

中等农业学校教科书

农牧科各专业适用

数 学

SHUXUE

上 册

中等农业学校数学教科书編輯委员会編



人 民 教 育 出 版 社

序

自从 1959 年党的八届八中全会发出了反右傾、鼓干劲、深入开展增产节约的群众运动的号召以来，在工农业战线上不断地出现了跃进再跃进的高潮，技术革新和技术革命的群众运动亦普遍展开。随着国民经济的这一飞跃发展形势，教育事业也开展了群众性的教学改革。这样中等农业学校的教学课程内容已不能适应客观形势的要求，为此，中华人民共和国农业部组织了部分教师，从事数学教科书的修订工作。

本书的编写，是以毛泽东思想为指导，具体贯彻了党的教育为无产阶级政治服务、教育与生产劳动相结合的方针。针对原教材的体系陈旧落后、孤立割裂，内容贫乏脱离实际、重复繁琐，本书作了如下的修订：

(1) 精简和删去了陈旧落后、脱离实际以及繁难而用处不大的内容，取消了欧几里得的几何体系。

(2) 增加了解析几何、排列组合、概率论等现代数学的基础知识；加强了计算工具的使用和计算能力的培养；增补了作空间图形的内容。

(3) 教材内容密切联系生产实际，特别是农牧业生产实际。反映了我国工农业生产不断跃进的形势，编写了联系实际的例题和习题，增加了实习作业。

(4) 取消了旧的分科，把整个内容以函数为统帅建立一个新的理论体系，尽量做到数与形的结合，概念与计算的结合，更好地贯彻以辩证唯物主义观点来教育学生的原则。

全书共分十六章，学习时间包括复习时间在内计共 216 教时，

适用于农牧科的专业，学习对象应具有初中毕业水平。

目前全国都在进行教学改革，部分地区的初中毕业生可能已学完本书中的部分内容，在使用时可按照具体情况增授有关数理统计、线性规划等现代数学的基础知识。

在本书的编写过程中，南京师范学院、南京农学院和很多兄弟学校曾给予热情的帮助和支持，对此，谨致谢忱。

教学体系的大革命正在开展，有些问题尚在争辩，加以编者的水平有限，对教材处理不当之处在所难免，希读者及时指正，以便修订。

编者

一九六〇年五月

上册目录

序	1
第一章 幂和方根	1
一、整指数幂	1
§ 1. 正整指数幂(1) § 2. 零指数幂和负整指数幂(3) § 3. 零指数幂和负整指数幂的运算(4) 习题一(6)	
二、方根和分指数幂	7
§ 4. 方根的意义(7) § 5. 方根的性质(8) § 6. 算术根(9)	
§ 7. 正有理数的算术根(9) § 8. 用表的计算(10) § 9. 积分式、幂、单项式的算术根(13) § 10. 分指数幂(14) 习题二(17)	
三、根式	19
§ 11. 根式的意义(19) § 12. 根式的基本性质(20) § 13. 根式的变形(21) § 14. 根式的化简(22) § 15. 根式的加减法(22)	
§ 16. 根式的乘法(23) § 17. 根式的除法(24) § 18. 根式的乘方和开方(26) 习题三(27)	
第二章 近似计算	32
一、近似数的概念	32
§ 19. 量和数(32) § 20. 真值和近似值(33) § 21. 数的取舍法(34)	
二、近似数据的精确度	36
§ 22. 近似数据的绝对误差及其界(36) § 23. 近似数据的相对误差及其界(39) § 24. 近似数据的有效数字和可靠数字(41) 习题四(42)	
三、近似数据的计算法则	43
§ 25. 引言(43) § 26. 近似数据的加减法则(44) § 27. 近似数据的乘除法则(47) § 28. 近似数据的平方、立方和开平方的法则(51) § 29. 近似数据计算法则的综合运用(52) § 30. 预定精确度的计算法则(55) 习题五(57) 实习作业(59)	
第三章 实数和线段的度量	60
一、线段的度量	60

§ 31. 綫段度量的概念(60)	§ 32. 綫段的公度、有公度綫段和无公度綫段(64)	
二、实数		66
§ 33. 无理数(66)	§ 34. 实数和数軸上的点(67)	§ 35. 实数的运算(70)
§ 36. 无理指数幂的概念(72)	习题六(72)	
第四章 比例綫段 相似形		74
一、基本概念		74
§ 37. 两綫段的比(74)	§ 38. 成比例的綫段(74)	习题七(77)
二、三角形的相似		78
§ 39. 相似形(78)	§ 40. 定理(79)	§ 41. 三角形相似的判定定理(82)
§ 42. 直角三角形相似的判定定理(84)	§ 43. 定理(87)	
三、多边形的相似		89
§ 44. 相似多边形的性质(89)	§ 45. 定理(91)	§ 46. 多边形的相似变换(92) 习题八(94)
四、关于比例綫段的定理及作图		99
§ 47. 关于直角三角形的比例綫段(99)	§ 48. 勾股定理(100)	
§ 49. 关于圓的比例綫段(102)	§ 50. 作两条綫段的比例中项(104)	
§ 51. 分綫段为已知比(105)	§ 52. 第四比例綫段的作法(105)	
§ 53. 比例规(106)	实习作业(108)	习题九(108)
第五章 多边形的面积		112
一、多边形面积的计算		112
§ 54. 面积的概念(112)	§ 55. 平行四边形和三角形的面积(113)	
§ 56. 梯形的面积(119)		
二、相似形面积的比		120
§ 57. 定理(120)	§ 58. 定理(122)	实习作业(123) 习题十(125)
第六章 函数和平面上点的坐标的运用		131
一、函数概念		131
§ 59. 常量和变量(131)	§ 60. 函数(134)	§ 61. 函数关系的表示法(134)
二、函数图象和平面上点的坐标的运用		136
§ 62. 平面上点的坐标(136)	§ 63. 函数的图象(137)	§ 64. 两点间的距离(140)
§ 65. 求綫段的定比分点(141)	习题十一(143)	
第七章 銳角三角函数		146

一、銳角三角函数的基本性質 146

§ 66. 銳角三角函数的定义(146) § 67. 余角的三角函数(148) § 68. $30^\circ, 45^\circ$ 和 60° 各角的三角函数(149) § 69. 銳角 α 在 $0^\circ-90^\circ$ 之間变化时三角函数值的变化(150) § 70. 銳角三角函数表(152) 习题十二(156)

二、銳角三角函数的应用 157

§ 71. 直角三角形的解法(158) § 72. 圓內接和外切正多边形边长的計算(162) § 73. 三角形, 平行四边形和圓內接及外切正多边形面积的計算(163) 习题十三(166)

第八章 一次函数和直綫 170

一、正比例和一次函数 170

§ 74. 正比例(170) § 75. 函数 $y=kx$ 的图象(171) § 76. 一次函数(174) § 77. 函数 $y=kx+b$ 的图象(175) § 78. 一次函数 $y=kx+b$ 随着 x 而变化的情况(176) § 79. 一次函数的根(177) 习题十四(178)

二、直綫 179

§ 80. 直綫的方程(179) § 81. 由已知条件建立直綫方程(181) § 82. 两条直綫平行和垂直的条件(183) § 83. 两条直綫的交点(185) 习题十五(187)

第九章 二次函数和二次方程 189

一、二次函数与一元二次方程 189

§ 84. 二次函数的概念(189) § 85. 一元二次方程的概念(190) § 86. 不完全二次方程的解法(191) § 87. 完全二次方程的解法(193) § 88. 一般二次方程的求根公式(195) 习题十六(199) § 89. 二次方程的应用問題(201) § 90. 无理方程解法的例(206) § 91. 无理方程增根的来源(208) 习题十七(208)

二、虚数和复数的概念 210

§ 92. 虚数和虚数单位(210) § 93. 复数和共轭复数(211) § 94. 复数的四则运算(211) 习题十八(214)

三、二次曲綫和二次方程 215

§ 95. 曲綫方程的概念(215) § 96. 橢圓(217) § 97. 反比例和它的图象(220) § 98. 函数 $y=ax^2$ 的图象(223) § 99. 坐标軸的平移和曲綫方程的变换(226) § 100. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象(227) 习题十九(230)

第十章 指数函数和对数.....232

一、指数函数.....232

§ 101. 指数函数(232) § 102. 指数函数的图象(232) § 103. 指数函数的性质(234) 习题二十(236)

二、对数和它的一般性质.....236

§ 104. 对数的概念(237) § 105. 对数函数和它的图象(239)
§ 106. 底大于1的对数函数的性质(240) § 107. 积、商、幂和方根的对数(242) § 108. 单项式的取对数法(243) § 109. 对数的实用价值(245) 习题二十一(246)

三、常用对数和它的性质.....249

§ 110. 常用对数(249) § 111. 常用对数的性质(249) § 112. 四位对数尾数表和它的使用法(253) § 113. 反对数表(255) 习题二十二(256)

四、利用对数的计算.....257

§ 114. 含有负首数的对数运算(257) § 115. 应用对数进行计算的例(259) § 116. 近似数取对数的法则(261) 习题二十三(264)

五、计算尺.....266

§ 117. 对数函数尺标(266) § 118. 计算尺的部件和名称(269)
§ 119. 利用 C 尺和 D 尺进行乘法运算(271) § 120. 利用 C 尺和 D 尺进行除法运算(273) § 121. 乘除联合运算(274) § 122. 应用 C 尺和 D 尺解其它问题(275) § 123. 平方、开平方(277) 习题二十四(279) § 124. 立方、开立方(281) § 125. 联合运算的例子(282)
§ 126. L 尺的使用法(283) § 127. 刻度 C 的使用法(284)

第十一章 数列和它的极限.....285

一、数列的基本概念.....285

§ 128. 数列的意义(285) § 129. 数列的通项公式(287) 习题二十五(288)

二、等差数列.....289

§ 130. 等差数列和它的通项公式(289) § 131. 等差中项(291)
§ 132. 等差数列前 n 项的和(292)

三、等比数列.....295

§ 133. 等比数列和它的通项公式(295) § 134. 等比中项(297)
§ 135. 等比数列前 n 项的和(298) 习题二十六(300)

四、数列的极限.....302

§ 136. 有界的递增数列和递减数列(302)

§ 137. 数列极限的概念(306)

§ 138. 关于极限的定理(308)

五、极限理论的应用310

§ 139. 圆周长的计算(310)

§ 140. π 的近似值的计算(312)

§ 141. 圆的面积(316)

§ 142. 收敛等比数列的和(320) 习题二十七(322)

第一章 幂和方根

一、整指数幂

在初中代数里,我們已經学过关于幂的一些性质和运算法则。那时所研究的幂,指数都是正整数,現在我們要在它的基础上建立更广义的幂的概念,因此,首先把正整指数幂复习一下。

§1 正整指数幂 求相同因子的乘积的运算叫做乘方,乘方所得的结果叫做幂。例如:

$$(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = (-2)^5 = -32,$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots \cdots a}_{n \text{ 个}} = a^n.$$

a^n 就是 a 的 n 次幂, a 叫幂的底数, n 叫幂的指数,它可以是任何正整数。

幂有下列的一些性质:

1. 正数的任何次幂,仍是一个正数。
2. 负数的偶次幂是一个正数,奇次幂是一个负数。例如:

$$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 81;$$

$$(-3)^6 = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3)(-3) = 729.$$

一般的:

$$(-a)^{2n} = \underbrace{(-a)(-a)(-a)\cdots(-a)}_{\text{共 } 2n \text{ 个}} = a^{2n}.$$

又如:

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8,$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32;$$

一般的:

$$(-a)^{2n-1} = (-a)(-a)(-a)\cdots(-a) = -a^{2n-1} (a > 0).$$

3. 零的任何次幂还是零。

幂是根据下面的法则进行运算的:

1. 同底数的幂相乘, 是把各个因子的幂指数相加, 幂底数不变。用式子表示就是:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

2. 同底数的幂相除, 是把被除数的幂指数和除数的幂指数相减, 幂底数不变。

(1) 如果被除式的幂指数大于除式的幂指数, 所得的商是整式, 指数等于被除式的幂指数减去除式的幂指数。用式子表示就是:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}. \quad (m > n)$$

(2) 如果被除式的幂指数等于除式的幂指数, 所得的商就是 1。

(3) 如果被除式的幂指数小于除式的幂指数, 所得的商是一个分式, 分子是 1, 分母是同底数的幂, 指数等于除式的幂指数减去被除式的幂指数。用式子表示就是:

$$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}. \quad (m < n)$$

3. 幂的乘方, 是把幂指数乘上乘方的次数, 幂底数不变。用式子表示就是:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

4. 积乘方时, 是把各因子乘方后再相乘。用式子表示就是:

$$(a \cdot b \cdot c \cdots)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n \cdots.$$

5. 分式的乘方, 是把分子和分母分别乘方, 再用分母的幂去除分子的幂。用式子表示就是:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}. \quad (b \neq 0)$$

C. 单项式的乘方要根据上面的法则 3、4 和 5 来进行。例如:

$$\left(\frac{3}{4}a^mb^n\right)^P = \left(\frac{3}{4}\right)^P \cdot (a^m)^P \cdot (b^n)^P = \frac{3^P}{4^P}a^{mP}b^{nP}.$$

下面是幂的运算的例:

例 1: 计算 $\left(\frac{b^3}{a^2} \cdot \frac{b^5}{a^4}\right)^2 \div \left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3.$

$$\begin{aligned}\text{解: } \left(\frac{b^3}{a^2} \cdot \frac{b^5}{a^4}\right)^2 \div \left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3 &= \left(\frac{b^8}{a^6}\right)^2 \div \left(\frac{b^4}{a^5}\right)^3 \\ &= \frac{b^{16}}{a^{12}} \div \frac{b^{12}}{a^{15}} = \frac{b^{16}}{a^{12}} \times \frac{a^{15}}{b^{12}} = a^3b^4.\end{aligned}$$

例 2: 计算 $\left(\frac{ax^3}{b^2y^2}\right)^2 \times (-2ab^2xy^3)^3.$

$$\begin{aligned}\text{解: } \left(\frac{ax^3}{b^2y^2}\right)^2 \times (-2ab^2xy^3)^3 &= \frac{a^2x^6}{b^4y^4} \times (-8a^3b^6x^3y^9) \\ &= -8a^5b^2x^9y^5.\end{aligned}$$

§ 2 零指数幂和负整指数幂 在正整指数幂的运算法则里, 同底数幂的除法法则是:

1. 若 $m > n$, 则 $a^m \div a^n = a^{m-n}$;

2. 若 $m = n$, 则 $a^m \div a^n = 1$;

3. 若 $m < n$, 则 $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}.$

这些法则, 对 a 为不等于零的任何数都能适用。

如果当 $m = n$ 的时候, 我们仍按照法则 1 运算, 那末就得

$$a^m \div a^n = a^{m-n} = a^0.$$

a^0 是一个指数为零的幂, 叫做零指数幂。

如果当 $m < n$ 的时候, 我们也照法则 1 运算, 那末就得

$$a^m \div a^n = a^{m-n} = a^{-(n-m)}. \quad [(n-m) > 0]$$

这时, $a^{-(n-m)}$ 的幂指数是一个负整数, 叫做负整指数幂。例

如:

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

$$a^2 \div a^5 = a^{2-5} = a^{-3}; \quad a^4 \div a^{10} = a^{4-10} = a^{-6}.$$

a 的零指数幂和負整指数幂是不能用正整指数幂的意义来解釋的, 因为零个 a 相乘或負 n 个 a 相乘都是沒有意义的。可是如果我們把它們分別看成是按法則 2、法則 3 运算的結果的另一种表現形式, 那末就能把三种运算法則融合在一个法則里, 因而簡化了运算法則。

为了便于运算, 我們作出下面的規定:

1. 不等于零的任何数的零次幂, 都等于 1。用式子表示就是

$$a^0 = 1. \quad (a \neq 0)$$

例如: $5^0 = 1; \quad (-6)^0 = 1; \quad \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1.$

2. 指数为負整数的幂, 等于用負整指数的絕對值为指数的正整指幂的倒数。用式子来表示就是

$$a^{-s} = \frac{1}{a^s}. \quad (a \neq 0, \quad s > 0)$$

例如:

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0.001; \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^4} = 81;$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}.$$

从負整指数幂的意义, 我們可以知道, 負整指数幂可以写成分式, 反过来, 分式也可以写成負整指数幂。

例如:
$$2^{-1}a^{-3}b^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{b^2} = \frac{1}{2a^3b^2};$$

$$\frac{a}{xy^2} = a \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y^2} = ax^{-1}y^{-2}.$$

§3 零指数幂和負整指数幂的运算 現在我們來說明零指数幂和負整指数幂應該怎样运算。首先我們通过例子來說明零指

数幂和負整指数幂对于正整指数幂的一切运算法则, 仍旧适用。

例如: 我們來說明当 $m = -s, n = -P$ (s, P 是正整数) 的时候, 运算法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 仍旧适用。

首先把負整指数幂, 根据它的意义, 改写成正整指数幂的形式进行运算。

$$\therefore a^{-s} = \frac{1}{a^s}, \quad a^{-P} = \frac{1}{a^P};$$

$$\therefore a^{-s} \cdot a^{-P} = \frac{1}{a^s} \cdot \frac{1}{a^P} = \frac{1}{a^s \cdot a^P} = \frac{1}{a^{s+P}}.$$

其次, 把負整指数幂直接应用运算法则来运算, 就得:

$$a^{-s} \cdot a^{-P} = a^{-(s+P)} = \frac{1}{a^{s+P}}.$$

結果完全相同。

因此, 运算法则 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 也适用于負整指数幂。

用同样的方法, 可以証明正整指数幂的一切运算法则, 都适用于零指数幂和負整指数幂。

下面是零指数幂和負整指数幂的运算的例。

例 1: 計算 $(5a^{-2}b^3c^{-3})(0.8ab^{-3}c^4)$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: } (5a^{-2}b^3c^{-3})(0.8ab^{-3}c^4) &= 4a^{(-2+1)}b^{(3-3)}c^{(-3+4)} \\ &= 4a^{-1}b^0c^1 = 4a^{-1}c. \end{aligned}$$

例 2: 計算 $5x^{-1}y^2z^{-3} \div 25x^2y^{-2}z^{-3}$ 。

$$\begin{aligned} \text{解: } 5x^{-1}y^2z^{-3} \div 25x^2y^{-2}z^{-3} \\ &= \frac{1}{5}x^{-1-2}y^{2-(-2)}z^{-3-(-3)} \\ &= \frac{1}{5}x^{-3}y^4. \end{aligned}$$

例 3: 計算 $(2a^2x^{-3})^{-2}$ 。

$$\text{解: } (2a^2x^{-3})^{-2} = 2^{-2}a^{2(-2)}x^{(-3)(-2)}$$

$$= 2^{-2} a^{-4} x^6.$$

例 4: 計算 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{3}\right)^0$.

解: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{1}{3}\right)^0$
 $= (2 \times 3^{-1})^{-3} \times (-2^{-1})^{-2} \div 1$
 $= 2^{-3} \times 3^3 \times 2^2 = \frac{1}{8} \times 29 \times 4 = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}.$

例 5: 計算 $(a^{-2} + b^{-3})(a^{-2} - b^{-3})$.

解: $(a^{-2} + b^{-3})(a^{-2} - b^{-3})$
 $= (a^{-2})^2 - (b^{-3})^2 = a^{-4} - b^{-6}.$

例 6: 計算 $(x^{-2} - y^{-1})^2$.

解: $(x^{-2} - y^{-1})^2$
 $= (x^{-2})^2 - 2(x^{-2})(y^{-1}) + (y^{-1})^2$
 $= x^{-4} - 2x^{-2}y^{-1} + y^{-2}.$

习 題 一

1. 計算:

(1) $(-3)^3$; (2) $(-3)^4$; (3) $(-0.2)^3$;
 (4) $(-0.1)^4$; (5) $(-1)^{2m}$; (6) $(-1)^{2n+1}$;
 (7) $a^{2n} + (-a)^{2n}$; (8) $x^{2n+1} + (-x)^{2n+1}.$

2. 求下列各式的結果:

(1) $(-a)^4 \cdot (-a)^3 \cdot (-a)$; (2) $(-x)^9 \div x^7$;
 (3) $[(-b)^3]^2$; (4) $\left(-\frac{2}{3}a_2x^5\right)^3$;
 (5) $\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right) \div \left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2p^5}\right)$; (6) $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2.$

3. 計算下列各式:

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^0 + (\sqrt{3})^0$; (2) $(-1)^0 - 2^{-3}$;

(3) $2 \times 4^{-1} \times 3^{-2}$;

(4) $3^{-3} \div \left(-\frac{1}{3}\right)^0$;

(5) $(5^0)^{-3} \div 2^{-1}$;

(6) $(\sqrt{115})^0 \times 5^{-2} \div \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^0\right]^{-2}$

4. 計算下列各式:

(1) $a^{-2} \cdot a^0 b^{-1} \cdot b^{-3} \cdot c^0$;

(2) $\frac{1}{x^3} \cdot \frac{1}{a} \cdot x^{-5} \cdot a^{-3}$;

(3) $m^{-2} n^{-4} b^{-1} \div m^{-3} n^{-2} b^{-1}$;

(4) $(x^{-3})^{-5} \div x^{-10}$;

(5) $\left(3^{-2} \frac{1}{a} \cdot b^{-3} c^0\right)^{-5}$;

(6) $[(a+b)^{-1}]^{-3} \cdot (a+b)^{-2}$;

(7) $\frac{m^3 + n^{-3}}{m + n^{-1}} - (m - n^{-1})^2$.

二、方根和分指数幂

§4 方根的意义 我們已經知道, 如果一个数的平方等于 a , 这个数就叫做 a 的平方根。同样我們可以从正整指数幂的意义来建立方根的一般概念。

如果一个数 x 的 n 次幂等于 a , 即 $x^n = a$, 那末数 x 就叫做 a 的 n 次方根。 a 的 n 次方根是用 $\sqrt[n]{a}$ 来表示的, a 叫根底数, n 叫根指数, $\sqrt{\quad}$ 叫根号。

例如:

因为 $(+5)^2 = 25$, 所以 $+5$ 是 25 的 2 次方根, 也就是 25 的平方根, 記作 $\sqrt{25} = 5$ 。

因为 $(-5)^2 = 25$, 所以 -5 也是 25 的平方根, 記作 $\sqrt{25} = -5$;

因为 $3^3 = 27$, 所以 3 是 27 的 3 次方根, 記作 $\sqrt[3]{27} = 3$;

因为 $(-3)^3 = -27$, 所以 -3 是 -27 的 3 次方根, 即 $\sqrt[3]{-27} = -3$;

因为 $2^4 = 16$, 所以 2 是 16 的 4 次方根, 即 $\sqrt[4]{16} = 2$ 。

a 的三次方根也叫 a 的立方根。

求 a 的 n 次方根的运算叫开 n 次方。开三次方也叫开立方。从方根的意义可以得出：

$$(\sqrt[n]{a})^n = a.$$

这就说明，开方与乘方是互逆的运算。因此，我们可以利用乘方来检验开方的结果是否正确。例如，要检验 -64 的立方根是不是 -4 ，只要看 -4 的立方是不是 -64 就可以了。

§5 方根的性质 现在我们根据根指数是奇数还是偶数来研究方根的性质。

1. 奇次方根 因为正数的奇次幂永远是正数、负数的奇次幂永远是负数，而且不同的正数或负数，它们的同一奇次幂都不相同；所以正数的奇次方根必须是正数，负数的奇次方根必须是负数，而且它们的任一奇次方根都只能有一个。

例如：

$$\because 8 = 2 \times 2 \times 2, \therefore \sqrt[3]{8} = 2;$$

$$\because -8 = (-2) \times (-2) \times (-2), \therefore \sqrt[3]{-8} = -2;$$

$$\because 243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3, \therefore \sqrt[5]{243} = 3;$$

$$\because -243 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3),$$

$$\therefore \sqrt[5]{-243} = -3.$$

2. 偶次方根 因为绝对值相同的正数和负数，它们的同一偶次幂都是正数，而且相等；所以正数的任一偶次方根都有两个，它们是两个相反的数。

例如：

$$\because 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2),$$

$$\therefore \sqrt[4]{16} = \pm 2.$$

因为任何正数或负数的偶次幂都不能得到一个负数，所以负数的偶次方根不能是任何正数或负数。

3. 零的任何次幂总是零，所以零的任何次方根还是零。

§6 算术根 由于正数的任一偶次方根总有两个,因而在計算上就不能得到唯一确定的結果。例如, $\sqrt{9} + \sqrt{4}$ 的值可以有四种結果,即:

$$\begin{aligned}\sqrt{9} + \sqrt{4} &= 3 + 2 = 5, & \sqrt{9} + \sqrt{4} &= 3 + (-2) = 1, \\ \sqrt{9} + \sqrt{4} &= -3 + 2 = -1, & \sqrt{9} + \sqrt{4} &= -3 + (-2) = -5.\end{aligned}$$

为求运算上的統一,我們有必要引入算术根的概念。

正数的正方根,叫做算术根。

例如: $+3$ 和 -3 都是 9 的平方根,而 $+3$ 是 9 开平方所得的算术根。同样 16 开四次方时,它的算术根是 2; 125 开立方所得的算术根是 5。

虽然算术根的函义不包括負数的开方,但由于負数的奇次方根的絕對值和与它相反的正数的同一奇次方根相等,所以它的奇次方根总可以用与它相反的正数的算术根来表示的,所以負数的奇次方根可以用与它对应的算术根表示。例如:

$$\sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8} = -2, \quad \sqrt[3]{-125} = -\sqrt[3]{125} = -5.$$

一般地,如 $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a} \quad (a > 0)$

本书以后所講的方根,都是指算术根而言的。

§7 正有理数的算术根 我們已經知道,一切正負数(整数或者分数)和零統称为有理数。一切有理数在进行四則运算或者乘方的时候,所得的結果还是一个有理数,但是一个正有理数的算术根,就不一定是有理数。例如,可以証明, $\sqrt{2}$ 的算术根就不是一个有理数。

要証明 $\sqrt{2}$ 不能是有理数,只要証明沒有一个正有理数的平方等于 2 就可以了。

因为任何正有理数都可写成 $\frac{m}{n}$ 的形式,这里 m 和 n 是互質的