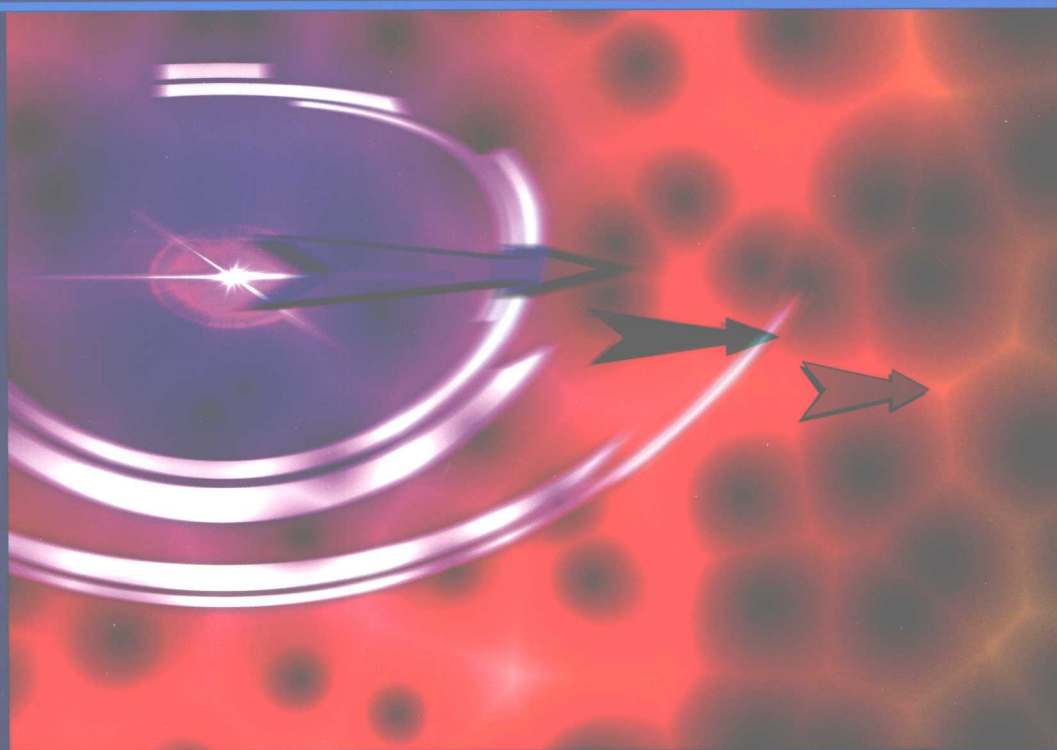


源于教学 · 高于教学

—— MM方式演绎

Development & Evolution of MM Education
in Mathematics Teaching

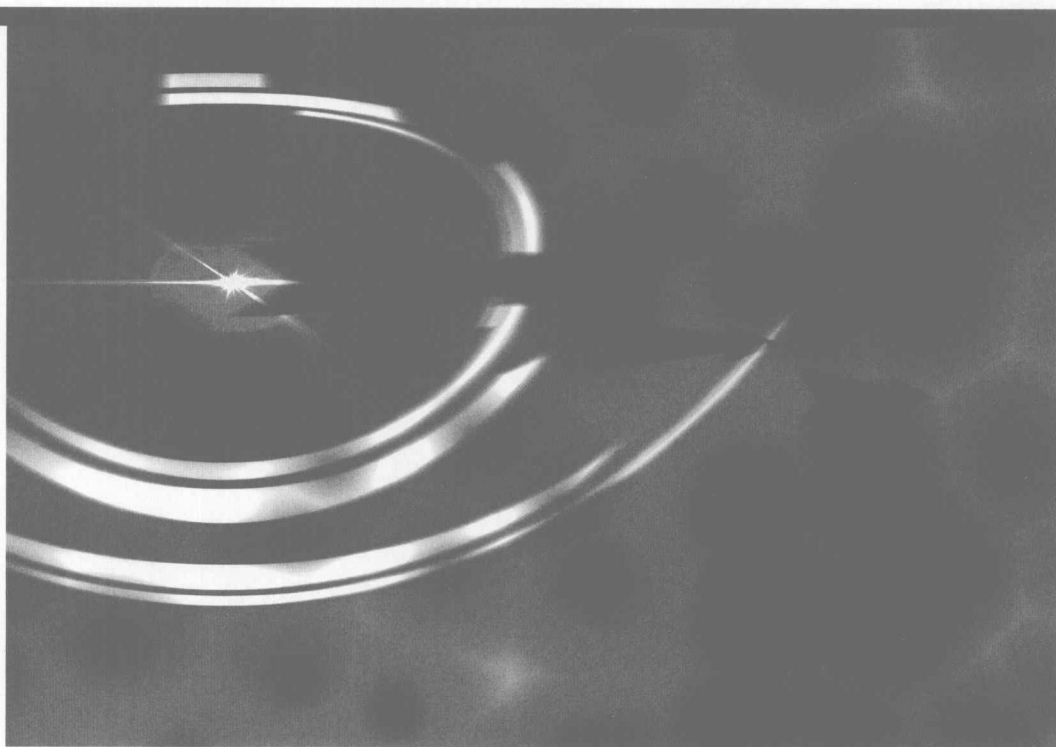


胡建庭 王名扬 唐志华 徐沥泉 编著

源于教学·高于教学

—— MM方式演绎

Development & Evolution of MM Education
in Mathematics Teaching



胡建庭 王名扬 唐志华 徐沥泉 编著

大连理工大学出版社 | DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

源于教学·高于教学:MM方式演绎/胡建庭等编著. —大连:大连理工大学出版社,2009.8

ISBN 978-7-5611-5050-4

I. 源… II. 胡… III. 数学方法—方法论—应用—数学教学—教学研究—文集 IV. O1-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 146226 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn URL:<http://www.dutp.cn>

大连金华光彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm 印张:18.75 插页:4 字数:409 千字
2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:王颖鑫

责任校对:王 辉

封面设计:苏儒光

ISBN 978-7-5611-5050-4

定价:88.00 元



王梓坤（院士）

MM 数学研究和数学方法系国内首创，是数学界的重要创新。它不仅有充足的理论依据，而且在相当广泛的范围内取得了很好的实际效果。通过 20 周年纪念，MM 课题一定会更加完善，水平更加提高，并将取得更大的成绩，为我国的数学教育和研究作出更多的新贡献。

2009 年 2 月于北京

王光明（教授）

MM 教育方式

—— 我国数学教育百花园中的瑰宝。



2009 年 3 月 14 日



祝贺“MM实验”二十年

刘绍学

（北京师范大学 数学科学学院）

我第一次接触 MM 教学法是 1997 年在武汉召开的 MM 教学交流会上。即我作为数学通报主编了解中学数学教学情况的一次活动。虽然是第一次接触，但 MM 教学方法的主张及其实践活动，却给了我深刻的印象，可以说是“一见如故”。

MM 教学法使我一下子就联想到我的老师傅种孙先生的教学。傅先生在我大三的时候（1949）给我们班讲近世代数课。从小学到大学听过很多优秀教师的课、名家的课，给我留下很深的印象。然而，听过一学期傅先生的课后，我就非常明确了：将来教书时，就要以傅先生的教学为榜样，学习傅先生的教学。

1997 年我写过一篇小文，记叙我对傅先生教学的两点印象：讲体会，并在某些关键处想出“醒耳”的语言，画龙点睛出自己的体会。这是有时花力气也不容易做到的。钱（学森）老在数十年后回忆中学生活时，仍记得傅先生在课堂上讲的一段话（大意）：“只要承认这些前提，这些几何定理就是对的。在地球上对，到了火星上仍然是对的”。我觉得，这是傅先生对公理法的深入理解和热情赞赏，又很有想象力地采用绝妙语言去表达。真是言者有意，听者有心。借用别人的体会，借用别人的语言，在教学中也会有好的效果。但那最多是讲邻家小孩的故事的效果，绝没有讲自己亲生儿女的故事时那种亲切感人的效果。关于自己的教学，我也曾这样写过，“应该承认，在课堂上有许多时候我是把数学作为‘神学’硬着头皮搬给同学们的，对此我心中是有歉意的。多亏我的科研经历，它在很多情形下帮助我理解或设计出书上的定理是如何在人们的手中试验、摸索和制作出来的。当学生们听着这样的讲述而面露会心微笑时，我最认识到自己科研的价值和意义。”我确信，许多老师，特别是 MM 教学方法的实践者，都会与我有同样的感受。

我认为 MM 教学法的主张和傅先生的实际教学的作为是一致的：学习数学，理解数学，研究数学。要深入理解教学内容，要对教学内容有感受、有体会，虽然不能对所有内容都做到这一点（这是很难做到的），但一定是努力去做了。这是教好课的首要条件。

谨以此短文祝贺 MM 课题实施二十年。

2009 年 1 月 17 日

MM 课题经典留念



2004 年 7 月 5 日于哥本哈根科技大学, 徐沥泉与国际数学教育委员会秘书长、加拿大数学会副会长 B R. 霍奇森 (右) 教授在第 10 届国际数学教育大会开幕式上合影



2004 年 11 月 19 日 PM7 无锡代表与天水师范学院数学与信息科学学院领导 (左 5 为何万生教授、院长) 及教师合影



2005 年 3 月 24 日徐利治教授 (右 2)、林夏水研究员 (右 1) 和杨世明先生 (左 2) 在无锡考察指导 MM 实验期间由胡建庭校长陪同在锡惠公园休息、游览



2005 年 3 月 25 日徐利治教授、林夏水研究员、杨世明先生应邀访问无锡市辅仁高级中学



2006 年 10 月 25 日于新疆昌吉, PM8 无锡代表与王梓坤院士 (左 3) 在一起



2007年5月17日柏林自由大学 K.D 格拉夫教授（左1）专程来无锡访问考察 MM 实验，受到无锡市教育研究中心主任徐敏南先生（中）的热情款待



2007年6月27日《发生认识论与抽象度分析法》结题鉴定会



2008年5月24日徐利治教授（右2）、林夏水研究员（左2）在无锡市梅梁中学与实验教师在一起



2008年9月28日 PM9 在西南交通大学国际会议厅举行



2008年9月28日 PM9 开幕式上成都市副市长傅勇林教授致欢迎词



2008 年 9 月 30 日 PM9 闭幕式上西南交通大学附属中学数学组老师与徐利治教授等合影



2008 年 9 月 30 日 PM9 闭幕式上无锡、南京代表与徐利治教授等合影



2008 年 11 月 27 日无锡市 MM 课题组新老成员聚集于三高中, 召开纪念 MM 课题实施二十年座谈会 (中、左下、右下图)。右下图左起胡建庭 (MM 课题实验教师, 现三高中校长); 周公贤 (时任课题组组长); 胡锡栋、仇士荣 (时任无锡市教科所所长、书记)



周家禧

男，1946年8月26日生，湖南省永顺县人，毕业于南京师范大学，江苏省特级教师，享受国务院特殊津贴。高三数学教师，班主任。

主要业绩

任班主任期间，倡导“既重教书，尤重育人”，全面贯彻党的教育方针，围绕教学管理中出现的种种新情况、新问题，结合实际情况，有针对性地引导培养学生良好的综合素质，使他们在德、智、体、美、劳等方面全面发展。

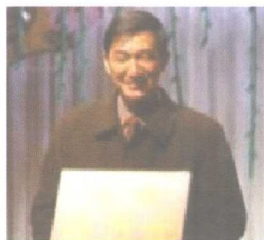
教学工作及荣誉

在教学方法上，深入浅出，循循善诱，逐步建立了具有自身特色的科学教育体系，所带的班级多次被评为市、县级文明班，1991年曾有3位被辅导的学生因数学竞赛成绩优异同时被复旦大学免费录取，1989年被评为全国优秀教师，1998年被县政府评为全县精神文明十大杰出形象中的教师形象代表，授予“辛勤耕耘的园丁形象”称号。

在教育科研方面是学校的骨干与带头人，与无锡市教育研究中心徐沥泉先生共同研究实验的MM教育方式，为数学的现代素质教育作出了重要贡献。

主要论著

《发现的设计与经历》、《MM实验回顾与小结》、《如何培养学生的听课能力》等论文发表于《数学教育学报》。《诱导公式与对称群》发表于中学数学教学参考。《我是怎样应用MM方式组织教学的》发表于台湾中央研究院数学研究所主办的《数学传播》杂志等。



赵维坤

工作感言

今天能有这样的机会，向全校的领导和同仁汇报自己的工作，我倍感荣幸，感谢学校党委、校长室，感谢各位老师，感谢亭湖初中董事会。

2003年，40岁的我被授予“盐城市有突出贡献中青年专家”。作为一名教师，当从市委张书记手中接过获奖证书时，我十分激动，是一中和谐宽松的工作氛围影响了我，是一中团结奉献的教师群体支撑着我，是一中胸怀以人为本理念的领导造就了我。在此，我再次深深地感谢在座的各位领导、老师对我的关心、厚爱。从1982年走上工作岗位，迄今已有22个年头了。我的工作经历，最大的体会和感触有三点：坚持学习，致力科研，大胆实践。下面就从这三方面向大家作一汇报。

一是做一名坚持学习、终生学习的现代教师；

二是做一名理念先进、敢于实践的现代教师。

通过理论学习，在不断更新自己观念的同时，我也产生了搞教改实验的念头，搞教学改革事实上也将教与研统一了起来。

1998年我接任初一实验教材班，当年在数学教育学报上看到介绍《MM教育方式实验研究》的文章，立即与“MM教育方式”发起人徐沥泉先生联系，接受指导，认真组织实验，率先在全国将中学数学实验教材的教学与MM教育方式结合起来，承担了省级重点课题《推广“MM”教学法，构建数学教育实验学》子课题的研究，取得了一定成果。1999年在我校召开了省中学数学教学改革研讨会，研究课《直角三角形斜边上中线的性质》受到与会的各大市教研员和中科院数学所罗声雄研究员等专家的一致好评。所写论文《重视概念教学的思维过程》在全国MM教育方式研讨会上获一等奖，结题论文《在中学教学实验教材的教学中贯彻数学方法论的做法与体会》在2001年全国“紫金杯”数学创新教育优秀论文评选交流活动中获一等奖。在使用实验教材的三年中，得到了学校领导、数学组同仁们的大力帮助，因此1999年学校被教育部《中学数学实验教材》领导小组表彰为先进单位，2001年获教学一等奖。



杨冠霞

男，1943年11月生，江苏无锡人，1965年毕业于山东曲阜师范学院数学系，系青岛二中数学教师。2004年退休，退休前系青岛二中数学教研组长。山东省特级教师，青岛市数学会理事，青岛市首批中小学学科带头人，中国数学奥林匹克高级教练，山东省初等数学研究会副会长。

荣誉与成果

先后荣获山东省富民兴鲁劳动奖章，全国模范教师称号，享受国家政府津贴。

著有《高中数学的教育方式——基础与境界》（中国海洋大学出版社），在国家级、省级刊物上发表学术论文20余篇，1999年提出“学科特征统筹教学法”，2001年参与全国“MM教育方式”的实验研究与推广工作，在实验与理论上有独到见解。从事奥林匹克数学竞赛辅导20余年，1997年作为主教练之一，辅导学生获第38届IMO金牌，20余年中，所辅导的学生获全国联赛一等奖30余人次，参加冬令营集训队10余人次。

总 序

“太湖烟波碧沉沉 渤海嗒淋^①沁人心。”

由大连理工大学出版社出版的“数学方法论应用传播丛书”，与读者见面了。这是我国数学科学与数学教育文库百花园中的一簇奇葩。

先让我们扼要地回顾一下这套丛书的由来。

1987年8月，无锡市的数学老师应邀出席了由大连理工大学应用数学研究所主办的“全国数学方法论和数学史学术研讨会”。在此期间，一连六天，我国著名数学家徐利治教授作了关于“数学方法论和G·波利亚数学教育思想”的系列讲座。尔后，无锡市的老师又出席了由周春荔先生、杨世明先生在首都师范大学主持召开的“全国首届波利亚数学教育思想学术研讨会”。

返锡后，他们在时任无锡市教育局局长周稽裘先生的亲自部署和直接领导下，在无锡市原教研室主任、特级教师李永灿先生的支持与指导下，成立了无锡市MM(Mathematical Methodology)课题组。教育行政部门组织和协调市教育科学研究所、市教研室和江南大学·教育学院等各方面的研究力量，“强强联合”协作攻关，设计出“贯彻数学方法论的教育方式，全面提高学生素质”的数学教育实验(简称MM实验)课题。从此，在中国无锡市正式拉开了把数学方法论和波利亚数学教育思想直接应用于数学教育教学实践的序幕。

此后，在时任江苏省教委主任袁相碗教授、副主任周稽裘先生的关心支持下，在无锡市教委主任林建坤先生的直接参与和领导下，MM课题先后列入江苏省教育科研“八五、九五”重点项目和国家教委“八五规划”项目。

经过5年实验，证明MM教育方式不仅减轻了师生的负担，而且提高了老师的数学水平和教学水平，从而提高了教学质量。因此，它于1994年通过了受江苏省教委委托，由王梓坤院士、徐利治教授组成的专家组的鉴定，并获得高度好评。

① “大连”原本是满语中“嗒淋”的译音，本意是“海滨”之意。

MM 实验从设计到确立为一种教育方式(MM 教育方式),并且推广到全国十几个省、市、自治区,迄今已经整整 20 年.这其中倾注了设计者、实验者、推广者的大量心血.当年参加实验和推广的老师已经陆续退休了,而且随着年龄的增长,他们将无法到全国各地亲自指导和推广 MM 实验.这就提出一个问题:如何使 MM 实验继续推广下去,使 MM 教育方式世代相传,并且随着时代的发展而不断发展?

当然,作为实验,已经出版过两本教材.杨世明、周春荔、徐沥泉等著的《MM 教育方式:理论与实践》(2002 年)和徐沥泉著的《教学·研究·发现——MM 方式演绎》(2003 年).不过,MM 实验需要具备一定的条件,这就使得它的传播带有一定的局限性.特别是对于不具备实验条件,又希望在数学教学中贯彻 MM 教育方式的一些重要教育思想和教学方法的老师来说,则需要一部能概括 MM 实验、MM 教育方式的普及书.因此,我在 2006 年于新疆召开的数学科学方法论研究交流中心理事会上提议:撰写一部“MM 教育方式”雅俗共赏的书籍.

现在,我国各地 MM 实验点一线教师,以及热心于数学方法论的理论传播和应用研究的大、中、小学数学教师和教学研究人员集思广益,共同努力,分工协作撰写的“数学方法论应用传播丛书”,终于正式出版了.她比我原先设想的 MM 教育方式普及性书籍能更全面地传播数学科学,传播数学方法论,传播数学文化,传播数学的精髓.是一套让人走进数学,理解数学,鉴赏数学,品味数学,直到热爱数学和应用数学,宣传数学思想方法的高级科普读物.

丛书作者的知识结构、年龄结构合理,在丛书写作方面具有最佳的主体结构.作者的年龄跨度从 33 岁至 89 岁,这是少见的,也是十分可喜的.我国一批著名数学家、科学家都十分关心和支持数学方法论的研究与普及工作,关心数学科普作品的撰写与出版.王梓坤教授的《科学发现纵横谈》一书,就给我们如何撰写科普著作做出了榜样.该书对从事理科和文科工作的同志都起到了很好的教育作用.本套丛书的作者也认真学习和尝试了这种风韵.

值此 MM 课题实施 20 周年之际,王梓坤院士和刘绍学教授等又为 MM 实验纪念活动,为本套丛书的出版发来了热情洋溢的贺词与贺信.年届 90 的徐利治教授亲自撰写有关 MM 教育方式的论文和《MM 教育方式:理论与实践》一书的序言.“天下士非一方之士,人伦师乃万世之师.”他们为本套丛书留下了珍贵的作品和墨宝,他们的思想在这套丛书中得以充分体现,以飨读者.作为一名数学哲学工作者,看到这些著名数学家和科学家为数学科普工作付出的辛劳,我感到由衷的欣慰.

丛书共有八本专著和一本编著.《源于教学·高于教学——MM 方式演绎》一书,是《教学·研究·发现——MM 方式演绎》(科学出版社,2003 年 3 月)的姊妹篇,其中收录了全国

各实验点 70 余位老师的专题论文、研究报告、教学设计和教学实录。他们之中有著名学者，大学教授、副教授、讲师和初出茅庐的博士、硕士；有中、小学的特级教师、高级教师；有享受国家和地方政府特殊津贴的专家，全国模范教师、先进教师和科技拔尖人才。

《合情推理趣引》、《数学——直觉与逻辑的交响乐》、《数学和谐美》等著作，揭示和展现了数学发现和发明过程中直觉思维、形象思维和逻辑思维交融的旋律。数学和文学、数学和艺术都是相通的。

数学是研究抽象事物的，它的抽象性保证了其应用的广泛性。如何教育学生从具体事物中抽象出数学问题？《学会抽象与建模》一书的许多数学模型都是从日常生活中以及我们身边的例子提炼（抽象）出来的，有一部分是中学数学课堂教学的实例，还有一部分是由中学生从自己周围的具体事例中抽象概括出来的数学模型和他们的获奖作品，颇具特色，也有一定的应用价值。学会抽象与建模应该成为学习数学的一种技能。

数学教育是人类的一件大事。古往今来，许许多多数学家、教育家、教师和数学教育工作者，一直在“摸着石头过河”。怎样摸得更好？怎样避免陷入泥潭？记得一位伟人说过：“人类总得不断地总结经验，有所发现，有所发明，有所创造，有所前进。”那么，《数学·教学·哲学》和《世纪婚约——哲学与数学教育联姻的实践与思考》这两部著作将给我们带来深刻的启迪与思考。它将帮助我们回答数学的本质是什么，数学教育和数学教学的本质又是什么，在数学教学中怎样提高学生的一般科学素养，增进社会文化修养，形成和发展数学品质，从而全面提高学生的素质。

一个好的数学教师，他的任务是帮助学生了解数学文化、喜爱数学文化、陶醉于数学文化，进而让学生学会用数学家的思维方式思考问题、解决问题。正如波利亚所说，让处于性格极易改变的青少年时期的学生，养成善思的好习惯，从而改变他们一生的命运。《从喜欢到入迷——学好数学的秘密》一书的作者将以自己的亲身经历说明如何用以上思想来教育学生，让学生从害怕数学、讨厌数学的困境中解脱出来，从而热爱数学，迷恋数学。从一二十分到全年年级前三名，一些看来是神话般的例子，确实是现实的，关键是要真正地了解数学及其教学方法。

《数学思想赏析》一书内容丰富、内涵深刻，作者居高临下，又深入浅出。可供非数学专业的读者领略和赏析数学美，学到一定的数学常识、数学知识、典型的数学思想与方法；也可供爱好数学和数学专业的读者在茶余饭后分享与品味作者精心设计与制作的数学实例。它会引起具有较好数学基础和具备较高数学素养的读者的共鸣。

总之，本套丛书是具有数学科学方法论特色、兼具鉴赏性和教材性的数学专题科普著作。同时，她又沟通了文理科学，内容丰富，事例翔实，起点有高有低，读者可各取所需，适合

于广大数学爱好者阅读.

“数学方法论应用传播丛书”的宗旨是:走进数学,理解数学,养成数学思维,欣赏数学的美;品味数学,启迪心智,增强数学修养,弘扬数学文化.我们要提倡、鼓励和采取有效机制让学习和从事文科的人们读一点自然科学的科普读物;学习和从事理科(含数学)的人们阅读和鉴赏一些文学、艺术名著.开阔思路,从事跨学科的研究工作,把各自的思维活动发挥得淋漓尽致,不断地实现科学研究中的发明和发现.

林夏水

2009 年 2 月 15 日

俏也不争春 只把春来报^①

——从“MM 教育方式”想到的

（代前言）

当我们在专栏“MM 教育方式”之后添上序号（一）时，又一次感到了“这支笔重千钧”。积极宣传与推广近年来卓有成效的数学教学改革实验，是迎接新世纪的重要选题之一。编辑部为之身体力行了，但面对其他积压众多的稿件，仍不敢加大力度，比如 1998 年第 1 期对 GX 实验的介绍，就侧节过多，留下诸多遗憾。怎么办？还是聪明的读者提醒了我们，“伤十指不如断一指”——请把编辑部对来稿的要求转化为自我行动吧！

于是呈现在大家面前的“MM 教育方式（一）”集中了反映 MM 课题发源地——无锡市的斑斑风采。从这里你或许可以初步领略到“MM 教育方式”不仅对初中、高中数学教学卓有成效，而且在职业教育、成人教育中亦精彩纷呈；不仅可在一般数学教学中多方探析，而且对如何破题海战术、如何进行审美教育亦威力不凡；不仅可提高中等偏下水平的学生学习数学的兴趣，而且对理科班、文科班都不会降低升学率……

徐沥泉先生的“MM 实验回顾与小结”无疑是了解 MM 实验的一把钥匙。但除了历史与成绩，我们还想提请大家着重学一学 MM 课题组“被别人打倒了也是贡献”的奉献精神与探索勇气。MM 教育方式好在哪里，有哪些值得学习的地方？大家读后自有己论。而一个数学教学改革实验能够做到“学生愿接受，老师可创新，家长不反对，领导也支持”无疑是她强大生命力的反映。人们当然也要认真思索：这生命力究竟源于哪里？北京、天津的有关文稿以及杨世明先生的“MM 实验评价与展望”将组成本刊 1998 年第 3 期的专栏

① 为推广应用 MM 教育方式，《数学教育学报》于 1998 年 5 月和 8 月连续两期开辟专栏，介绍“MM 实验的内容、方法和意义”。本文系张国杰教授（该刊创始人之一）为《MM 教育方式》（一）撰写的按语（《数学教育学报》，第 7 卷第 2 期，1998 年 5 月）。谨借此以代本书前言。

“MM 教育方式(二)”,这种“分割”只有一个理由:篇幅所限.读者理应把她们作为一个整体来认识.“MM 教育方式”是数学教育花园里一枝富有朝气的小花,但她“俏也不争春,只把春来报”,因此她欢迎人们以挑剔的眼光来审视她,可以品头论足,也可以说三道四,更可以用不同的观点来评价她.实际上,只有用新世纪的重锤去反复敲打一切初见成效的数学教育改革成果,我们才能完成“具有中国特色的数学教育理论”这张答卷.

张国杰