

机关职工業余中学課本

数 学

北京师范大学数学系教材編写組

科学技术出版社



写在前面

在毛主席教育方針指导下，我們走出了課堂，下到职工同志們中去，从而了解到在大鬧技术革命的今天，职工同志們迫切要求學習数学知識，以便把技术革命推向新的高峯。

但是按照原来的数学課本，一个沒有学过数学的同志要想学完全部中、小学的数学課程，需要十二年的時間。这就完全不能滿足当前大躍进形势的需要。

为了滿足当前的需要和职工同志們學習文化的迫切願望。我們在党的领导下，破除迷信，敢想敢干。訪問了許多工人以及北京师大工农速中、北京工农教师进修学校、北京师大附中和北京四十六中学的老师們。他們給我們以很大的支持和鼓舞。所以我們認為有必要也有可能把原教科書进行一次革命，把一些实际中沒有多大用处的东西刪去，將原教科書中重复的地方重新进行安排。特别是职工同志拥有非常丰富实际知識，他們是最聪明的人。于是我們大胆的把要十二年学完的課本編成三年学完的职工業余学校数学課本。課本在叙述上尽量作到簡單与通俗。但由于編写过程中联系实际很不够(尤其是習題)，所以本書一定会有很多缺点甚至錯誤。由于我們实际知識和理論知識都很不够，因而此書还不能达到綜合数学的标准，而仅仅为綜合数学教科書的誕生作了一些准备工作。

这本教科書是在党的领导下，依靠了工人同志們和一些中学教师的鼓励下完成的。在此謹对一切支持我們工作的同志們表示衷心的感谢。今后还希望广大的讀者

對本書提出批評和意見，我們也將表示衷心的謝意。今後我們要繼續深入到廣大職工中去，而且也希望廣大職工協助我們，供給我們一些實際材料 and 對這本書的意見，為編寫綜合數學教科書共同努力。

本書可作為職工業餘學校數學課本。全部學完本書即相當於高中畢業水平。採用本書的職工業餘學校教師可根據學員的實際情況適當增加新的內容或補充。並且希望能把實際經驗告訴我們。本書也可供職工自學之用，自學時還可參考其它的數學書。

北京師範大學數學系教材編寫組

目次

第一章 整数	1
第一节 基本概念	1
第二节 整数的四则运算	2
第三节 数的分解	15
第二章 分数	20
第一节 基本概念	20
第二节 分数四则	23
第三节 百分数	31
第四节 小数	33
第三章 簡單的統計圖表	38
第四章 实数	42
第一节 有理数	42
第二节 乘方和开方	47
第三节 無理数	49
第五章 代数式	51
第一节 代数式	51
第二节 整式	52
第三节 因式分解	62
第四节 分式	66
第五节 無理式	72
第六章 比和比例	78
第一节 比和比例	78
第二节 正比例和反比例	80
第七章 一次方程	85
第一节 方程	85
第二节 一元一次方程	93
第三节 分式方程	101
第四节 一次方程組	106

第八章 平行綫	121
第一节 直綫和角	121
第二节 平行綫	126
第三节 对应边互相平行或互相垂直的两个角	128
第九章 三角形	132
第一节 基本概念	132
第二节 軸对称的圖形	134
第三节 三角形三內角之和等于 180°	135
第四节 三角形的全等	136
第五节 三角形中边角之間的关系	138
第六节 基本作圖	141
第十章 相似三角形	148
第一节 相似的概念和三角形相似的判断定理	148
第二节 关于比例綫段的定理	152
第三节 三角形中各綫段之間的关系	157
第十一章 圓	164
第一节 圓的一般概念及弧、弦、弦心距的关系	164
第二节 直綫与圓的相互位置和圓与圓的相互位置	168
第三节 和圓有关的角与切綫的作法	170
第十二章 函数及其圖象	178
第一节 函数	178
第二节 圖象	180
第三节 二元一次方程組的圖象和討論	185
第四节 二次函数及圖象	188
第十三章 二次方程	201
第一节 二次方程	201
第二节 二元二次方程組	216
第三节 無理方程	220
第十四章 指数与对数	222
第一节 指数的一般概念及其推广	222
第二节 指数函数	227
第三节 对数	229

第四节	十进对数	234
第五节	对数表的结构及使用	237
第六节	对数的实际应用	241
第十五章	三角函数	245
第一节	角与弧的度量与弧长	245
第二节	三角函数的定义	246
第三节	$0^\circ - 360^\circ$ 间三角函数值的变化	251
第四节	已知三角函数值作角	258
第五节	同角三角函数间的关系, 八个公式	259
第六节	三角函数表、三角函数对数表的用法	262
第七节	解直角三角形	264
第八节	两角和差的三角函数	268
第十六章	多边形	274
第一节	平行四边形	274
第二节	几种特殊的平行四边形	276
第三节	梯形	278
第四节	相似多边形	279
第五节	正多边形和圆	281
第十七章	面积	289
第十八章	解斜三角形	303
第一节	解斜三角形的基本定理	303
第二节	解斜三角形的基本公式	309
第三节	解斜三角形的基本类型	315
第十九章	等差数列与等比数列	323
第一节	等差数列	323
第二节	等比数列	329
第二十章	表面积和体积的计算	334

第一章 整 数

第一节 基本概念

一、自然数的概念 一个物体添上一个物体是两个物体，两个物体添上一个物体是三个物体，……表示这些物体个数的一、二、三、四、……叫做自然数，也叫做整数。

我們用零表示沒有物体；零也算作一个整数。

我們用0、1、2、3、4、5、6、7、8、9这十个符号(数码)分別表示零、一、二、……九这十个数。用这十个符号能表示出所有大大小小的整数。

二、單位換算 在日常生活或工作时常常需要計算物体的重量，綫段的長短，由于这个实际的需要，我們規定一套計算重量、長度的标准，这些标准就是各种單位。

从下面几个表里可以看出它們的換算关系。这些都是常用的，我們應該記住。

名 称	千 米	米	厘 米
等 量	1000米	100厘米	10毫米

名 称	石	斗
等 量	10斗	10升

名 称	里	丈	尺	寸
等 量	150丈	10尺	10寸	10分

名 称	斤	兩
等 量	16兩	10錢

1米=3尺；1公里=2里；1公升=1升，1公斤=2斤，
1吨=2000斤。

[註]有的地方1斤=10兩。

習 題 一

1. 表示下面各数:

- (1) 湖北谷城县一农业社每亩收获中稻 五万二千六百五十八斤。
- (2) 1958年全国人民生产了一千一百万吨钢。
- (3) 1958年全国已有四千八百一十五万人摘去了文盲帽子。
- (4) 美国的人造卫星将近十四公斤;而苏联的人造卫星有一千三百二十七公斤。

2. 表示下面各数并且读出来:

(1) 最小的三位数:

(2) 最大的三位数。

3. 求出以下的关系:

(1) 3丈=?尺;

(4) 5吨=?斤,

(2) 2米=?尺;

(5) 4公斤=?斤,

(3) 3里=?米;

(6) 6石=?升。

第二节 整数的四则运算

一、加法

例 为了支援农村“轴承化”，要把工人分为两班工作，第一班需 980 人，第二班需 720 人，一共需要多少人？

想要求一共多少人，需要把第一班的人和第二班的人合在一起，这样就得出共需 1700 人。在计算这一类问题的时候，我们写成下面的算式：

$$\begin{array}{rcccccc} 980 & + & 720 & = & 1700 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{加} & & \text{加} & & \text{等} & & \text{和} \\ \text{数} & & \text{号} & & \text{数} & & \text{号} \end{array}$$

念作 980 加 720 等于 1700。求两个数的和的方法叫加法。

若要把三个数或更多的数相加，可以先把前两个数相

加，再加上第三数，这样逐步相加，直到最后一个加数为止。
例如：

$$3+5+7=8+7=15;$$

$$4+7+2+1=11+2+1=13+1=14.$$

实际作加法的时候，我們常用像下面这样的算式：

$$\begin{array}{r} 732 \\ +345 \\ \hline 1077 \end{array}$$

下面我们算几个加法的计算题：

$$\begin{array}{r} 86 \\ +12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 350 \\ +265 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 9136 \\ +4525 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 37961 \\ +28732 \\ \hline \end{array}$$

通过这几个题，我們知道了加法怎么算？作加法时应该注意：

(1)位置一定要对齐。个位对个位，十位对十位，……由右往左从个位开始计算；

(2)个位相加后恰巧等于10或超过10，可以依照进位规则进位。

加法满足以下两个定律：

1. $4+6$ 和 $6+4$ 的和是10；同样 $15+20=20+15=35$ 。所以作加法时加数可以交换位置，它们的和不变。这就叫加法的交换律。如果用 a, b 表示任意两个数，这个定律可以写成下面的一般形式： $a+b=b+a$ 。

同样，作三个加数或更多加数的加法时，也可以交换其中任何两个加数的位置。例如：

$$\begin{array}{ll} 5+16+4=25, & 5+4+16=25; \\ 6+7+12+3=28, & 3+7+12+6=28. \end{array}$$

$$1. (1) \quad (8+7)+5=15+5=20\text{①};$$

$$(2) \quad 8+(7+5)=8+12=20.$$

比較兩種算法，我們知道在三個數相加時，把前兩個加數或後兩個加數先加在一起，再和剩下的數相加，它們的和還是相同的。這就叫做加法的結合律。用 a, b, c 表示任意三個數，這個定律可以寫成下面的一般形式：

$$(a+b)+c=a+(b+c).$$

應用加法的兩個定律，有時可以使加法的計算簡單。

$$\begin{aligned} & 172+69+31+28 \\ & = (172+28)+(69+31) \\ & = 200+100 \\ & = 300. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 149+(251+360) \\ & = (149+251)+360 \\ & = 400+360 \\ & = 760. \end{aligned}$$

上面兩個例子用了什麼定律？

二、減法

例 車間原有 189 人，為了支援外廠調走了 16 人，還有幾人？

在解這個題的時候，需要從 189 中去掉 16 人，這樣我們得出還有 173 人。在作這一類問題的時候，我們寫成下面的算式：

$$\begin{array}{ccccccc} 189 & - & 16 & = & 173. \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{被} & & \text{減} & & \text{減} & & \text{等} \\ \text{減} & & \text{號} & & \text{數} & & \text{號} \\ \text{數} & & & & & & \text{差} \end{array}$$

① 加括号 () 表示先把括号內的兩數相加。

唸作 189 減去 16 等于 173。求从一个数減去一个数的差的方法叫做減法。

在上面的問題里，支援外厂的人数加上留下的人数等于原有人数：

$$16 + 173 = 189.$$

所以減法实际上就是知道两个加数的和 (189) 及一个加数 (16)，求另外一个加数 (173)。

要从一个数減去几个数，可以先減去第一个数，再減去第二个数，这样逐步相減，直到減去最后一个減数为止。例如：

$$24 - 8 - 9 = 16 - 9 = 7.$$

实际作減法的时候，我們常用如下的算式：

$$\begin{array}{r} 236 \\ - 48 \\ \hline 188 \end{array}$$

在多位数的減法时，可以看成是各个部份的減法，一个部份是个位和个位相減，第二个部份是十位和十位相減……，如某一个部份里被減数比減数小（例如 6 比 8 小），可以在上一个部份借来 1 当做 10 再相減（即 16 減去 8），上一部份被減去 1 后就少了“1”。

下面我們練習一下減法的运算：

$$\begin{array}{r} 396 \\ - 123 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 407 \\ - 198 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{r} 1987 \\ - 1096 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ - 17 \\ \hline \end{array}$$

在一些習題中，加、減法常常混在一起計算。

例 一車工上午做出 863 件产品，其中 81 件是廢品；下午他做出 900 件，全是成品，他一共做出多少件成品？

$$863 - 81 = 782, \quad \text{上午的成品,}$$

$$782 + 900 = 1682, \quad \text{上、下午总的成品。}$$

写成一个算式：

$$863 - 81 + 900 = 1682.$$

習 題 二

1. 回答：

(1) $472 \div (40 + 128) = ?$

(2) $1 + 3 + 4 + 7 + 6 + 9 = ?$

(3) $360 + (50 + 140) = ?$

(4) $46 + 812 + 188 + 4 + 72 = ?$

2. 計算：

(1) 一个工厂生产車床，按計劃生产 8159 台，到了八月底，除完成計劃外，还超額完成 8401 台，問实际生产多少台？

(2) 二車間，老工人 40 人，技術員 16 人，青年工人 140 人，一共多少人？

(3) 四个工人开展生产竞赛，甲做 6201 件产品，乙比甲多做 360 件，丙比乙多做 86 件；丁所做产品等于甲乙丙三人产品的总和。問丁生产了多少产品？

3. 試求□內的数字：

$$\begin{array}{r} 38\square8 \\ + 274\square \\ \hline \square\square143 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\square00 \\ - 9\square7 \\ \hline \square183 \end{array}$$

4. 試用簡便方法計算下列各題：

(1) $4653 + 998 = ?$

(2) $4089 + 1005 = ?$

(3) $9988 + 2654 = ?$

(4) $14561 - 10008 = ?$

三、乘法

例 某車間有六個小組，每小組七人，全車間有多少人？
要求一共有多少人，就是要把六個小組的人數加起來。

$$7+7+7+7+7+7=42(\text{人})。$$

这种算法比較麻煩，所以遇到这类問題，我們不用加法而用乘法。把6个相同的7相加，我們就說用6去乘7，写成算式是：

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & \times & 6 & = & 42 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \text{乘} & & \text{乘} & & \text{积} \\ \text{数} & & \text{号} & & \text{数} \end{array}$$

所以乘法是相同加数的加法的簡便算法。

为了很快地算出积来，記住乘法九九表对計算有很大帮助。

乘数 乘数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

因为乘法就是相同加数的加法的簡便算法，所以任何一个数和零相乘結果永远是零。例如：

$$5 \times 0 = 0, \quad 0 \times 5 = 0, \quad 0 \times 0 = 0。$$

要把几个数相乘，可以先把前两个数相乘，再和第三个

相乘，这样逐步相乘，直到最后一个乘数为止。例如：

$$15 \times 4 \times 8 = 60 \times 8 = 480.$$

实际作乘法时，常用如下的算式：

$$\begin{array}{r} 122 \\ \times 13 \\ \hline 366 \\ 122 \\ \hline 1586 \end{array}$$

例 1.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 4 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

例 2.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 7 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 3 \\ \hline 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 46 \\ \times 5 \\ \hline 230 \end{array}$$

两位数以上的乘法，先用一个乘数的个位数乘另一个乘数，再用那个乘数的十位数去乘另一个乘数，总的结果是上面两个积的和。

例 3.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 24 \\ \hline 48 \\ + 24 \\ \hline 288 \end{array}$$

更多位数的乘法也是用一个乘数中的各个数去乘另一个乘数，最后把它们积加在一起。

例 4.

$$\begin{array}{r} 1369 \\ \times 22456 \\ \hline 8214 \\ 5476 \\ 2738 \\ 336774 \\ \hline \end{array}$$

乘法满足下面的定律，这些定律很有用。

1. (1)、 $6 \times 4 = 24$.

(2)、 $4 \times 6 = 24$.

兩種算法得到相同的結果；

$$6 \times 4 = 4 \times 6.$$

在作乘法時，調換兩個乘數的位置，它們的積不變。這就叫乘法交換律。

若用 a, b 表示任意兩個數，這個定律可以寫成下面的一般形式：

$$a \times b = b \times a.$$

同樣，幾個數相乘時，也可以調換任意兩個乘數的位置。

2. (1)、 $(351 \times 5) \times 2 = 1755 \times 2 = 3510$;

(2)、 $351 \times (5 \times 2) = 351 \times 10 = 3510$.

兩種算法的結果一樣：

$$(351 \times 5) \times 2 = 351 \times (5 \times 2).$$

三個數相乘，先把前兩個乘數或後兩個乘數相乘，再和剩下的數相乘，它們的積不變。這就叫乘法結合律。

用 a, b, c 表示任意三個數，這定律可以寫成以下的一般形式：

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c).$$

同樣，幾個數相乘時，也可以先求任何兩個乘數的積，再和其餘乘數相乘。例如：

$$3 \times 8 \times 5 \times 20 = (3 \times 20) \times (8 \times 5) = 60 \times 40 = 2400.$$

3. (1)、 $(4 + 3) \times 10 = 7 \times 10 = 70$.

(2)、 $4 \times 10 + 3 \times 10 = 40 + 30 = 70$.

兩種算法的結果一樣：

$$(4 + 3) \times 10 = (4 \times 10) + (3 \times 10)$$

兩數的和乘以第三數可以把兩個加數分別乘以第三數，

然后把所得的积相加，这叫作乘法对加法的分配律。

用 a, b, c 表示任意三个数，这个定律可以写成以下一般形式：

$$(a+b) \times c = (a \times c) + (b \times c).$$

同样，几个数的和与另外一个数相乘，可以用另外一个数和各个加数分别相乘，再把各个积加起来。

同样，容易验证：

$$(a-b) \times c = (a \times c) - (b \times c).$$

在作乘法时，有时会碰到相同乘数相乘的情形。相同乘数的积可以有另外一种表示法。例如： 2×2 可以写成 2^2 。 $2 \times 2 \times 2$ 可以写作 2^3 。一般的，如果是 $a \times a \times a \cdots$ ，一共有 n 个 a 相乘，它们的积可以写成 a^n 。 a^n 叫做 a 的 n 次乘方， a 叫做乘方的底， n 叫做乘方的指数。如 2^3 叫做 2 的 3 次乘方，2 叫做乘方的底，3 叫做乘方的指数。

四、除法

例 某职工学校有 80 个学员学算术，要分为五班，每班要分多少人？

解这个问题，需要把 80 平分成五份，得到的结果是 16。在计算这类问题的时候，我们通常写成以下算式：

$$\begin{array}{r} 80 \div 5 = 16. \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \text{被除数} \quad \text{除号} \quad \text{除数} \quad \text{商} \end{array}$$

把一个数平分成若干份的运算方法叫做除法。

在以上问题里，所求数是每班人数。显然，用班数乘所求数应该得到全体学员数：

$$\text{所求数} \times 5 = 80.$$

因此，除法就是知道兩乘数的积和一个乘数求另一乘数的方法。

零可以做被除数，商数永远是零： $0 \div a = 0$ 。

用零去除一个不是零的数，比如去除5，就是要找一个数和零相乘得5，在乘法中， $a \times 0 = 0$ ，不可能等于5。这就是說，用零除一个不是零的数得不出任何商来。

用零去除零，商可以是任何数，因为任何数和零相乘都等于零。这就是說，用零去除零，得不出一个确定的商来。

所以零不能作除数。

一个数被另一个数除，并不能永远得到整数的商。例如：27被6除就不能得到整数的商，因为我們不能把27平分成6份。但是我們虽然不能把27本書平分給6个学員，却可以使每个学員分得4本，余下来3本。在这种情况下我們列成以下算式：

$$\begin{array}{cccc}
 27 \div 6 = 4 \cdots 3 & & & \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \text{被} & \text{除} & \text{商} & \text{余} \\
 \text{除} & \text{数} & & \text{数} \\
 \text{数} & & &
 \end{array}$$

这种除法叫做帶余数的除法。在作帶余数的除法时，一定要使余数小于除数。

一个数被另一个数除，假若余数为零，就說另一个数能整除第一个数。

实际作除法时用算式表示：

例 1.

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 2 \overline{) 38} \\
 \underline{2} \\
 18 \\
 \underline{18} \\
 0
 \end{array}$$