：「置圓徑二尺，半之爲一尺，卽圓裏六觚之面也。令半徑一尺爲弦，半面五寸爲句，爲之求股。以句冪二十五寸減弦冪，餘七十五寸，開方除之，下至秒忽……。得股八寸六分六釐二秒五忽五分忽之二，以減半徑，餘一寸三分三釐九毫七秒四忽五分忽之三，謂之小句，觚之半面，又謂之小股，爲之求弦。其冪二千六百七十九億四千九百一十九萬三千四百四十五忽，餘分棄之，開方除之，卽

十二觚之一面也。」六觚即正六角形，面即邊，他的意思，是從圓內接正六角形一邊的長求圓內接正十二角形一邊的長，並且設圓徑的長為二尺。



從此推到圓內接正二十四角形、圓內接正四十八角形、圓內接正九十六角形邊長，求得圓周的長為六尺二寸八分，拿圓徑長二尺去除，即得圓周率為三又一分四釐。不論得的數對不對，計算有沒有錯誤，他是知道用小數了。西漢劉歆的圓周率，號稱歆率，也很有名，是從小數推出。從這兩人看來，可知漢魏才把小數和分數並用，比較前代，進步一點。

六. 複名數的進位

我族以農立國，最初度量衡的單位，都是依照黍的大小輕重而定，幾乎完全十進，現在改用市用制和標準制，不過為和各國往來便利起見，並沒有多大的差異。

七. 總結

凡事以整齊為歸宿，不整齊的，力求整齊，可整齊的，必使整齊，自不難於推行。我以禮讓為國，三代直道而行，除音律曆數

關於民生農事之外，平常錢物往來，祇計整數，差不多就是了，用不着分數，用不着小數，但是數目都以十進，非常整齊，從古到今，都是如此，所以我國數學，在很早的時代，就能有多人去研究，中間並沒有大停頓！

第二節 數號的起源和沿革

一. 數號是從那裏來的

漢書律歷志說：「算法用竹，徑一分，長六寸，二百七十一枚而成六觚爲一握。」，一枚作一算，也叫籌。

| 表一，…………一籌豎置。

|| 表二，…………二籌都豎。

||| 表三，…………三籌都豎。

|||| 表四，…………四籌都豎。

||||| 表五，…………五籌都豎。

┐ 表六，…………二籌一橫一豎，橫的表五，豎的表一。

┐┐ 表七，…………三籌一橫兩豎。

┐┐┐ 表八，…………四籌一橫三豎。

┐┐┐┐ 表九，…………五籌一橫四豎。

也能改做：

一表一，…………一籌橫置。

二表二，…………二籌都橫。

……………

上表六，…………二籌一豎一橫，豎的表五，橫的表一。

……………

前一種叫縱碼，後一種叫橫碼。若縱碼表一百、萬等位的數，橫碼即表十、千、十萬等位的數，如：

上丁 三 〓 ……………七千六百八十二，

上 卅 卅 ……………六千七百零八。

所以我國數碼，一是：

丨	〓	〓	×	𠄎	上	𠄎	三	𠄎
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
一	二	三	四	五	六	七	八	九

一是：

一 = 三 三 𠄎 丁 卅 卅 卅

其中丨、〓、〓、上、𠄎、三和一、=、三，很像排列的籌碼，是常常用到的。三、丁、卅、卅、卅，平時不用。四、五、九的縱橫碼，都嫌累贅，不得不用×表四，𠄎表五，𠄎表九。𠄎、𠄎是從𠄎、𠄎變來，上面的丨是表五的。

秦時貨貝錢裏，有一錢，第三字是上，新莽泉布也有丁，可見上面縱橫數碼，在秦漢的時候，已經有了。

瞿曇悉達在唐開元六年譯印度曆法，純用記號，簡捷便利，十進入前位，零號作一點。宋秦九韶再改零號的點爲○，並添用其它簡號×、𠄎、𠄎、𠄎、𠄎，數號漸漸完善，我國數學這時大有進步。現在採用阿拉伯數字，完全是歐化了。

二. 怎樣用數號表數的

我國寫數，本用直行，用零、一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、百、千、萬等數字，計算時圖便利，省去十、百、千、萬等等，或更用○代零：

一
五……………一千五百三十九，
三
九

一
〇……………一萬八百。
八
〇
〇

若用籌算，就是橫排，用數碼也是橫寫，和現在用阿拉伯數碼寫法是一樣的。

籌…… 一丁三 || $\rightarrow$ 一五三 || ……碼

籌…… 一丁三 || $\rightarrow$ 一五三 || ……碼

沒有籌處就是○。但是平時寫帳，是：

一 〇 三 文……………一千五百三十九，

千
一 〇 三 百……………一萬八百，

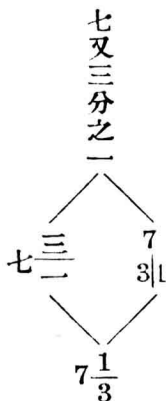
萬
〇 〇 三 ……………一百零八，

多 〇 三 十……………五百八十，

還有表十、百、千、萬等等的記號要寫出來。各人寫法，雖有不同，大概相差不遠。

從前的數學書多數用直行表數目，其後雖採用阿拉伯數字，仍舊是有用直行的，如筆算數學，就是一個例子。分數的表示，

大抵經過下面的途徑，才和歐、美一樣。



三. 多數數號算號是從那裏來的

加、減、乘、除、乘方、開方的算號或和、差、積、商、幕、根的數號，以及等於、大於、小於、因變的關係號，都從歐、美輸入，沒有什麼創造；清季雖有李善蘭、華衡芳等用上、丁表加、減，不久仍是歸於淘汰，變做歐、美的 +、-。

四. 總結

凡事須逐步求簡，每進一步，都要竭力求簡，必使簡無可簡而後止，自然容易前進。不會多創簡號，所以我國數學，依發明先後說，是全世界的老前輩，照進步遲速講，反是一個小弟弟了！

第三節 算器的起源和沿革

一. 最初的計算器

孟子說，不依規矩，不能成方圓，方圓須用規矩去做，計算也不是祇憑空想的。

最初的計算器，自然是我們的十個手指。手指可以用牠來數，用牠來算，這是十歲以內小孩所常用的。但是超過十個的數目，無法計算，便進一步，利用石子，每十個做一堆，一堆一堆去算。這樣十個一堆的石子，引起人們單位的觀念，再用大的一個石子代替較小的十個，於是不止於一而十，可以十而百、百而千了。

二. 籌

筮儀講用周易占事的方法，其中說用蓍五十莖，蓍是草，拿牠記數。籌，大概是牠變化來的，是我們祖宗創造的第一種計算器，不是隨隨便便利用現成東西來代用的。但是籌沒有字，祇隨我們的心算，步步變化，表示心算的結果；如五乘十五，知道得七十五，才能用籌表示出來，不然，籌是沒有用的。所以籌算，就是用籌代筆，不過筆寫的數不能改，籌排成的可以自由變動，有這樣的一個方便。孫子算經對於籌算的方法說得最詳細，戴震說他是漢人，疇人傳說他是周末人，大概是周秦之間或到漢朝才發明的。

三. 策

策用木或竹做，兩面寫字，和周易繫辭傳所說乾之策二百一十有六，坤之策百四十有四，指蓍草說，完全不同。蓍進一步為籌，籌進一步為策，策面所寫，如下各式。

九	八	七	六	五	四	三	二	一	第一策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

一	一	一	一	一	一	八	六	四	二	第二策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

二	二	二	一	一	一	九	六	三	第三策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

三	三	二	二	二	一	一	八	四	第四策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

四	四	三	三	二	二	一	一	五	第五策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

五	四	四	三	三	二	一	一	六	第六策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

六	五	四	四	三	二	二	一	七	第七策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

七	六	五	四	四	三	二	一	八	第八策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

八	七	六	五	四	三	二	一	九	第九策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

									空 策
--	--	--	--	--	--	--	--	--	----------

一	八	六	四	三	二	一	九	四	平方策
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----------

如合用第一、第五兩策，可以在第五行得到五乘十五的積七十

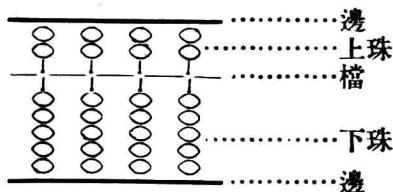
七

九	八	七	六	五	四	三	二	一
四	四	三	三	二	二	一	一	五
五		五		五		五		五

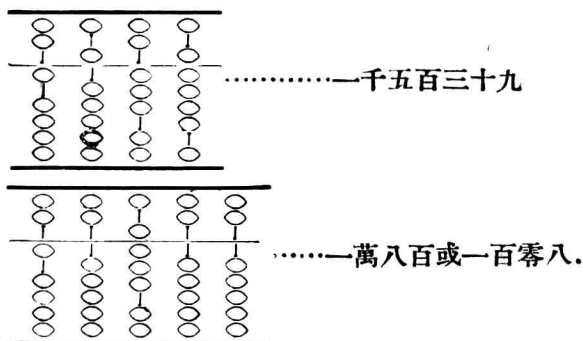
五，也可以在第五行取七十五，在第七行取一百零五，把後數進一位，和前數相加，得到七十五乘十五的積一千一百二十五，把前數進一位，和後數相加，得到五十七乘十五的積八百五十五。這能使人不費思索，寫出應得的結果。清戴震著策算，取經史材料為題，說得清清楚楚；但這未必是我國產，有人說就是公元第十六世紀蘇格蘭人奈比爾（Napier）的籌算，清梅文鼎叫牠做橫籌的。

四. 算盤

算盤是算籌的變形，比算籌靈便，既便於使用，又便於攜帶，大概明初才通行的。我國的算盤，是：



周圍有邊，中間有檔，普通有算珠十三行，每行七顆。檔上珠，叫上珠，每個表五，各行有二上珠。檔下珠，叫下珠，每個表一，各行有五下珠。不用時，撥上下兩方的算珠，使盡靠邊，沒有一珠靠檔。用時，撥珠靠檔，表示一切的數。



要表小數，可以在檔上適當的地方，用墨筆做一點，表示前面是整數部，後面是小數部。表示複名數，也能在檔上適當的地方，寫出各單位名稱，看着可以不致弄錯。

日本也有算盤，和我們的彷彿。每行上珠少一個，祇有一個，下珠也少一個，祇有四個。但是上珠仍是一個表五，下珠仍是一個表一。牠表數的方法，和我們的沒有什麼分別。

我們沒有比算盤再進步的計算器，現在各大公司、各工程師，都去採用外國的計算機和計算尺，以求計算的速而不錯。這些計算器具，不但不是我們發明，並且仿造還不能比上牠，真是可愧！

五． 總結

魯論裏孔子說：「工欲善其事，必先利其器。」，我們等待外國人拿利器給我們用，便利是便利的，已落別人後了！

第四節 算術的起源和沿革