



根據中央人民政府教育部印發

數學精簡綱要草案編輯

精簡高中平面幾何試用講義

編者 林述硯

校訂者 蔣觀河

聯合出版者

建業書局 鼓樓出版社

版權所有



翻印必究

公元一九五〇年九月初版發行

義講試用何幾平面高中簡精

(全一冊)

定價人民幣 4500 (初版因製版費用大)
(成本高再版酌減)

編者	林述硯
校訂者	蔣觀河
聯合出版者	建業書局 鼓樓出版社

聯合發行者 建業書局
北京鼓樓東大街二號電話(4) 3085

鼓樓出版社
北京北新橋細管胡同甲16號

代售處 各書店

高中平面幾何精簡綱要(草案)

應授教材綱目

第一章 引論

1. 幾何學的目的。
2. 幾何學的派別。

第二章 初中平面幾何擇要

本章着重定理的聯系，且可備證題的引用，因繁多不寫了，此章可不講授。

第三章 推證通法

1. 定理的組織。
2. 定理的模式。
3. 證題法。
4. 直接證法 $\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{綜合法。} \\ (2) \text{分析法。} \end{array} \right.$
5. 間接證法 $\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{歸謬法。} \\ (2) \text{窮舉法。} \end{array} \right.$

第四章 證題雜術

1. 證等線段或等角。
2. 證線段的和差。
3. 證平行。
4. 證垂直。
5. 證共線點和共點綫。
6. 證共圓點和共點圓。
7. 證線和圓相切。
8. 證不等。

第五章 相似形

第六章 軌跡

1. 軌跡的意義。
2. 軌跡語意的分析。
3. 證軌跡定理的步驟。
4. 描跡（附描跡時應注意的事項）。
5. 軌跡問題。

第七章 作圖題

1. 作圖的根據。
2. 演作圖題的步驟。
3. 推究和推究的發生。
4. 普通分析法。
5. 三角形奠基法。
6. 造因法。
7. 代數分析法。
8. 軌跡交截法。
9. 利用對稱作圖法。
11. 平移法。
10. 旋轉法。
12. 放大法。

第八章 極大和極小

1. 極大和極小的定義。
2. 極大極小定理。
3. 極大極小問題。
4. 決定極大極小的方法。

第九章 量法與極限。（附證三個定理）。

1. 量法。

2. 極限。

注意：例題和習題要簡單，使學者能熟練幾何的方法即可

。關於繁難的或專供欣賞不切實用的均應刪去。

又，在學生程度較好的班，四五兩章可酌量跳過去。

舉例說明

高中平面幾何現有課本教材內容與初中教材重複很多，

故應精簡者很多。今就世界書局出版的高中新平面幾何（裘友石著）精簡教材如下：

第一章 緒論包括（1）幾何學的基本原理，（2）幾何學證題法。本章不但不能減少，應更加充實，因初中雖然學過平面幾何，但是只是材料一方面，對於理論體系的整理及證題方法不可能在初中學好。尤其關於圖形的連續變化，證題的活用，所差過多。應該在高中整理一次，使在初中所學的更加熟練。

第二章 直線形

本章材料在初中皆已學過，只是習題較初中為難，應全部刪去。

第三章 圓

本章材料在初中皆已學過；只有量法與極限觀念很重要，應保留。

第四章 比例及相似形

本章材料多半在初中學過大部應刪去，圓的比例線分，（包括黃金割斷）三角形內線分的關係，應用頗多，應保留，關於近世幾何部分留在大學數學系去講，現刪去。

第五章 面積及圓的度量

本章材料亦多半學過，只應保留作圓內接正十邊形及極大與極小。

第六章 軌跡

本章材料應全部保留，因在初中時軌跡不可能學好，須要在幾何理論及材料學習相當熟練後樹立動的觀念，所

以要在高中花費些時間學習，但爲照顧到學生的負擔，習題可減去 $\frac{1}{4}$ 。

第七章 作圖題

本章材料除了一些繁難不適宜者外，餘均保留，因在初中時作圖問題亦不能學好，而在工科的設計應用很多，本書講的八種方法，除刪去利用反轉法作圖和利用圓之方幕作圖外，其餘六種方法，均應學習，習題可減去 $\frac{1}{4}$ ，（指用學過的方法可解者，需用沒學過的方法者當然全刪）如此精簡，則本書以每週授課三小時計高一學期可授完。

編輯大意

1. 本書係遵照教育部所印發的數學精簡綱要編纂而成，專供高中一年級選作試用教本之用，並預計此項教材，第一學期每週授課二小時，第二學期一小時，可授完。

2. 本書雖本二十餘年教學經驗，又經長時間考慮而成，但教材的詳略，習題的選擇，總感覺考慮得不够周密，再加付印倉卒，自己又學欠貫通，詞難達意，錯誤一定很多，自己先不敢自信，因此定名為試用講義。希望試用以後，多提意見，積累羣衆經驗，根據實際要求，再加以修正。

3. 本書共分九章，七十節，習題十組，總複習題三組。在量的方面，雖盡量精簡，但在質的方面，仍參照實際需要，逐步提高，且習題多寡，配合均勻，平均授課一小時配合練習題四道。

4. 本書前三章，着重有計劃有系統的複習，關於初中定理的搜集與整理，先提出問題，又作示範式的開端，要學者自己完成工作，其次關於證題的方法，作更進一步的鑽研，要在初中原有基礎上提高一步。

 5. 從第四章起，就把重點放在介紹經驗上面，多舉實例，提供許多證題方法，關於比例相似形，則偏重於應用方面，說明計算公式來源，要進行幾何計算。

6. 軌跡與作圖，先分析內容，再按條分類舉例，極力爭取例子與習題聯系合適，沒有偏差。

 7. 關於極大與極小，則比世界書局課本略加補充，

從幾何量有大有小講起，逐步推到證題與作圖，加強讀者對於極大極小的認識與應用。

8. 最後，量法與極限，則就算學叢刊社教本略加刪減，對世界本則補充教材較多，先講理論，再把理論和實際結合起來，舉出實例，要學者對於極限原理有初步認識。

編者識於首都 1950.9

精簡高中平面幾何試用講義

目 次

節	第一章 引 論	頁
1.	幾何學的目的.....	1
2.	幾何學的派別.....	1
3.	高中平面幾何和初中幾何在範圍上的區別.....	2
4.	思證的途徑和方法.....	3

第二章 初中幾何定理的搜集與整理

5.	兩角相等的定理.....	4
6.	兩線分相等的定理.....	5
7.	兩量不等的定理.....	6
8.	兩圖形全等的定理.....	6
9.	二直線平行的定理.....	7
10.	二直線垂直的定理.....	7
11.	四線分成比例的定理.....	8
12.	與面積有關的比例線分定理.....	8
13.	幾何計算公式.....	9
14.	四點共圓定理.....	13
15.	基本作圖題.....	13

第三章 幾何證題法

16. 定理的組織	15
17. 定理的模式	16
18. 普通證題法	18
19. 證題法舉例	19

第四章 證題雜術

20. 等線段或等角的證法	29
21. 線段和差的證法	32
22. 平行線證法	33
23. 二直線垂直證法	34
24. 倍線段的證法	34
25. 共線點與共點線	36
26. 共圓點與共點圓	45
27. 證不等	54
28. 證相交	57
29. 四線分成比例的證法	62

第五章 相似形

30. 相似三角形	67
31. 相似多邊形	69
32. 圓的比例線分	70

33. 三角形內線分的關係.....	74
--------------------	----

第六章 軌 跡

34. 軌跡的意義.....	86
35. 軌跡題的分類.....	87
36. 證軌跡定理的步驟.....	88
37. 軌跡範圍之太大或太小.....	93
38. 描跡.....	95
39. 軌跡問題.....	97

第七章 作 圖 題

40. 作圖的根據.....	108
41. 作圖題的步驟.....	109
42. 推究和推究的發生.....	111
43. 普通分析法.....	111
44. 三角形奠基法.....	113
45. 造因法.....	115
46. 代數分析法.....	116
47. 軌跡交截法.....	118
48. 對稱法.....	121
49. 平移法.....	125
50. 旋轉法.....	126
51. 放大或縮小.....	128

第八章 極大與極小

52. 極大與極小的意義.....	132
53. 極大極小定理.....	135
54. 極大極小的證題與作圖題.....	142
55. 決定極大極小的方法.....	144

第九章 量法與極限

56. 常量與變量.....	146
57. 減變量與增變量.....	146
58. 有理數與無理數.....	147
59. 升序貫與降序貫.....	147
60. 極限.....	149
61. 極限原理.....	149
62. 關於極限的重要定理.....	150
63. 度量原理.....	152
64. 量法.....	152
65. 可通約量與不可通約量.....	154
66. 線段比例的基礎定理.....	155
67. 圓弧 圓心角 圓周角.....	157
68. 圓周之長.....	160
69. 圓面積.....	161
70. 圓周率.....	162

精簡高中平面幾何試用講義

第一章 引 論

1. 幾何學的目的 凡物體都佔空間一部份，故必有形狀，有大小，有位置，我們從實際觀察，很容易看見形狀，大小位置中間有一種聯繫，究竟這種聯系有沒有一定的規律，我們先拋去抽象概念，用唯物觀點來探討這種屬於空間的性質。他們相互間的關係與變化，是不是有一種規律？幾何學的目的，就是要在研究這種規律上，得到一個很正確的結論。

2. 幾何學的派別 幾何學的發源地，各道其道，其說不一，有的說在埃及，又有人說巴比倫，但在實際上毫無根據，不足為憑，都不能成為定論。相傳在周定王時，他勒 (Thales of Miletus, 640—546 B.C.)，在希臘著作一本幾何學，到周景王時，閉達臥拉 (Pythagoras 580—500 B.C.) 又加以修正，周元王時，依卜加 (Hippocrates of Chios 約當 430 B.C.) 又補充許多幾何題，這樣完成一本幾何書，又過百餘年，到了周顯王赧王時代，歐幾里德 (Euclid 約當 300 B.C.) 在亞力山大 (埃及域名) 著作一本幾何書，書名幾何原本 (Elements)，比以前所著書要精密得多，後人都公認為在幾何學上是一種傑作，都稱幾何為歐氏幾何，如是相傳兩千年之久，歐幾里德始終是幾何界一個權威者，直到近百年來，由於最初所提的公理不同，

隨後演變的定理亦不同，因此幾何才分出派別，最顯著的為非歐幾里德派，否定了歐氏幾何的一部份定理。

3. 高中平面幾何和初中幾何在範圍上的區別 學者在初中已經學過平面幾何，現在到了高中，在幾何上要作更進一步的鑽研，在原有基礎上要提高一步，故高中平面幾何與初中幾何在理論與方法上固然沒有多大區別，但在範圍上却有很顯明的區別，分條說明如下：

(一) 初中幾何定理是散亂的，沒有系統的，到了高中，要把初中定理摘要分類，或按性質，或按圖形，分門別類，作有系統的整理，在複習上容易熟練，在應用上感覺方便。簡而言之，幾何定理，在初中沒系統，在高中經過整理，變成有系統。

(二) 凡一幾何定理要從多方面看，假定本定理為真逆定理就可能不真，此外還有反的方面，逆而反的方面，是真是假，都要加以辨別，在初中，因為是初學，對這一點很可能了解得不够，在高中就重視這一點，在分析，在辨別上，要作深入的研究。

(三) 證幾何題，要有一種方法，在初中是沒有經驗的，到了高中，不但要介紹一些經驗，還要根據原有經驗，創造新的方法。

(四) 最後說到幾何教材，有的比較高深些的，限於數學水平，限於理解力，在初中不可能講，在高中要詳細講。

此外像作圖方法的分類，度量法不可通約的情形，都

就初中幾何原有教材加以補充，高初中幾何在範圍上的區別，不外以上這幾點。

4. 思證的途徑和方法 一幾何題到手，有人感覺有興趣，有人感覺苦惱，大凡感覺有興趣的，大多數都是苦惱中的過來人，原因就因為證題要費一番思索，在思索過程中，可能先從已知要順推出未知，又可能由未知着想，要從未知逆推出已知，但最初常因對定理應用不熟悉，自己又缺乏經驗，在摸索中不得其門而入，因此就感覺到苦惱，越苦惱，在惱筋裏留的印象越深，在此時一經指點，立刻恍然大悟，在這恍然大悟的一剎那間，很可能感覺到一些興趣。

但這樣的興趣不能持久，因為這是經人指點以後得來的，並非從自己思索中得來的，再遇難題，再費思索，可能又感覺苦惱，再求教於人，人告以應當如此如此，不可如彼如彼，這樣經過若干次，每一次吸收到一些經驗，感覺到一些興趣，因為興趣是由經驗得來，經驗越多，興趣越濃厚，先前是不得其門而入，現在一變而為一索即得，這樣說明了什麼，說明證幾何題是有途徑的，是有方法的，在思證的過程中，最初是摸索，所摸索的就是途徑和方法，但一索即得是很不容易的，因此不會的要學，學會了還要習，越不會越要鑽，一道幾何題到手，思證的途徑和方法不過如此。

第二章 初中幾何定理的搜集和整理

5.兩角相等的定理 現在我們閉着眼睛回想一下，在初中幾何所學過的都是些什麼定理，當初學的時候，是有系統是沒系統，假如以圖形為標準，問關於梯形都有那些定理，關於三角形都有那些定理，關於平行四邊形都有那些定理？設有人提出類似這一種問題，恐怕學過初中幾何的人，一定要感覺到當初只是沒系統的學，沒工夫整理，換一句話說，因為沒抽出時間考慮這問題，因此還沒作過這一項工作。

現在我們提出問題了，第一個問題，就是兩角相等的定理都有那幾條，這問題首先要注意的有三點，第一點，要定理不要公理，因為公理盡人皆知，搜集了來，在應用上不發生多大作用，例如凡平角都相等，凡直角都相等，等於同角之角必等，諸如此類，凡不待證而自明的公理不要搜集。第二點，不要定義，例如正方形的各角等，矩形的各角等，這些都是定義，不是定理，不在搜集範圍之內。第三點，為了啟發問題，還要解決問題，我們問題提出來了，要大家去搜集，還要大家來整理，因為要掌握這個原則，我們不但對於本節所提出的兩角相等定理問題，只作示範式的開端，寫出十條，以下各節，同樣只帶頭寫出極少數的幾條，餘下來的，要學者儘可能來補充，多多益善，不過要注意到，要定理不要公理，要定理不要定義，下