

数学家 谈 数学本质

王庆人 译
程民德 审校

北京大学出版社

要 目 录 内

数学家谈数学本质

98年1月22号

程 民 德 审校

北 京 大 学 出 版 社

数学家谈数学本质

王庆人 译

北京大学出版社出版

(北京大学校内)

北京昌平精工印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

787 × 960 毫米 32开 12.125印张 180千字

1989年4月第一版 1989年4月第一次印刷

印数：0001—8,000册

ISBN 7-301-00525-3/O · 106

定价：3.95元

内 容 摘 要

本书选编了世界上各个时代的数学家、科学家思想言论录九百余条。这些言论录在数学本质这一主题下，涉及到数学的抽象与应用，数学中的直觉和想象，数学模型、公理化、推广、证明，数学中的动机，数学和美学、艺术、科学、技术，纯数学和应用数学，数学家和数学才能，数学的各种特征和数学的统一等问题。这本书适合具有各种数学水平的教师、学生、学生家长、科技工作者阅读，它可以是一本便于查阅的数学家语录，也可以是一本使读者在这一思想领域内得到系统修养的好书。书中还提供了许多值得讨论或争论的观点。

Thoughts on Nature of Mathematics

J. N. Kapur

ATMA RAM & SON, DELHI-6

1973

北京大學出版社

前 言

作者曾经编写过“The Spirit of Mathematics”一书，收集了各个时期最伟大的数学家和科学家们关于数学及其应用的本质方面的五百条言论录。这一本书可以看作上一本书的继续。本书所收九百多条言论录是为说明数学本质这一主题而认真挑选的。

每一位数学教员都应该对数学本质感兴趣，因为他只有恰当地理解这一问题才能教好数学这门课。

每一位数学专业的学生都应当对数学本质感兴趣，因为他对这一本质的理解将极大地提高他学习数学和欣赏数学的能力。

每一位受过教育的人都应该对数学本质感兴趣，因为他一定学习过数学，而且无论他是否喜欢数学，他对数学本质的了解都将帮助他理解他

自己以前对这门课的反应。

每一位家长都应该对数学本质感兴趣，因为他的孩子们必须学习数学，而孩子们对这门课的反应将影响他对全部学习过程的反应。

每一位科学工作者都应该对数学本质感兴趣，因为他的研究课题相当大地受到数学的影响，而他又必须明白为何数学在科学和技术领域竟有如此“异乎寻常”的影响。

因此，几乎世界上的每一个人都应该对数学本质问题感兴趣。

有两种讨论数学本质的方法。可以由一位作者著述他关于数学本质的观点，但这对于无论哪一位个人来说都显然是过于繁重的任务。并且，这种讨论不可避免地受到作者所感兴趣的某些数学的领域的局限。

另一种方法是由某人通读文献，选编各个时期的大数学家们关于数学本质的言论录。这样收集到的材料显然不能完备，但能够较好地代表这一主题上的各种见解。

本书采取了第二种编写方法。我真心地希望本书所选编的材料能够代表关于数学本质的各种各样的见解。

这些言论录兼具指导意义和鼓舞力量。读者

仅对每条言论录一阅而过是不够的，必须加以深思，在必要时还应该精心发挥。

对任何一条具体的言论录，读者完全可以自己决定同意或反对。事实上只有评价性地阅读每一条言论录并以读者本人的经验来充分地加以阐明，才能收到有益的效果。

这些言论录可以给课内、外的讨论和数学俱乐部的聚会提供有价值的题材，也能给学生们提供辩论的要点。

言论录的编排顺序是相当任意的，但这个排列（或者说没有排列）还是经过认真考虑的。如果按题目排列是会导致困难的，因为我们发现，有许多时候一条言论录是涉及到两个或多个题目的。

本书的题目索引列出了同一题目的言论录编号，其中重复的内容由于我们现在采取的编排顺序而避免了。而且我们把各种言论录混编还可以避免按题目编排可能产生的单调乏味。

作者真诚地期望，这些言论录能够导致年青一代在数学上的更大的创造性，也能够导致每个人对数学及其应用本质的更清晰的理解。这样也就达到了我们选引其言论的那些科学家和数学家的目的。

我将感谢关于改进或增删本书的各种建议。

J.N.Kapur

于秘鲁大学

译者序

不言而喻，数学本质是一个十分重要的讨论题目。正如原书序言所说，数学本质是每一位数学教员，每一位学习数学的学生，每一位受过教育的人，每一位科学（包括社会科学）技术工作者，甚至每一位学生家长都关心的问题，是世界上几乎每一个人都应该感兴趣的问题。

数学是人类创造的。它在涉及到和它外部诸事物关系时，就表现出它实践性和应用性的一面；但在处理内在矛盾时，数学就表现出“纯粹性”，显得脱离常人生活。历来有两种观点。一种观点强调数学的美丽无瑕，称之为科学的皇后，并认为数学应该为其自身的完美不断发展。另一种观点则强调数学是人类文化的组成部分，它源于数学之外的人类社会活动，而且只能从那里得到进一步发展的动力。这两种观点除了表面上的对立之外，其实有着内在的统一性。作者选择了各个

时代的数学家、科学家思想言论录共九百余条，这些言论录极好地反映了上述两种观点以及处于这二者之间的各种看法。

在数学本质这一个大题目下，各言论录还涉及了数学的抽象与应用，数学中的直觉和想象，数学模型、公理化、推广和证明，数学中的动机，数学和美学、艺术、科学、技术，纯数学和应用数学，数学家和数学才能，数学的各种特征和数学的统一等等。有趣的是，许多言论录的理解并不需要太高深的数学基础。各条言论录是相对独立的，读者甚至可能在零散时间内选读几条就受益匪浅。言论录没有按主题顺序编排，但是读者可以从书后的主题索引或著者索引中查到他所关心的名人铭言。

总之，这本书适合具有各种数学水平的读者。它可以是一本便于查阅的数学家语录，也可以是读者借以系统地提高自己在这一思想领域修养的好书。它还提供了许多值得大家共同讨论的题材。译者深信这一翻译工作是值得的，但又明白自己难于全面理解诸家思想。为了避免对原著的曲解，译文中的许多地方采用直译，保持原文的结构。这些地方读起来可能很不顺嘴，但给读者留下了正确理解原意的机会。

原书的排版错误较多，索引中也有许多漏排部分。译者尽自己努力做了订正，但对原书编号中的跳号未予改正。

王庆人

1987年3月10日

目 录

前言	I
译者序	V
数学本质言论录 1—902	1
著者索引	343
主题索引	359

数学本质言论录

1. 我不是在评论数学，而是在广泛得多的方面评论有关数学在真实世界中的应用。我试图证明这样的论题：数学的研究对象，以及其规范等等，常常并不适应于计算，不适应于数学的各种应用。

R. W. Hamming

2. 我已经指出过，数学的许多“艺术形式”是由精致的、“无噪声的”结果所组成的，但应用数学的许多领域是被噪声主导着的。在计算中也是这样，计算过程是基本的，而严格的数学证明在计算情况下常常是无意义的。最后，在数值分析方面以及工程方面，选取正确的模型比采用具有漂亮的数学形式的模型更重要。

R. W. Hamming

3. 如果我们在理解我们的环境，在认识我们自

身以及在找到其间的秩序和科学基础的巨大努力中，抱有随时与其他科学家合作的态度，那么数学是应用的。它在创造与使用概念方面必须是有独创性的和有想象力的。与纯数学不同，应用的数学在其概念能动性方面对外部经验有深厚的兴趣，并用那些从经验与观察中提出来的，或者与经验观察密切相关的结构来丰富数学。

B. R. Seth

4. 在未来的十年中，我们将在基础科学和工程研究方面，在管理机能和军事指挥方面，在经济计划，甚至在人类思维方面看到强大的数学化进程。这些年头还将决定究竟应用数学仍然作为庞大数学总体的有效成份而存在呢，还是将发展成为独立的科学事业。

• B. R. Seth

5. 尽管数学的系谱是悠久而又朦胧的，但是数学思想是起源于经验的。这些思想一旦产生，这门学科就以其特有的方式生存下去。和任何其它学科，尤其是经验学科相比，数学可以比作一种有创造性的，又几乎完全受审美动机控制的学科。

J. Von Neumann

6. 当数学学科走向远离其经验源泉或更远些时，当这门学科进入第二代、第三代，仅能依靠来自“现实”的思想的间接的启迪时，它就会被很严重的困难所包围。它变得越来越纯审美的，越来越纯粹地“为艺术而艺术”的。当然，这也不一定是坏事，因为这个领域可能仍然与那些更接近经验的有关学科交融着，或者这个学科处在具有极高鉴赏能力的人们的影响之下。但是存在着很大的危险，这个领域会沿着最省力的方向再向前发展，这条发源自源头的川流会分道为数目众多的、无意义的支流，这个学科将会成为既琐碎又复杂的一团杂乱无章之物。换句话说，在远离其经验之源之后，在过于“抽象的”内部繁殖之后，一个数学学科处于退化的危险之中。不论怎样，只要到了这个地步，我认为唯一的解决办法就是使之返老还童：回到其源，回到或多或少的直接经验的概念。我确信这样做是使这门学科保持新鲜和生命力的必要条件；这一点在未来仍将同样是正确的。

J. Von Neumann

7. 即使数学家在选择问题、舍弃问题或者转向

其他问题时，实质上是受约束的；然而理论物理中的一个重要问题通常是“必须”解决的争论和矛盾。一位数学家有许多他可以从事研究的领域，在这些领域里他享受着相当大的自由度。我认为，正确地说，他选择领域和课题的原则以及成功的准则主要地是审美学的。

J. Von Neumann

8. 人们不但期望一个数学定理或数学理论以简单而优美的方式描述和区分一些已知的特殊情况，人们还期望在“体系”结构的建造上的“优美”，在提出问题上的自然，在掌握这个问题以及试图解决它时所遇到的重大困难，然后又是某些令人吃惊的意外转折，使得这个方法或方法的一部分变得容易了，等等。还有，如果推导过程冗长而复杂，其中应该有某些简单而一般的原则能够解释问题的复杂性，并把那些明显的任意性归结为少数几条指导性的动机。这些显然是那些称之为艺术的准则。在问题背景中，往往是相隔遥远的背景中存在的基础经验世界的动机，由于审美式的发展而被变得畸形，并被演变为众多的迷宫式的变形，所有这些都比经验科学更加多地倾向于艺术的、纯粹的和简单化

的基调。

J. Von Neumann

9. 二十世纪数学的一个令人惊异的特征是它对抽象方法的力量承认。这已经引出了大量的新结果、新课题；事实上这已经引导我们开辟了以前从未被提出的一些全新的数学领域。随着这些发展而来的不仅是崭新的数学，而且是其生气勃勃的前景，以及对那些困难的古典结果所给出的简洁而又新颖的证明。把一个问题分离为一些基本的本质部分，这就为我们揭示了它在整个事物结构中的环境；它向我们显示了以往被认为是无关的若干领域之间的联系。

I. N. Hernstein

10. 尽管旁观数学比从事数学要容易得多，但那是一项最无收益的吸引观众的运动。

C. G. Gullin

11. 不幸的是，为坚持抽象方法所必须的技术手段常常掩盖了所要掌握的问题的本质。其结果是加大了纯数学与应用数学之间的人为隔阂以及纯数学与应用数学之间的表面上的疏远。那些被集