

CAILIAO LIXUE
JINGJIANG YU QIANGHUA XUNLIAN

材料力学

精讲与强化训练

卞步喜 编著

合肥工业大学出版社

材料力学精讲与强化训练

卞步喜 编著

合肥工业大学出版社

内 容 简 介

材料力学是一门研究杆件强度、刚度和稳定性的科学,要求读者对杆件的强度、刚度和稳定性问题具有明确的基本概念、必要的基础知识和初步的计算能力,从而使读者能够对一些工程问题进行定性和定量的分析。

材料力学是一门与工程实际密切联系的技术基础课,也是机械、土木、航空、交通、材料和工程力学等专业的基础课。

本书按照材料力学课程的教学内容分为十五章,前十四章分为“内容提要”、“学习点拨”、“例题训导”和“强化训练”,第十五章为测试部分。结合编者多年重点大学材料力学教学一线的实践经验,精选学习资料,用独特的视角阐述材料力学学习内容,选材丰富,希望达到举一反三、触类旁通、启迪智慧的效果。

本书可作为高校学生以及研究人员的学习辅导书,也可作为报考硕士研究生的复习指导书,可供高校教师和一般工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学精讲与强化训练/卞步喜编著. —合肥:合肥工业大学出版社,2009.10

ISBN 978-7-5650-0105-5

I. 材… II. 卞… III. 材料力学—高等学校—教学参考资料 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 189534 号

材料力学精讲与强化训练

卞步喜 编著

责任编辑 陆向军

出 版	合肥工业大学出版社	版 次	2009 年 10 月第 1 版
地 址	合肥市屯溪路 193 号	印 次	2009 年 10 月第 1 次印刷
邮 编	230009	开 本	787 毫米×1092 毫米 1/16
电 话	总编室:0551-2903038	印 张	19.75
	发行部:0551-2903198	字 数	480 千字
网 址	www.hfutpress.com.cn	印 刷	合肥现代印务有限公司
E-mail	press@hfutpress.com.cn	发 行	全国新华书店

ISBN 978-7-5650-0105-5

定价:29.80 元

如果有影响阅读的印装质量问题,请与出版社发行部联系调换。

前 言

材料力学是高等学校中一门与工程实际密切联系的技术基础课,它以高等数学和理论力学为基础,同时是机械设计、结构力学等后续专业课程的基础。

由于材料力学涉及材料种类、材料变形、载荷性质以及解决工程实际问题的不同方法,使众多读者在学习材料力学时感到难学、难记、难做题。针对材料力学学习内容,结合编者多年重点大学教学一线的经验总结,精选学习材料,用独特的视角阐述学习内容和学习方法,做题却不局限于题,力求将材料力学课程内容薄化于心。前十四章每章分为“内容提要”、“学习点拨”、“例题训导”和“强化训练”四个部分,“内容提要”部分力求用较少的文字和公式提炼出教学基本要求以及学习重点和学习难点。“学习点拨”部分针对每章的难学、难记内容巧妙设计,归纳的部分是目前很多参考书上看不到的,是本书的特色之一。例如有的被归纳为数字口诀,有的采用联想记忆等等,目的只有一个,就是希望读者熟练掌握材料力学内容,提高学习成绩。这部分内容请读者仔细品味。“例题训导”是编者精心组织的学习材料,几乎覆盖了目前所有材料力学典型题目,并针对具体内容进行启发式引导,给予学习“提示”。这部分不仅是相关学习内容的对比、串联、举一反三、触类旁通,而且还结合工程实际问题进行分析,重在训练思维、启迪智慧、培养工程意识,也是本书的一大特色。“强化训练”部分精选了针对材料力学基本概念、基本理论和基本方法的训练题,重在强化学习内容的理解和学习方法的掌握。第十五章是测试题,精选部分测试题,既有期末考试真题、考研真题,也有材料力学竞赛题,目的在于检验学习效果,树立工程意识。相信此书一定会给读者带来全新的材料力学学习方法。

在本书出版过程中,得到了合肥工业大学工程力学系许多同志的帮助和支持,谨此致谢。

书中不足之处,恳请读者和同行指正。

编者

2009年10月于合肥

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 内容提要	(1)
1.2 学习点拨	(3)
1.3 例题训导	(4)
1.4 强化训练	(7)
第 2 章 轴向拉伸与压缩	(8)
2.1 内容提要	(8)
2.2 学习点拨	(12)
2.3 例题训导	(13)
2.4 强化训练	(25)
第 3 章 剪切与挤压	(28)
3.1 内容提要	(28)
3.2 学习点拨	(29)
3.3 例题训导	(29)
3.4 强化训练	(37)
第 4 章 扭转	(39)
4.1 内容提要	(39)
4.2 学习点拨	(42)
4.3 例题训导	(44)
4.4 强化训练	(59)
第 5 章 平面图形的几何性质	(62)
5.1 内容提要	(62)
5.2 学习点拨	(64)
5.3 例题训导	(65)
5.4 强化训练	(72)

第 6 章 弯曲内力	(74)
6.1 内容提要	(74)
6.2 学习点拨	(76)
6.3 例题训导	(79)
6.4 强化训练	(90)
第 7 章 弯曲应力	(95)
7.1 内容提要	(95)
7.2 学习点拨	(96)
7.3 例题训导	(98)
7.4 强化训练	(118)
第 8 章 弯曲变形	(122)
8.1 内容提要	(122)
8.2 学习点拨	(123)
8.3 例题训导	(126)
8.4 强化训练	(141)
第 9 章 应力与应变分析	(144)
9.1 内容提要	(144)
9.2 学习点拨	(149)
9.3 例题训导	(152)
9.4 强化训练	(167)
第 10 章 强度理论与组合变形	(170)
10.1 内容提要	(170)
10.2 学习点拨	(171)
10.3 例题训导	(172)
10.4 强化训练	(196)
第 11 章 能量法	(199)
11.1 内容提要	(199)
11.2 学习点拨	(202)
11.3 例题训导	(205)

11.4 强化训练	(231)
第 12 章 压杆稳定	(233)
12.1 内容提要	(233)
12.2 学习点拨	(235)
12.3 例题训导	(235)
12.4 强化训练	(244)
第 13 章 动载荷	(246)
13.1 内容提要	(246)
13.2 学习点拨	(248)
13.3 例题训导	(248)
13.4 强化训练	(255)
第 14 章 交变应力	(257)
14.1 内容提要	(257)
14.2 学习点拨	(259)
14.3 例题训导	(260)
14.4 强化训练	(267)
第 15 章 测试	(268)
测试一	(268)
测试二	(274)
测试三	(280)
测试四	(282)
测试五	(286)
测试六	(293)
测试七	(300)
强化练习答案	(303)
参考文献	(308)

第 1 章 绪 论

1.1 内 容 提 要

本章主要介绍了材料力学的任务,变形固体的基本假设,杆件变形的基本形式。

学习重点:材料力学的任务与研究对象,变形固体的基本假设。

1. 材料力学的历史

材料力学是一门传统的科学,1638 年意大利数学家伽利略(Galileo,1564—1642)在荷兰莱登出版了世界上第一本材料力学教本《两种新的科学》,首先提出了材料的力学性质和强度计算方法,普遍认为材料力学作为一门学科由此开始。

材料力学是固体力学的基础和实用部分,在各领域发挥着重大的作用。

2. 材料力学的任务

(1) 构件

构件是机构或结构的基本组成部分。

构件一般分为四类:杆、板、壳和块。

在三维空间中,一个方向的尺寸远大于另外两个方向尺寸的构件称为杆。一个方向的尺寸远小于另外两个方向尺寸的构件称为板和壳。其中,板是平的,中面曲率为零,而壳至少有一个方向的曲率不为零。空间三个方向的尺寸在同一数量级的构件称为块。

(2) 材料力学的主要研究对象

材料力学的主要研究对象是杆件。

(3) 材料力学的任务

强度:外力作用下,构件抵抗破坏的能力。

刚度:外力作用下,构件抵抗(弹性)变形的能力。

稳定性:外力作用下,构件保持原有平衡稳定的能力。

材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下为设计既经济又安全的构件提供必要的理论基础和计算方法。

(4) 变形固体的基本假设

连续性假设:认为构件内处处充满物质,没有间隙。

均匀性假设:认为构件内材料的力学性质处处一致。对于整体非均匀而分析研究的区域受力均匀的构件可以应用均匀性假设。

各向同性假设:认为构件内每点的材料力学性质与方向无关。

小变形假设:构件的变形与原始尺寸相比很小。

3. 载荷及其分类

作用在杆件上的载荷按照作用方式来分,一般可分为集中力(图 1-1(a))、集中力偶(图 1-1(b))和分布载荷,其中,分布载荷包括均匀分布载荷(图 1-1(c))和非均匀分布载荷(图 1-1(d))。

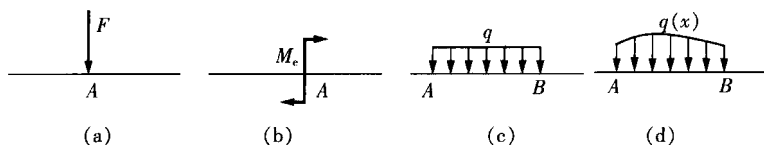


图 1-1

4. 内力、截面法和应力的概念

(1) 内力

物体在载荷作用下发生变形,内部各质点的相对位置变化引起相互作用力的变化,这种由于受载荷作用而引起的相互作用力的改变量就是内力,也称为“附加内力”。

(2) 截面法

用假想截面把物体分为两部分,用以显示并确定内力的方法称为截面法。

截面法解题过程:用假想截面将物体截开为两部分,取截面的某一侧进行受力分析。保留选定部分上的外力,按照内力正方向的规定在截面上添加内力用来代替截面另外一侧对选定部分的作用。最后利用静力平衡方程求解出内力。全过程简单概括为:截、取、代、平。

(3) 应力

内力的分布集度称为应力。应力的单位为 Pa。

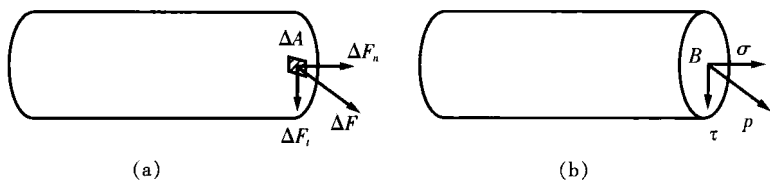


图 1-2

$$\text{全应力 } p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\text{正应力 } \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A}, \text{ 方向与截面垂直, 规定拉应力为正, 压应力为负。}$$

$$\text{切应力 } \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_t}{\Delta A}, \text{ 方向与截面平行, 规定切应力围绕物体做顺时针转动为正, 反之$$

为负。

5. 变形与应变

(1) 变形

变形包括形状的变化和尺寸的变化。

弹性变形:卸除外载荷后完全消失的变形。

塑性变形:卸除外载荷后不能消失的变形。塑性变形也称为残余变形。

(2) 应变

线应变(正应变)是衡量构件沿某一方向尺寸的相对改变量,用符号 ϵ 表示。

角应变(切应变)是衡量材料内部两正交线段在变形后的角度变化量,用符号 γ 表示。

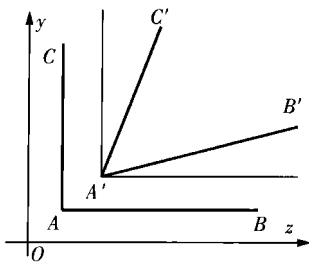


图 1-3

如图 1-3 所示,线段 AB 长为 l ,变形后移到 $A'B'$,长度变为 l' ,在小变形前提下, A 点沿 AB 方向的线应变

$$\epsilon = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{l' - l}{l}$$

在图 1-3 中, $AB \perp AC$,变形后 CAB 移到 $C'A'B'$,则 A 点的切应变为

$$\gamma = \lim_{\substack{AB \rightarrow 0 \\ AC \rightarrow 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle CA'B' \right)$$

应变是无量纲的量。

6. 杆件变形的基本形式

轴向拉伸与压缩:外载荷沿杆件轴线方向作用,引起杆件各纵向线段具有相同的伸长或缩短变形。

剪切:杆件受两个大小相等、方向相反的平行力系作用,变形后在两力系中间截面的两侧发生相互错动的趋势。

扭转:杆件受绕轴线旋转的外力偶作用,引起相邻横截面绕轴线发生转动。

弯曲:杆件受垂直于轴线的力系或旋转平面平行于轴线的力偶系作用,变形后轴线的曲率发生改变,横截面绕垂直于轴线的方向发生转动。

杆件其他复杂变形可由基本变形组合得到。

1.2 学习点拨

1. 关于材料各向同性与各向异性的性质理解

大多数读者在初学材料力学时对各向同性的理解有点困难,下面举一反三例来说明各向异性的情况。如图 1-4 所示,现有一木头,用斧头去劈开,分别沿着图 1-4(a) 和图 1-4(b)

中的力的方向去作用,很显然图 1-4(a) 和图 1-4(b) 中沿不同方向劈开木桩的力是不一样的,所以木材是各向异性材料。相反,各向同性的概念大家就很容易理解了。

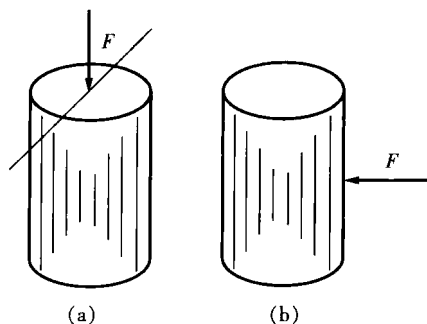


图 1-4

2. 截面法使用时的注意事项

物体被假想截为两部分后,无论取哪部分分析,截面上的内力方向都必须按照规定的正方向去标注,只有按照正方向去设置截面内力,无论取哪部分,分析结果都是一样的,否则在后面的学习中容易出错。

例如截面上的内力:轴力以拉伸为正,扭矩以右手法则得到的矢量方向与截面外法线方向一致为正,弯曲剪力以围绕物体做顺时针转动者为正,使得水平放置的杆件上边缘变短、下边缘伸长的弯矩为正。在后续学习时,必须注意这一点的正确运用。

3. 应力的单位换算

$$1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}, 1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}, 1\text{kPa} = 10^3\text{Pa}$$

4. 关于应力的说明

应力是点在某一截面受到的力,一般而言,同一点在不同截面上的应力是不同的,同一个点在同一截面上沿不同方向的应力也不相同,同一截面上不同点的应力也不同。所以应力必须指明是在哪个截面哪个点上。

5. 关于应变的说明

应变 ϵ, γ 只与点的位置和方向有关。其中 ϵ 是对过某点的某个方向而言的,而 γ 是对过某点的一对垂直方向而言的。一般而言,变形体中选择的点和方向不同,对应的 ϵ, γ 也不相同,所以必须指明 ϵ, γ 是对哪个点、哪个方向或者是在哪个平面。 ϵ 一般无量纲, γ 一般用弧度(rad)表示。

工程测量上称 10^{-6} 为一个微应变($\mu\epsilon$)。

1.3 例题训导

【例 1-1】 试求图 1-5(a) 所示杆件 $m-m$ 和 $n-n$ 两截面上的内力,并指出 AB 和 BC

两杆的变形的基本类型。

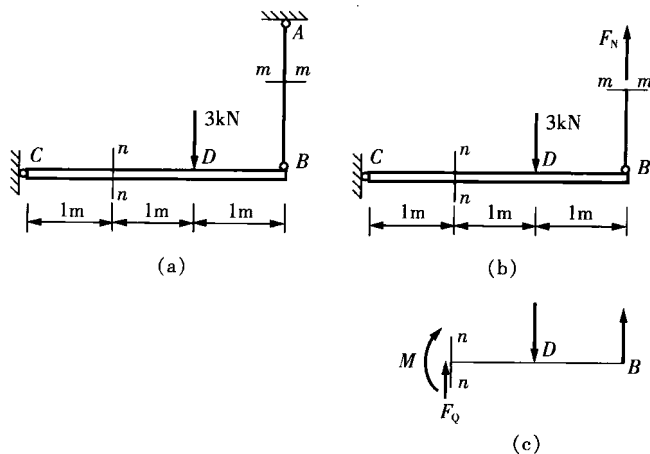


图 1-5

解: AB 杆为二力杆, 受力分析如图 1-5(b) 所示。

$$\sum M_C = 0, F_N \times 3 - 3 \times 2 = 0$$

解得

$$F_N = 2\text{kN}$$

可见, AB 杆为轴向拉伸变形。

水平 BC 杆截开后如图 1-5(c) 所示。

$$\sum F_y = 0, F_Q + F_N - 3 = 0, \text{解得 } F_Q = 1\text{kN}$$

$$\sum M_B = 0, -M - F_Q \times 2 + 3 \times 1 = 0, \text{解得 } M = 1\text{kN} \cdot \text{m}$$

水平杆 BC 受弯矩的作用, 所以 BC 杆发生弯曲变形。

【例 1-2】 试求图 1-6 所示拉伸试样在 A 、 B 两截面之间的平均线应变。已知 $l = 100\text{mm}$, $\Delta l = 5 \times 10^{-2}\text{mm}$ 。

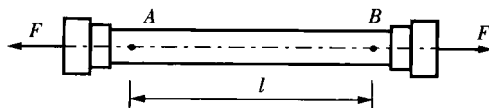


图 1-6

解: 平均线应变

$$\epsilon_m = \frac{\Delta l}{l} = 5 \times 10^{-4}$$

【例 1-3】 如图 1-7 所示, 等腰直角三角形薄板因载荷作用发生变形, B 点垂直向上的位移 $\Delta_{BB'} = 0.03\text{mm}$, 但 AB 和 BC 仍保持为直线, OB 长 120mm , BC 长 169.7mm , 试求沿

OB 的平均线应变, 并求 AB 和 BC 两边在 B 点的角度改变。

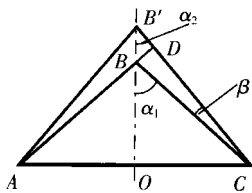


图 1-7

解: (1) 沿 OB 的平均线应变

$$\epsilon_{OB} = \frac{\Delta l_{OB}}{l_{OB}} = \frac{0.03}{120} = 2.5 \times 10^{-4}$$

(2) 求 AB 和 BC 两边在 B 点的角度改变

AB 和 BC 两边在 B 点的角度改变量为 $\gamma = 2(\alpha_1 - \alpha_2)$

而

$$\beta = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_2 \right) - \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) = \alpha_1 - \alpha_2$$

所以 $\gamma = 2\beta$

因为是小变形, 所以

$$\beta \approx \sin \beta = \frac{\Delta_{BD}}{l_{BC}} = \frac{\Delta_{BB'} \sin \frac{\pi}{4}}{l_{BC}} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\gamma = 2\beta = 2.5 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

【例 1-4】如图 1-8 所示, 圆形薄板的半径为 R , 变形后的增量为 ΔR , 如果 $R = 80 \text{ mm}$, $\Delta R = 3 \times 10^{-3} \text{ mm}$, 试求沿半径方向和外圆圆周方向的平均应变。

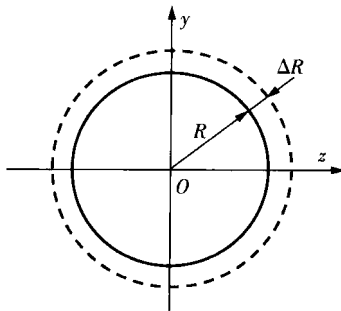


图 1-8

解: (1) 沿半径方向的平均应变

$$\epsilon' = \frac{\Delta R}{R} = \frac{3 \times 10^{-3}}{80} = 3.75 \times 10^{-5}$$

(2) 沿外圆圆周方向的平均应变

$$\epsilon'' = \frac{2\pi(R + \Delta R) - 2\pi R}{2\pi R} = \frac{\Delta R}{R} = 3.75 \times 10^{-5}$$

【例 1-5】 在外载荷作用下,某单元体的两边夹角由 30° 变化到 31° ,问切应变是多大?

解:因为切应变以直角的改变量来计算,本题的角度改变显然不是从直角开始,根据小变形情况下材料是弹性的,则有

$$\frac{\gamma}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1^\circ}{30^\circ}$$

所以

$$\gamma = \frac{\pi}{60} = 0.0523$$

1.4 强化训练

1-1 如图 1-9 所示,简易吊车的横梁上作用一移动载荷 F ,试求截面 1-1、2-2 上的内力及内力最大值。

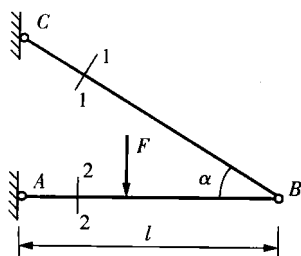


图 1-9

1-2 在外载荷作用下,某单元体的两边夹角由 60° 变化到 62° ,试问切应变是多大?

第2章 轴向拉伸与压缩

2.1 内容提要

本章主要介绍了轴向拉压杆的内力与应力,轴向拉压杆的变形与应变,应力与应变的关系,应力—应变曲线,许用应力和安全因数,轴向拉压杆的强度及变形计算,简单拉压超静定问题。

学习重点:轴向拉伸与压缩的基本概念,轴向拉压杆横截面与斜截面上的内力和应力,轴向拉压杆的纵向应变与横向应变,切应力互等定理,胡克定律与剪切胡克定律,材料在常温下的力学性质,温度应力的计算,许用应力和安全因数的概念,轴向拉压杆的强度和变形的计算,简单拉压超静定问题的求解。

1. 名词术语

轴向拉伸(或轴向压缩):沿杆件的轴线方向作用一对平衡力,杆件将沿轴线方向均匀伸长(或缩短),分别称为轴向拉伸(或轴向压缩)。

轴力:轴向拉压杆横截面上的合力沿着杆件的轴线方向,此合力称为轴力。用符号 F_N 表示。

轴力图:横坐标是各个横截面在水平标轴的位置,纵坐标是相应横截面上的轴力。从此图可以得到整个杆件的轴力分布。

许用应力:为保持机械或结构物完整而不被破坏的最大容许应力。

应力集中:在构件截面尺寸改变处,截面上的应力分布会发生急剧变化的现象。

2. 轴向拉压杆截面上的应力

表 2-1

截面	正应力	切应力	说明
横截面	$\sigma = \frac{F_N}{A}$	$\tau = 0$	F_N 是横截面上受到的轴力; A 是横截面面积
斜截面	$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}(1 + \cos 2\alpha)$	$\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha$	α 为斜截面方位角, σ_0 是横截面上的正应力。其中 $\alpha = 0^\circ, \sigma_\alpha = \sigma_0, \tau_\alpha = 0;$ $\alpha = 90^\circ, \sigma_\alpha = 0, \tau_\alpha = 0;$ $\alpha = 45^\circ, \sigma_\alpha = \tau_\alpha$

3. 胡克定律与剪切胡克定律

胡克定律: $\sigma = E\epsilon$

剪切胡克定律: $\tau = G\gamma$

式中, E 为材料的弹性模量, 国际单位是帕(Pa)。 G 为材料的切变模量, 国际单位是帕(Pa)。

4. 轴向拉压杆变形公式

$$\Delta l = \frac{F_N l}{EA}$$

式中, F_N 是杆件横截面上的轴力; A 是杆件横截面面积; EA 为杆件的抗拉压刚度; l 是杆件上 F_N 作用的长度。在 l 长度上 F_N 、 A 、 E 必须相同才可以用此变形公式, 如果有一个量不同, 那么必须分段计算, 使用形如 $\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{F_{Ni} l_i}{E_i A_i}$, 式中 i 为杆件段数。

5. 材料的机械力学性能

(1) 材料的机械力学性能是指材料在外力的作用下表现出的强度和变形方面的性能。

(2) 低碳钢的拉伸应力—应变曲线

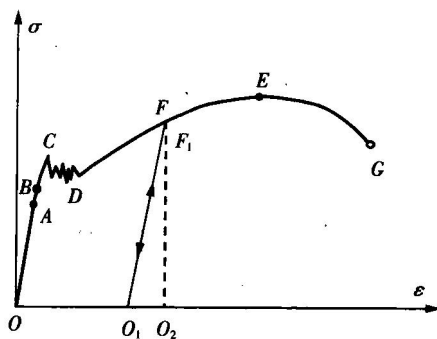


图 2-1

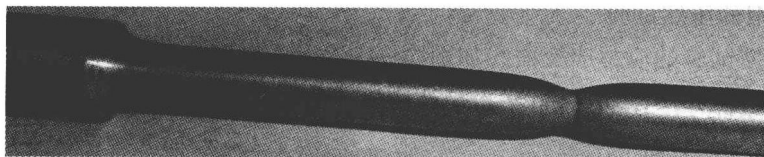


图 2-2

1) 低碳钢拉伸过程大致分为四个阶段:

第一阶段为弹性阶段, 图 2-1 中 OB 段即为弹性阶段, 其中 OA 段应力与应变成线性关系, 称为线弹性阶段; 第一阶段特征是卸载后变形完全恢复到初始零状态。本阶段特征点有 A 点即比例关系的极限点, 称为比例极限, 用 σ_p 表示; B 点之前的变形只有弹性变形, B 点之后还有塑性变形发生, 所以 B 点称为弹性极限, 用 σ_e 表示。

第二阶段为屈服阶段, 即 BD 段, 本阶段特征是应力在较小的范围内变化, 而应变却显著增加, 应力—应变曲线呈现水平锯齿状。取屈服阶段最低应力作为特征点, 称为屈服应力, 用 σ_s 表示。

第三阶段为强化阶段,即 DE 段,本阶段特征为应力随着应变的增加再次增加,但不再是线性关系。取本阶段最大应力值作为特征点,称为强度极限,用 σ_b 表示。

第四阶段为局部变形阶段,即 EG 段,本阶段特征为在局部范围内,横截面面积急剧变小,直至断裂。如图 2-2 所示。

2) 卸载定律

卸载过程中应力与应变仍保持线性关系,如图 2-1 中 $F_1 \rightarrow O_1$ 。

3) 冷作硬化

试样加载到强化阶段后卸载,再次加载时,材料的比例极限(或弹性极限)提高,而塑性降低的现象被称作冷作硬化。

4) 延伸率与断面收缩率

延伸率与断面收缩率都是材料塑性程度的标志,是选材的重要指标。

拉伸前试样长度用标距 l 表示,拉断后试样长度为 l' 。则延伸率 $\delta = \frac{l' - l}{l} \times 100\%$ 。

若原横截面面积为 A ,拉断后的最小横截面面积为 A' ,则断面收缩率 $\psi = \frac{A - A'}{A} \times 100\%$ 。

(3) 铸铁的拉伸试验

铸铁的拉伸试验的应力应变曲线之间无明显的直线阶段,在应变很小时,就突然断裂。断口如图 2-3 所示。试验中只能测得强度极限 σ_b ,没有屈服阶段和局部变形阶段。弹性模量通常以总应变为 0.1% 时的割线斜率来度量。

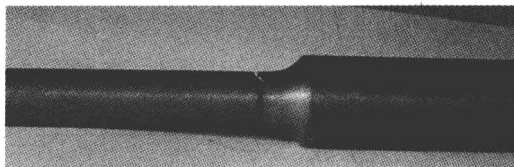


图 2-3

(4) 低碳钢的压缩试验

低碳钢压缩试验的应力应变曲线如图 2-4 实线部分所示。弹性模量、比例极限和屈服极限与拉伸时基本相同。屈服阶段后,试样越压越扁,如图 2-5 所示,无局部变形现象,测不到强度极限。

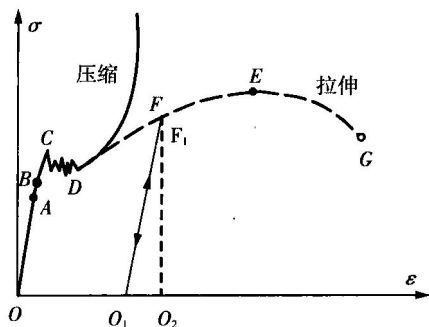


图 2-4



图 2-5