

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



# 图解 新教材

高中数学必修1

人教实验B版

总主编 钟山

读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司

辽海出版社



## 学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

### 本丛书将会使您轻松成为学习高手

本书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅、化繁为简、化抽象为形象、化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入 to 日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松、更快捷。

### 本丛书将会使您真正成为学考专家

本书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔，举一反三；学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进，系统提升。

### 本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言道“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗烦为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效的学习方法，  
你不想试一试吗？**



# 目 录

<b>第一章 集合</b> .....	( 1 )	自主限时 精题精练 .....	( 30 )
<b>1.1 集合与集合的表示方法</b> .....	( 2 )	练后反思/答案详解 .....	( 30 )
<b>1.1.1 集合的概念</b> .....	( 3 )	教材问题 详尽解答 .....	( 31 )
<b>1.1.2 集合的表示方法</b> .....	( 3 )	第2课时 补集 .....	( 32 )
知识方法能力图解 .....	( 3 )	多元智能 知识点击 .....	( 32 )
多元智能 知识点击 .....	( 3 )	发散思维 题型方法 .....	( 34 )
发散思维 题型方法 .....	( 6 )	知识激活 学考相联 .....	( 37 )
知识激活 学考相联 .....	( 8 )	考场报告 误区警示 .....	( 38 )
考场报告 误区警示 .....	( 8 )	自主限时 精题精练 .....	( 38 )
自主限时 精题精练 .....	( 9 )	练后反思/答案详解 .....	( 39 )
练后反思/答案详解 .....	( 9 )	教材问题 详尽解答 .....	( 40 )
教材问题 详尽解答 .....	( 10 )	<b>章末复习</b> .....	( 42 )
<b>1.2 集合之间的关系与运算</b> .....	( 12 )	构建体系 知识网格 .....	( 42 )
<b>1.2.1 集合之间的关系</b> .....	( 12 )	综合拓展 专题专项 .....	( 42 )
知识方法能力图解 .....	( 12 )	面向高考 阶级总结 .....	( 49 )
多元智能 知识点击 .....	( 12 )	自主限时 精题精练 .....	( 51 )
发散思维 题型方法 .....	( 15 )	练后反思/答案详解 .....	( 52 )
知识激活 学考相联 .....	( 18 )	教材问题 详尽解答 .....	( 53 )
考场报告 误区警示 .....	( 19 )	<b>第二章 函 数</b> .....	( 55 )
自主限时 精题精练 .....	( 20 )	<b>2.1 函 数</b> .....	( 56 )
练后反思/答案详解 .....	( 21 )	<b>2.1.1 函 数</b> .....	( 57 )
教材问题 详尽解答 .....	( 21 )	知识方法能力图解 .....	( 57 )
<b>1.2.2 集合的运算</b> .....	( 23 )	多元智能 知识点击 .....	( 57 )
知识方法能力图解 .....	( 23 )	发散思维 题型方法 .....	( 62 )
第1课时 并集 交集 .....	( 24 )	知识激活 学考相联 .....	( 69 )
多元智能 知识点击 .....	( 24 )	考场报告 误区警示 .....	( 69 )
发散思维 题型方法 .....	( 25 )	自主限时 精题精练 .....	( 70 )
知识激活 学考相联 .....	( 29 )	练后反思/答案详解 .....	( 70 )
		教材问题 详尽解答 .....	( 70 )



左脑+右脑>>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。

### 2.1.2 函数的表示方法…… (73)

知识方法能力图解 …… (73)

多元智能 知识点击 …… (73)

发散思维 题型方法 …… (76)

知识激活 学考相联 …… (81)

考场报告 误区警示 …… (82)

自主限时 精题精练 …… (82)

练后反思/答案详解 …… (83)

教材问题 详尽解答 …… (83)

### 2.1.3 函数的单调性…… (87)

知识方法能力图解 …… (87)

多元智能 知识点击 …… (88)

发散思维 题型方法 …… (92)

知识激活 学考相联 …… (96)

考场报告 误区警示 …… (96)

自主限时 精题精练 …… (97)

练后反思/答案详解 …… (97)

教材问题 详尽解答 …… (98)

### 2.1.4 函数的奇偶性…… (100)

知识方法能力图解 …… (100)

多元智能 知识点击 …… (100)

发散思维 题型方法 …… (103)

知识激活 学考相联 …… (106)

考场报告 误区警示 …… (106)

自主限时 精题精练 …… (107)

练后反思/答案详解 …… (108)

教材问题 详尽解答 …… (108)

## 2.2 一次函数和二次函数

…… (112)

### 2.2.1 一次函数的性质与图象

…… (112)

知识方法能力图解 …… (112)

多元智能 知识点击 …… (112)

发散思维 题型方法 …… (115)

知识激活 学考相联 …… (119)

考场报告 误区警示 …… (120)

自主限时 精题精练 …… (120)

练后反思/答案详解 …… (121)

教材问题 详尽解答 …… (122)

### 2.2.2 二次函数的性质与图象

…… (123)

知识方法能力图解 …… (123)

多元智能 知识点击 …… (124)

发散思维 题型方法 …… (125)

知识激活 学考相联 …… (133)

考场报告 误区警示 …… (134)

自主限时 精题精练 …… (135)

练后反思/答案详解 …… (135)

教材问题 详尽解答 …… (136)

### 2.2.3 待定系数法…… (139)

知识方法能力图解 …… (139)

多元智能 知识点击 …… (139)

发散思维 题型方法 …… (140)

知识激活 学考相联 …… (145)

考场报告 误区警示 …… (146)

自主限时 精题精练 …… (146)

练后反思/答案详解 …… (147)

教材问题 详尽解答 …… (148)

## 2.3 函数的应用(I)…… (151)

知识方法能力图解 …… (151)

多元智能 知识点击 …… (151)

发散思维 题型方法 …… (153)

知识激活 学考相联 …… (158)

考场报告 误区警示 …… (159)

自主限时 精题精练 …… (160)

练后反思/答案详解 …… (161)

教材问题 详尽解答 …… (161)



2.4 函数与方程	(163)	知识方法能力图解	(210)
2.4.1 函数的零点	(163)	多元智能 知识点击	(210)
知识方法能力图解	(163)	发散思维 题型方法	(214)
多元智能 知识点击	(164)	知识激活 学考相联	(217)
发散思维 题型方法	(167)	考场报告 误区警示	(218)
知识激活 学考相联	(171)	自主限时 精题精练	(218)
考场报告 误区警示	(173)	练后反思/答案详解	(218)
自主限时 精题精练	(173)	教材问题 详尽解答	(219)
练后反思/答案详解	(174)	<b>3.1.2 指数函数</b>	(220)
教材问题 详尽解答	(175)	知识方法能力图解	(220)
2.4.2 求函数零点近似解的一种计算方法——二分法	(176)	多元智能 知识点击	(220)
知识方法能力图解	(176)	发散思维 题型方法	(224)
多元智能 知识点击	(176)	知识激活 学考相联	(229)
发散思维 题型方法	(177)	考场报告 误区警示	(230)
知识激活 学考相联	(179)	自主限时 精题精练	(230)
考场报告 误区警示	(180)	练后反思/答案详解	(231)
自主限时 精题精练	(180)	教材问题 详尽解答	(231)
练后反思/答案详解	(181)	<b>3.2 对数与对数函数</b>	(233)
教材问题 详尽解答	(182)	<b>3.2.1 对数及其运算</b>	(234)
章末复习	(185)	知识方法能力图解	(234)
构建体系 知识网格	(185)	多元智能 知识点击	(234)
综合拓展 专题专项	(185)	发散思维 题型方法	(238)
面向高考 阶段总结	(193)	知识激活 学考相联	(240)
自主限时 精题精练	(197)	考场报告 误区警示	(241)
练后反思/答案详解	(198)	自主限时 精题精练	(241)
教材问题 详尽解答	(199)	练后反思/答案详解	(242)
<b>第三章 基本初等函数( I )</b>	(208)	教材问题 详尽解答	(242)
<b>3.1 指数与指数函数</b>	(209)	<b>3.2.2 对数函数</b>	(245)
<b>3.1.1 实数指数幂及其运算</b>	(210)	知识方法能力图解	(245)
		多元智能 知识点击	(245)
		发散思维 题型方法	(248)
		知识激活 学考相联	(252)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。

考场报告 误区警示 ..... (253)

自主限时 精题精练 ..... (254)

练后反思/答案详解 ..... (254)

教材问题 详尽解答 ..... (255)

### 3.2.3 指数函数与对数函

数的关系 ..... (256)

知识方法能力图解 ..... (256)

多元智能 知识点击 ..... (256)

发散思维 题型方法 ..... (259)

知识激活 学考相联 ..... (261)

考场报告 误区警示 ..... (262)

自主限时 精题精练 ..... (262)

练后反思/答案详解 ..... (263)

教材问题 详尽解答 ..... (264)

### 3.3 幂函数 ..... (265)

知识方法能力图解 ..... (266)

多元智能 知识点击 ..... (266)

发散思维 题型方法 ..... (270)

知识激活 学考相联 ..... (274)

考场报告 误区警示 ..... (275)

自主限时 精题精练 ..... (275)

练后反思/答案详解 ..... (276)

教材问题 详尽解答 ..... (276)

### 3.4 函数的应用(II) ..... (279)

知识方法能力图解 ..... (279)

多元智能 知识点击 ..... (279)

发散思维 题型方法 ..... (281)

知识激活 学考相联 ..... (285)

考场报告 误区警示 ..... (287)

自主限时 精题精练 ..... (288)

练后反思/答案详解 ..... (288)

教材问题 详尽解答 ..... (289)

### 章末复习 ..... (290)

构建体系 知识网格 ..... (290)

综合拓展 专题专项 ..... (290)

面向高考 阶段总结 ..... (297)

自主限时 精题精练 ..... (300)

练后反思/答案详解 ..... (301)

教材问题 详尽解答 ..... (303)

本册重点大归纳 ..... (307)



图解新教材

革命你的思维，改变你的世界。迈出思维一小步，导向人生远景图。



$1+2+3+\cdots+99+100=?$   
聪聪,你能做出这道题吗?



当然能,  $1+100=101$ ,  
 $2+99=101$ , ..., 1到100相  
加一共50对,所以答案是  
 $101 \times 50=5\ 050$ .



# 走进

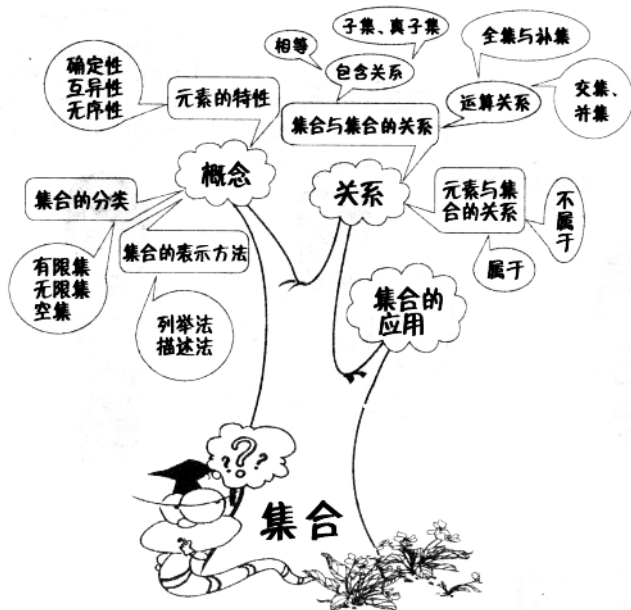
## 第一章 集合

图 1-0-1 是本章的章头图,是参加奥运会的所有裁判员、运动员入场时的情景.每个国家的“执旗手”后面都跟着本国的运动员,每个代表团都是一个整体,其中,每个代表团就可以看成是一个集合,代表团中的每个成员都是这个集合的一个元素.

在这开篇的第一章,我们将要学习数学中最基础、最通用的数学语言:集合语言.用集合语言能精确地表达各类对象之间的关系,能更简洁、更准确地表达相关的数学内容.



图 1-0-1



## 1.1 集合与集合的表示方法

一位渔民非常喜欢数学,但他怎么也想不明白集合的含义,于是他去请教一位数学家:尊敬的先生,请您告诉我,集合是什么?

集合是一个不好定义的概念,数学家很难回答那位渔民。

有一天,数学家来到渔民的船上,看到渔民撒下渔网,轻轻一拉,许多鱼虾在网中跳动,数学家非常激动,高兴地告诉渔民:“这就是集合”。

同学们,你能理解数学家的话吗?

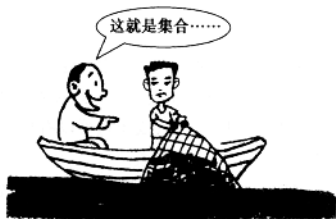


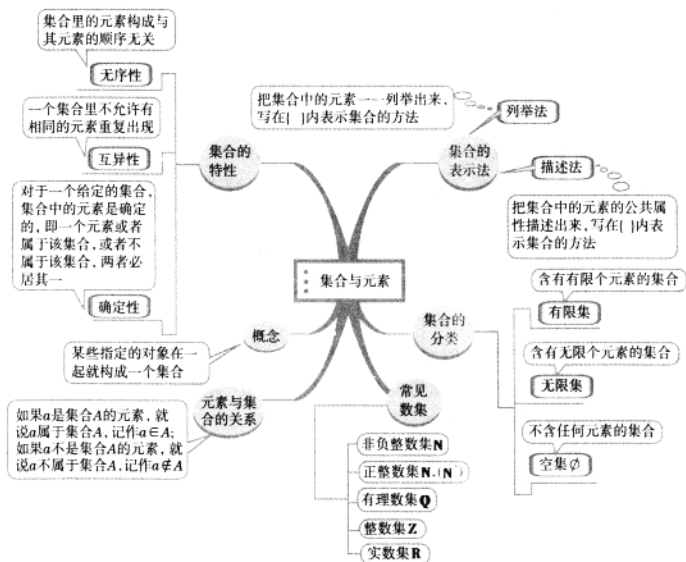
图 1-1-1



## 1.1.1 集合的概念

### 1.1.2 集合的表示方法

#### 知识方法能力图解



#### 多元智能 知识点击

● 重点 难点 疑点 方法……

#### 探究一 集合的概念

##### 智能导航





1. 集合:一般地,把一些能够确定的不同的对象看成一个整体,就说这个整体是由这些对象的全体构成的集合(或集).

(1)构成集合的每个对象叫做这个集合的元素(或成员).

(2)如果  $a$  是集合  $A$  的元素,就说  $a$  属于  $A$ (记作  $a \in A$ ),如果  $a$  不是集合  $A$  的元素,就说  $a$  不属于  $A$ (记作  $a \notin A$ ).

2. 空集:一般地,把不含任何元素的集合叫做空集,记作  $\emptyset$ .

3. 集合的分类:含有有限个元素的集合是有限集,含有无限个元素的集合是无限集.

4. 常用的数集及其记法:

(1)全体非负整数组成的集合称为非负整数集,记作  $N$ .

(2)所有正整数组成的集合称为正整数集,记作  $N^+$  或  $N_+$ .

(3)全体整数组成的集合称为整数集,记作  $Z$ .

(4)全体有理数组成的集合称为有理数集,记作  $Q$ .

(5)全体实数组成的集合称为实数集,记作  $R$ .

5. 集合元素的三个特性:

(1)确定性:作为一个集合的元素必须是确定的,不能确定的对象就不能构成集合.如:“和0很接近的数”是不能构成集合的,因为“很接近”标准并不明确,而“比0大的数”可以构成集合,即所有的正数都是该集合中的元素.

(2)互异性:对于一个给定的集合,集合中的元素一定是不同的(或者说是互异的),也就是说集合中的任何两个元素是不同的对象,相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素.如: $a$  与  $a^2$  为集合  $A$  的两个元素,则一定有  $a \neq a^2$ ,即  $a \neq 0$  且  $a \neq 1$ .

(3)无序性:集合中的元素无先后顺序,如  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{1, 3, 2\}$  和  $\{3, 2, 1\}$  等都表示同一个集合.

**例1** 由  $a, -a, |a|, \sqrt{a^2}$  构成的集合中,最多含有几个元素?

解:当  $a=0$  时,四个数都为0,只含有一个元素,此时集合为  $\{0\}$ ;当  $a \neq 0$  时,含有两个元素  $a, -a$ ,此时集合为  $\{-a, a\}$ . 所以此集合最多含有两个元素.

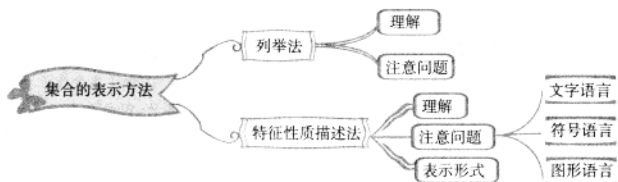
6. 辨析  $\emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}$ :

(1)区分  $\emptyset$  和  $\{0\}$ .  $\emptyset$  不含任何元素,所以  $0 \notin \emptyset$ ,事实上任何元素均不属于空集.  $\{0\}$  表示只含有一个元素0的集合,当然  $0 \in \{0\}$ .

(2)区分  $\emptyset$  和  $\{\emptyset\}$ .  $\{\emptyset\}$  并不是空集,而是表示把  $\emptyset$  作为一个元素所构成的集合.  $\{\emptyset\}$  中有一个元素,这个元素是  $\emptyset$ ,所以有  $\emptyset \in \{\emptyset\}$ .

## 探究二 集合的表示方法

## 智能导航



## 各个击破

1. 常见的集合表示方法有列举法和特征性质描述法.

(1) 列举法可表示有限集,也可表示无限集,若元素的个数比较少,用列举法表示比较简单;若集合中元素的个数较多或无限多,但呈现出一定的规律性,在不致发生误解的情况下,也可列出几个元素作为代表,其他的元素用省略号表示.例如:不大于200的正偶数构成的集合可表示为 $\{2, 4, 6, 8, \dots, 200\}$ ;自然数构成的集合可表示为 $\{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$ .

(2) 集合A可用它的特征性质  $P(x)$ 描述为 $\{x \in I | P(x)\}$ ,它表示集合A是由集合I中具有性质  $P(x)$  的所有元素构成的.其中  $x$  为该集合中元素的代号,它表明了该集合中的元素是“谁”,是“什么”;I是特定条件; $P(x)$ 为该集合中元素特有的公共属性、特征.

2. 使用集合的表示方法时需注意的问题:

(1) 在使用列举法时应注意以下四点:①元素间用逗号“,”;②元素不重复;③不考虑元素顺序;④对于含有较多元素的集合,用列举法表示时,必须把元素间的规律显示清楚后方能用省略号.

(2) 在使用描述法时应注意以下几点:①写清元素代号;②说清集合中元素的特性;③不能出现未被说明的字母;④所有描述的内容都写在集合括号内;⑤语句力求简明、确切,字句逐一说明.

3. 特征性质描述法的语言形式有三种:文字语言、符号语言、图形语言,如表示由直线  $y=x$  上所有的点组成的集合,可用下列三种方法:

(1) 文字语言形式:直线  $y=x$  上所有的点组成的集合;

(2) 符号语言形式: $\{(x, y) | y=x\}$ ;

(3) 图形语言形式:在平面直角坐标系内画出直线  $y=x$ (略).

**例2** (高考模拟题——安徽) 设集合  $M = \{x | x = 4m + 2, m \in \mathbf{Z}\}$ ,  $N = \{y | y = 4n + 3, n \in \mathbf{Z}\}$ , 若  $x_0 \in M, y_0 \in N$ , 则  $x_0 y_0$  与集合  $M, N$  的关系是( )

A.  $x_0 y_0 \in M$       B.  $x_0 y_0 \notin N$       C.  $x_0 y_0 \in N$       D. 无法确定

思路分析: 由题意可得:  $x_0 y_0 = (4m + 2)(4n + 3) = 4(4mn + 3m + 2n + 1) + 2$ .

$\because m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}, \therefore 4mn + 3m + 2n + 1$  是整数,  $\therefore x_0 y_0 \in M$ .      答案: A

发散思维 题型方法

● 思路步骤 方法技巧……

题型一 有关集合概念的开放题

**题型揭秘:** 开放题是数学中的一种新题型,它是相对于传统的封闭题而言的. 集合问题中的开放题往往考查集合元素的特征. 解题时要根据命题的结论、已给的关系,利用观察、分析、转化、检验等方法加以解决.

点拨

由于集合中元素必须是互异的,因此若表示一个集合,则  $x$  的取值不能使集合中三个元素有两两相等的情况,因此必须添加一定的条件,才能使它表示一个集合.

**例 1**  $\{x, x^2-x, x^3-3x\}$  能表示一个集合吗? 如果能表示一个集合,说明理由;如果不能表示,则需要添加什么条件才能使它表示一个集合?

解: 它不一定能表示一个集合, 因为  $x, x^2-x, x^3-3x$  之间有可能存在两两相等的情况, 因而不一定满足集合元素的互异性. …………… ①

由  $x=x^2-x$ , 得  $x=0$  或  $x=2$ ; …………… ②

由  $x=x^3-3x$ , 得  $x=0$  或  $x=\pm 2$ ; …………… ③

由  $x^2-x=x^3-3x$ , 得  $x=0$  或  $x=2$  或  $x=-1$ . ……

…………… ④

故只需添加条件  $x \neq 0$  且  $x \neq -1$  且  $x \neq 2$  且  $x \neq -2$ , 则  $\{x, x^2-x, x^3-3x\}$  就能表示一个集合. ……………

…………… ⑤

第①步 2分,  
第②步 1分,  
第③步 1分,  
第④步 1分,  
第⑤步 1分,  
共 6分

数后小结

利用集合元素的特征解决问题时,应特别注意集合元素的互异性以及分类讨论思想的应用.

题型二 关于集合特征运用的探究题

**例 2** (本题满分 7 分) 集合  $A = \{x | x = 3n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$ ;  $B = \{x | x = 3n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$ ;  $C = \{x | x = 6n + 3, n \in \mathbf{Z}\}$ .

(1) 若  $c \in C$ , 是否存在  $a \in A, b \in B$ , 使  $c = a + b$ ?

(2) 对于任意  $a \in A, b \in B$ , 是否一定有  $(a + b) \in C$ ? 请证明你的结论.

**思路图解**

(1) 中由  $c \in C$  可写出  $c$  的表达式, 再根据  $A, B$  中元素的特征, 寻找  $a, b$

(2) 中可表示出  $a, b$ , 然后利用构造法去寻找  $a + b$  的形式

解: (1) 令  $c = 6m + 3 (m \in \mathbf{Z})$ , 则  $c = 3m + 1 + 3m + 2$ . 令  $a = 3m + 1, b = 3m + 2$ , 则  $c = a + b$ . 故若  $c \in C$ , 一定有  $a \in A, b \in B$ , 使  $c = a + b$  成立. …………… (3 分)

(2) 不一定有  $(a + b) \in C$ . 证明如下:

设  $a=3m+1, b=3n+2(m, n \in \mathbf{Z})$ , 则  $a+b=3(m+n)+3$ . 因此当  $m+n=2k(k \in \mathbf{Z})$  时,  $a+b=6k+3 \in C$ ; 当  $m+n=2k+1(k \in \mathbf{Z})$  时,  $a+b=6k+6 \notin C$ . …………… (7分)

题后小结

在探索过程中,一定要抓住各元素的特征,利用构造法去寻找解题方法,同时注意分类讨论思想的应用.

### 题型三 关于集合表示方法的创新题

例3 (本题满分6分)试用特征性质描述法表示图

1-1-2中阴影部分的点(含边界)的坐标.

思路分析:用描述法写出图中阴影部分所表示的点的集合,注意这些点的坐标的公共属性,并用代数式将其属性表达出来.

解:在图中阴影部分,  $x, y$  的取值范围分别为

$$-1 \leq x \leq \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \leq y \leq 1. \dots\dots\dots (3分)$$

而阴影部分的点落在第一、三象限,  $\therefore xy \geq 0$ . …………… (5分)

故  $\left\{ (x, y) \mid -1 \leq x \leq \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \leq y \leq 1, \text{且 } xy \geq 0 \right\}$ . …………… (6分)

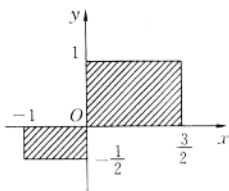


图 1-1-2

题后小结

点落在阴影部分,必须同时具备其横坐标和纵坐标所满足的条件.

### 题型四 信息题

题型揭秘:近几年,在各地的模拟考试或高考题中,常出现这样一种新题型,题目中出现的一些符号或运算法则教材中不曾介绍过的内容,但我们可以根据题中所给条件,通过自学,利用我们大脑中储备的知识解决.

例4 (山东高考)定义集合运算:  $A \odot B = \{z \mid z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ , 设集合  $A = \{0, 1\}, B = \{2, 3\}$ , 则集合  $A \odot B$  的所有元素之和为( )

A. 0

B. 6

C. 12

D. 18

解析:  $\because x \in A, \therefore x=0$  或  $x=1$ . 当  $x=0, y \in B$  时, 总有  $z=0$ ;

当  $x=1$  时, 若  $x=1, y=2$ , 则  $z=6$ ; 若  $x=1, y=3$ , 则  $z=12$ .

综上所述, 集合  $A \odot B$  的所有元素之和为  $0+6+12=18$ . 答案: D

题后小结

对于信息题,要注意理解题目给出的信息是什么,并结合已学过的知识解决. 此类题目虽然表面“陌生”,但一般难度不会太大.



## 知识激活 学考相联

● 考题原型 考情 考法……

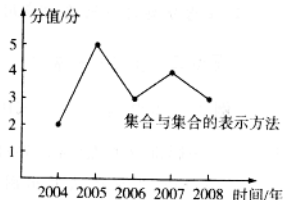
点津本节考点考情考法

## (1) 考点归纳

集合的含义与表示	理解
元素与集合的关系	理解
集合的表示法	理解

## (2) 考情考法

高中中对集合概念的考查一般有两个方面:一是集合本身的内容,即集合的概念、集合之间的关系;二是考查集合的工具性,即考查集合的应用和集合语言的运用,主要以选择题或填空题为主,约占2~5分。



## 考场报告 误区警示

● 易误 易错 案例 警示……

**警示1** 集合元素的表示易出错.如集合 $\{3,2\}$ , $\{(3,2)\}$ 的意义是不一样的,要仔细辨析各符号的意义.其中 $\{3,2\}$ 是一个集合,它含有3和2两个元素,而 $\{(3,2)\}$ 是指只含有一个点的点集.

**警示2** 在集合的综合题中,不需要写出集合的元素时,易出现重复元素的错误.

**考例** 已知集合 $A=\{x, x+y, x+2y\}$ ,  $B=\{x, xm, xm^2\}$ ,且 $A$ 与 $B$ 是相同的集合,求 $m$ 的值.( $A$ 与 $B$ 是相同的集合,即 $A$ 与 $B$ 中的元素完全相同)

**考场错解:**集合 $A$ 与 $B$ 都有元素 $x$ ,所以(1)  $\begin{cases} x+y=xm, \\ x+2y=xm^2 \end{cases}$ 或(2)  $\begin{cases} x+y=xm^2, \\ x+2y=xm. \end{cases}$

解方程组(1),得 $x(m^2-2m+1)=0$ .当 $x=0$ 时,不合题意;

当 $x \neq 0$ 时, $m^2-2m+1=0$ , $\therefore m=1$ .解方程组(2),得 $x(2m^2-m-1)=0$ .

$\therefore x \neq 0$ , $\therefore 2m^2-m-1=0$ , $\therefore m=-\frac{1}{2}$ 或 $m=1$ .

综上所述, $m=-\frac{1}{2}$ 或 $m=1$ .

**走出误区:**本题错解的原因是在于忽略了集合中不能有重复的元素,在求出 $m$ 的值后,没有仔细验证.因为 $m=1$ 时,集合 $B$ 中出现重复元素,导致解题错误.

**正确解法:**集合 $A$ 与 $B$ 都有元素 $x$ ,所以(1)  $\begin{cases} x+y=xm, \\ x+2y=xm^2 \end{cases}$ 或(2)  $\begin{cases} x+y=xm^2, \\ x+2y=xm. \end{cases}$

解方程组(1),得 $x(m^2-2m+1)=0$ .

当 $x=0$ 时, $B$ 中的 $x=mx=xm^2=0$ ,不合题意;

当 $x \neq 0$ 时, $m^2-2m+1=0$ ,即 $m=1$ ,此时 $x=mx=xm^2$ ,集合 $B$ 中也出现重复元

素,不合题意.解方程组(2),得  $x(2m^2-m-1)=0$ .  $\because x \neq 0$ ,  $\therefore 2m^2-m-1=0$ .

$\therefore m = -\frac{1}{2}$  或  $m=1$ . 由于  $m=1$  不合题意,所以  $m = -\frac{1}{2}$ .

综上所述  $m = -\frac{1}{2}$ .

## 自主限时 精题精练

● 新题 活题 巧题 典题……

请在 20 分钟内自主完成以下 6 个题.

1. 给出下列四个关系式:①  $\sqrt{3} \in \mathbf{R}$ ; ②  $\pi \notin \mathbf{Q}$ ; ③  $0 \in \mathbf{N}$ ; ④  $0 \notin \emptyset$ . 其中正确的个数是( )

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

2. 方程组  $\begin{cases} x+y=3, \\ x-y=1 \end{cases}$  的解组成的集合是( )

- A.  $\{2,1\}$                 B.  $(2,1)$                 C.  $\{(2,1)\}$                 D.  $\{-1,2\}$

3. 已知  $x, y, z$  为非零实数,代数式  $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{|xyz|}{xyz}$  的值所组成的集合是  $M$ ,则下列判断正确的是( )

- A.  $0 \notin M$                 B.  $2 \in M$                 C.  $-4 \in M$                 D.  $4 \in M$

4. 下列说法中正确的是( )

- A.  $\{0\}$  是空集                      B.  $\left\{x \in \mathbf{Q} \mid \frac{6}{x} \in \mathbf{N}\right\}$  是有限集  
C.  $\{x \in \mathbf{Q} \mid x^2+x+2=0\}$  是空集                      D.  $\{1,2\}$  与  $\{2,1\}$  是不同的集合

5. 以实数  $|x|, -|x|, -\sqrt{x^2}, \sqrt[3]{x^3}$  为元素构成的集合的元素最多有 \_\_\_\_\_ 个.

6. 已知集合  $A = \{x \mid y = x \text{ 且 } y = x^2 + ax + b\}$ , 是否存在这样的实数  $a, b$ , 使得  $-1 \in A$  与  $3 \in A$  同时成立? 如果存在, 求出  $a, b$  的值; 否则说明理由.

## 练后反思

题号	训练点	反思与提升点
1	元素与集合的关系	注意理解字母所表示集合的含义
2	元素与集合的关系以及集合的表示方法	注意集合的元素是有序实数对了吗
3	集合概念、集合表示法及集合分类	选择分类标准是关键
4	集合与集合相等,集合的表示方法	注意集合元素的无序性了吗
5	集合元素的特征	注意集合元素的互异性了吗
6	集合元素的特征及集合的表示方法	正确理解“且”的含义是关键

## 答案详解

1. D 解析: 逐个判断元素与集合的关系, 要注意理解字母所表示集合的含义, 如  $\mathbf{N}$  是自然数



集,含有0; $\emptyset$ 不含任何元素, $\mathbf{Q}$ 是有理数集.故选D.

2. C 解析:先求出方程组的解是  $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$  再写成集合的形式,注意集合的元素是有序实数对(2,1),故选C.

3. D 解析:此题关键是如何选择分类的标准,若分别讨论 $x, y, z$ 的正负,涉及的情形太多太杂,而讨论 $x, y, z$ 正负的个数,则一目了然.

4. C 解析:先明确集合是用列举法,还是用描述法表示的,再判断集合中有哪些元素. A中集合 $\{0\}$ 有一个元素0; B中的元素有无限个,只要 $x = \frac{1}{n}, n \in \mathbf{N}^*$ 即可; C中方程 $x^2 + x + 2 = 0$ 无实根,故集合为空集; D中两个集合的元素相同,而元素顺序不同不影响集合的相同.故选C.

5. 2 解析:因为 $-\sqrt{x^2} = -|x|, \sqrt[3]{x^3} = x$ ,而 $x$ 必等于 $|x|$ 或 $-|x|$ 中的一个,故集合元素最多有2个.

6. 解: $\because A = \{x | y = x \text{ 且 } y = x^2 + ax + b\}$ ,

$$\text{即 } A = \{x | x = x^2 + ax + b\} = \{x | x^2 + (a-1)x + b = 0\},$$

又 $-1 \in A, 3 \in A$ ,即 $-1, 3$ 是一元二次方程 $x^2 + (a-1)x + b = 0$ 的两个根,

$$\therefore \begin{cases} -(a-1) = -1+3, \\ b = -1 \times 3, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} a = -1, \\ b = -3. \end{cases}$$

$\therefore$ 存在这样的实数 $a = -1, b = -3$ ,使 $-1 \in A$ 与 $3 \in A$ 同时成立.



## 教材问题 详尽解答

● 问题 习题 全析 全解……

## 一 内文问题详解

## P4 思考与讨论

1. 你能否确定,你所在班级中,高个子同学构成的集合?并说明理由.

解答:不能确定.因为高个子同学高的程度没有确定的标准,我们无法断定哪些同学入选,因此不能构成集合.

2. 你能否确定,你所在班级中,最高的3位同学构成的集合?

解答:只要按身高从高到低进行排列,然后取前三名,将他们作为元素放在一起即构成所要求的集合.

## P7 思考与讨论

1. 哪些性质可作为集合 $\{-1, 1\}$ 的特征性质?

解答: $x^2 = 1, |x| = 1, \frac{1}{x} = x$ 等都可以作为集合 $\{-1, 1\}$ 的特征性质.

2. 平行四边形的哪些性质,可用来描述所有平行四边形构成的集合?

解答:(1)两组对边分别平行;(2)一组对边平行且相等;(3)对角线互相平分都可以用来描述所有平行四边形构成的集合.

## 教材习题详解

## 练习A(P4)

1. (1)能;(2)能;(3)不能;(4)能;(5)能;(6)不能;(7)能;(8)能.

评注:本题考查集合元素的性质,只有具备确定性、互异性和无序性的元素才能构成集合.

2. 自然数集,记作 $\mathbf{N}$ ,是无限集;整数集,记作 $\mathbf{Z}$ ,是无限集;

有理数集,记作 $\mathbf{Q}$ ,是无限集;实数集,记作 $\mathbf{R}$ ,是无限集.



评注:本题考查用字母表示集合及集合的划分.

3. (1)不正确;(2)正确;(3)不正确;(4)不正确;(5)正确;(6)正确;(7)正确;(8)正确.

评注:本题考查集合的基本概念.

#### 练习 B(P5)

1. (1) $\notin$ ;(2) $\in$ ;(3) $\notin$ ;(4) $\notin$ ;(5) $\notin$ ;(6) $\in$ ;(7) $\in$ ;(8) $\in$ .

评注:本题考查元素与集合的关系.

2. (1)不正确;(2)不正确;(3)不正确;(4)正确;(5)不正确.

评注:本题考查集合的概念.

#### 练习 A(P7)

1. (1) $\{4, 6, 8, 10, 12, 14\}$ ;(2) $\{-4, 4\}$ ;(3) $\{5\}$ ;(4) $\{-2, 2\}$ ;(5) $\{1, 2, 3, 4\}$ ;

(6) $\{\text{北京, 上海, 天津, 重庆}\}$ .

评注:本题考查列举法表示集合.

2. (1) $\{\text{城市 } x \mid x \text{ 是北京}\}$ ;(2) $\{x \mid x \text{ 是偶数}\}$ ;(3) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 2x + 3 = 0\}$ ;

(4) $\{x \in \mathbf{R} \mid x > 3\}$ .

评注:本题考查特征性质描述法表示集合.

#### 练习 B(P8)

1. (1) $\{m, a, t, h, e, i, c, s\}$ ;(2) $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 5x + 6 = 0\}$ ,或 $\{-2, -3\}$ ;

(3) $\{x \in \mathbf{N} \mid 0 \leq x < 1000, \text{且 } x \text{ 是奇数}\}$ ;

(4) $\{x \in \mathbf{R} \mid x(x^2 + 2x - 3) = 0\}$ ,或 $\{0, 1, -3\}$ ;

(5) $\{x \in \mathbf{R} \mid |x| = 3\}$ ,或 $\{-3, 3\}$ .

评注:本题考查表示集合的方法,可以看出,列举法和特征性质描述法各有利弊.

2. (1) $\{x \mid x = 3n + 2, \text{且 } n \in \mathbf{Z}\}$ ;(2) $\{x \mid 1 < x < 100, \text{且 } x \text{ 是质数}\}$ ;

(3) $\{x \mid x \text{ 是平行四边形}\}$ .

#### 习题 1-1A(P8)

1. (1) $\{2, 4, 6, 8\}$ ;(2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ;

(3) $\{x \mid x \text{ 是 } 15 \text{ 的正约数}\}$ ,或 $\{1, 3, 5, 15\}$ ;(4) $\{x \mid x \text{ 是 } 15 \text{ 的质因数}\}$ ,或 $\{3, 5\}$ ;

(5) $\{-2, 2\}$ ;(6) $\{-3, 3\}$ ;(7) $\emptyset$ .

2. (1) $\{1 \text{ 月}, 3 \text{ 月}, 5 \text{ 月}, 7 \text{ 月}, 8 \text{ 月}, 10 \text{ 月}, 12 \text{ 月}\}$ ;

(2) $\{x \in \mathbf{Z} \mid -3.5 < x < 12.8\}$ ;(3) $\{x \mid x \text{ 是梯形}\}$ ;(4) $\{x \mid x \text{ 是矩形}\}$ ;(5) $\emptyset$ .

3. (1) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ;(2) $\{-5\}$ ;(3) $\{1, 4\}$ ;(4) $\left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$ .

评注:本题考查解方程的能力和解集的写法,注意解集首先是一个集合,然后是方程的根.

4. 有序实数对 $(x, y)$ ,或说点 $(x, y)$ ; $\{(x, y) \mid y = x\}$ .

#### 习题 1-1B(P9)

1. (1) $\{-1, 1, -4, 2\}$ ;(2) $\{-2, 4\}$ ;(3) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ .

评注:本题考查列举法表示集合.

2. (1) $\{x \in \mathbf{N} \mid 0 \leq x < 10, \text{且 } x \text{ 是偶数}\}$ ;(2) $\{x \mid x = 3^n, n \in \mathbf{N}_+\}$ ;

(3) $\left\{x \mid x = \frac{2n-1}{2n}, n \in \mathbf{N}_+\right\}$ ;(4) $\{x \mid x = 5n + 2, n \in \mathbf{Z}\}$ .

评注:本题考查特征性质描述法表示集合.

3. (1)(3)是有限集,(2)(4)是无限集.

评注:本题考查集合的分类.