

7112.18
— 高等学校教材 —

材料力学

上册

杜庆华等编著

人民教育出版社

高等学校教材



材 料 力 学
上 册

杜庆华等編著

人民教育出版社

本书系由杜庆华、孙训方、贾有权、张福范等根据清华大学、天津大学、唐山铁道学院三校历年编写的材料力学讲义整理改写后，由杜庆华主编而成，并经前高等教育部同意作为高等工业学校土建、机械类专业试用教材。

本书分上下册出版。上册共十三章，阐述基本概念，直杆的轴向拉伸和压缩，剪切，应力状态理论基础，强度理论，平面图形的几何性质，扭转，梁的内力，应力和变形等，并有丰富的例题和图表。本书除供各高等学校广泛使用外，还可供在职干部学习及工程技术人员参考之用。

本书编写分工如下：杜庆华——第一、二、七（其中§7-1—7-4系苏翼林写），八、十六、二十一各章；孙训方——第六、九、十、十四、十九、二十三、二十五、二十六各章，以及第二十四章的§24-1—24-4；贾有权——第三、四、五、二十、二十二各章，以及第二十四章的§24-5—24-7；张福范——第十一、十二、十三、十五、十七、十八各章。

本书于1963年重新排版。在重排前曾征得编者的同意由我社约请唐山铁道学院材料力学教研组奚绍中同志对全书进行了一次全面校订，作了部分修改（该院张渭曾同志也参加了部分章节的校订工作），插图也作了修饰。校订稿由孙训方同志进行了复核。

材 料 力 学

上 册

杜庆华等编著

北京市书刊出版业营业许可证出字第2号

人民教育出版社出版（北京景山东街）

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号K15010·557 开本 787×1092 $\frac{1}{16}$ 印张 15 $\frac{2}{8}$

字数 340,000 印数 88,001—88,500 定价（7）¥1.40

1957年12月第1版 1963年7月第2版 1964年12月北京第16次印刷

序

材料力学是各个工程专业有关强度科学的基础，它是工程教育中很重要的一门课程。过去几年来我们在教学中一直采用苏联教材译本。由于苏联教材内容丰富和联系实际，使我们的教学向前推进一步。但是学习苏联必须很好地结合我国的实际，因此完全有必要写一本为我国学生易于接受而同时又反映这一门科学最新成就的教材。按高等教育部交给的任务，清华大学、天津大学、唐山铁道学院根据现有的机械、土建和非机械土建类的材料力学教学大纲，在历年编写的原有讲义的基础上写成了这本试用教材。

这本教材是三校在精神上和原则上基本取得一致的情况下，由作者们分工编写的，因而各个部分仍保留着不同的风格。本书编写的分工如下：杜庆华——第一、二、七（其中§7-1—7-4系苏翼林写）、八、十六、二十一章；孙训方——第六、九、十、十四、十九、二十三、二十五、二十六各章以及第二十四章的§24-1——24-4；贾有权——第三、四、五、二十、二十二章以及第二十四章的§24-5——24-7；张福范——第十一、十二、十三、十五、十七、十八章。杜庆华负责主编，并由三校材料力学教研组给予了大力支持。

由于过去几年我们三校一直采用 Н. М. Беляев 著《材料力学》（王光远等译）作为教本，所以本书无疑地受到了它的影响。有几节和某些图表是标明引自该书的。但重要的特点是在力求简易明了的条件下，把每一个问题的最新观点用较少的篇幅引进到教材中来。本书也力求注意引用我国和我们自己工作的数据。我们正在继续努力，希望在下一版中将能更多地表现这些方面。

必须请使用本书的同志注意，全书的内容并不是课堂所必讲的。课堂讲授的内容可以比本书少得多，而且也可以和本书不尽相同。

我们原期对这本书能有三、五年的编写时间，但是由于教学的需要和兄弟学校的督促，不得不提前付印。由于付印匆促和水平所限，这本书在内容和编排上都存在着缺点，希望读者能予批评指正。

編著者

上册目录

序.....	1
--------	---

第一章 緒論

§ 1-1 材料力学的基本任务.....	1
§ 1-2 材料力学的发展簡史.....	1

第二章 基本概念

§ 2-1 材料力学的基本方法.....	5
§ 2-2 材料力学研究的对象: 杆、板、壳.....	6
§ 2-3 关于变形物体的一些重要基本概念.....	6
§ 2-4 作用于构件的外力及其分类·变形的基本形式.....	11

第三章 直杆的軸向拉伸和压縮

§ 3-1 与杆軸綫垂直的諸截面上的应力.....	13
§ 3-2 軸力图.....	15
§ 3-3 与杆軸綫有傾角的諸斜截面上的应力.....	15
§ 3-4 軸向变形及橫向变形.....	17
§ 3-5 虎克定律.....	18
§ 3-6 橫向变形系数·拉压时体积改变.....	19
§ 3-7 拉伸(或压縮)时的变形位能.....	20
§ 3-8 橫截面軸向位移的确定.....	22
§ 3-9 許用应力·强度条件.....	23
§ 3-10 杆全长受有均布軸向力之計算.....	24
§ 3-11 变截面杆.....	25
§ 3-12 例題.....	27

第四章 拉伸和压縮时材料机械性质的研究

§ 4-1 材料力学实验問題.....	31
§ 4-2 軟鋼的拉伸試驗.....	32
§ 4-3 拉伸时所需之功.....	35
§ 4-4 其他材料的拉伸图.....	36
§ 4-5 眞应力图.....	37
§ 4-6 压縮試驗.....	38
§ 4-7 材料的硬度和韌度.....	39
§ 4-8 局部应力的概念·挤压应力.....	40
§ 4-9 材料的彈性与脆性状态.....	42
§ 4-10 安全系数及許用应力的确定.....	43
§ 4-11 温度及加力速度对金屬材料机械性质的影响.....	45
§ 4-12 彈性后效和徐滑的概念.....	46
§ 4-13 交变应力作用下金屬材料的破坏.....	47

第五章 拉伸和压縮的靜不定問題

§ 5-1 靜不定問題的解法.....	49
§ 5-2 装配应力.....	52
§ 5-3 温度应力.....	56

第六章 剪切

§ 6-1 純剪切时的应力与变形·虎克定律.....	59
§ 6-2 材料在純剪切时的强度·純剪切的强度条件.....	61
§ 6-3 純剪切单元体斜截面上的应力.....	62
§ 6-4 材料的三个彈性常数 E 、 G 、 μ 間的关系.....	63
§ 6-5 接头部分的“假定計算”.....	64
§ 6-6 铆接头的“假定計算”.....	65
§ 6-7 焊接头的“假定計算”.....	67
§ 6-8 接头部分“假定計算”的例題.....	69

第七章 应力状态理論基础

§ 7-1 应力状态举例.....	74
§ 7-2 二向应力状态下与主应力为零之面垂直的 斜截面上应力的确定.....	77
§ 7-3 主应力、主平面及最大剪应力的确定.....	79
§ 7-4 求应力的图解法.....	80
§ 7-5 三向(空間)应力状态及其标号.....	86
§ 7-6 任意斜截面上的应力.....	87
§ 7-7 三向(空間)应力状态的主应力.....	88
§ 7-8 与主方向成等斜角面上的应力·平均正应力 和統計平均剪应力.....	90
§ 7-9 三向应力状态的应力圓.....	91
§ 7-10 广义虎克定律·体积变形.....	92
§ 7-11 三向(空間)应力状态下材料的彈性变形 位能.....	95

第八章 强度及塑性理論

§ 8-1 关于强度理論的基本概念.....	97
§ 8-2 三个古典强度理論.....	97
§ 8-3 能量强度理論.....	100
§ 8-4 对于古典理論及歪形能强度理論的修正.....	101
§ 8-5 莫尔强度理論及其修正.....	103
§ 8-6 达維特何夫及弗里特曼(П. Н. Давиденков, Л. В. Фридман)联合强度理論的概念.....	106
§ 8-7 对于强度理論的認識.....	108

第九章 平面图形的几何性质

§ 9-1 定义	110	§ 9-7 平面图形的主惯性轴及主惯性矩	120
§ 9-2 平面图形的静面矩及形心位置	111	§ 9-8 组合的非对称平面图形的中心主惯性矩	122
§ 9-3 简单平面图形的惯性矩	113	§ 9-9 计算型钢组合截面惯性矩的例题	123
§ 9-4 惯性矩及惯性积的平行轴原理	115	§ 9-10 惯性半径·惯性椭圆	125
§ 9-5 组合的对称平面图形的惯性矩	116	§ 9-11 计算不规则平面图形惯性矩的近似法	126
§ 9-6 坐标轴旋转时惯性矩及惯性积的变化(惯性矩及惯性积的旋转轴原理)	118	§ 9-12 几种常用的平面图形之几何性质	130

第十章 扭转

§ 10-1 等直圆杆在扭转时的应力计算	131	§ 10-7 变截面圆轴扭转时的应力集中问题	146
§ 10-2 等直圆杆在扭转时斜截面上的应力状态	134	§ 10-8 非圆截面等直杆在纯扭转时的应力及变形 计算公式	148
§ 10-3 等直圆杆在扭转时的变形与变形位能	135	§ 10-9 薄壁截面杆在纯扭转时的应力及变形	151
§ 10-4 实心 and 空心圆轴的强度条件和刚度条件	136	§ 10-10 薄膜比拟法的概念	154
§ 10-5 圆截面传动轴截面尺寸的选择	139		
§ 10-6 密圈螺旋弹簧的应力及变形	142		

第十一章 梁的弯曲·剪力与弯矩

§ 11-1 梁·支座的种类	155	§ 11-5 剪力、弯矩与荷载集度之间的关系	166
§ 11-2 梁的类型·集中荷载与分布荷载·支座反力的计算	156	§ 11-6 应用微分关系绘制并校核图形	167
§ 11-3 梁的横截面内的内力·剪力与弯矩	159	§ 11-7 作图的叠加法	169
§ 11-4 弯矩图与剪力图	162	§ 11-8 弯矩图与剪力图的图解法	170

第十二章 梁的应力

§ 12-1 梁的正应力	173	§ 12-8 梁的剪应力的强度计算	186
§ 12-2 一般的梁的计算·强度计算	177	§ 12-9 梁的主应力及主应力迹线	186
§ 12-3 梁的截面的经济形状	179	§ 12-10 以主应力校核梁的强度	189
§ 12-4 矩形截面梁的剪应力	180	§ 12-11 薄壁截面的弯曲中心	191
§ 12-5 由于剪应力的作用梁横截面的翘曲	183	§ 12-12 梁的变形能	194
§ 12-6 圆截面梁的剪应力	183	§ 12-13 等强度梁	195
§ 12-7 工字形截面梁的剪应力	185	§ 12-14 组合梁	197

第十三章 梁的变形

§ 13-1 梁的挠度曲线的微分方程	201	§ 13-5 挠度曲线的图解法	219
§ 13-2 挠度曲线的微分方程的积分	203	§ 13-6 以叠加法计算梁的变形	223
§ 13-3 以起始参数法计算梁的挠度曲线·通用方程	207	§ 13-7 梁的刚度计算	224
§ 13-4 图解分析法解梁的挠度和斜度	215	§ 13-8 变截面梁的变形	225
附录 型钢表	229	§ 13-9 梁的理论的发展简史	227

第一章 緒 論

§ 1-1. 材料力学的基本任务

材料力学是关于各种类型构件强度、刚度及稳定的计算和分析(包括实验)的科学。这些计算和分析是工程技术人员选定既安全而又最经济的构件材料和尺寸的必要基础。

机器或结构物承受载荷时应使其保持正常工作,并不致遭到破坏。构件能够安全地承受载荷,就可认为它已满足了强度的要求;构件的变形倘若被限制在正常工作所许可的变形范围内,我们就认为它满足了刚度的要求。有时构件在变形时,不一定能够保持原有形式而平衡,例如细长的直杆沿轴向受压力,当压力加到一定限度后,杆就不能保持直的形式而变弯,因而必须进行稳定的计算和分析(直的平衡形式是不稳定的)。

根据上述任务,材料力学的内容不但包括物体受力和变形的研究,并且也包括材料在不同情况下(不同的受力情况以及温度等等)的机械性质的研究。

构件的安全和最经济地使用材料,这两个要求是相互矛盾的;前者往往要求增加使用材料,后者要求减少使用材料。这一出自生产的矛盾是促使材料力学不断发展的最重要的因素。

由于生产的发展,科学技术的水平在不断提高,新的实际问题(例如,高速航空结构对于减轻重量及耐热的要求,高参数动力及原子动力装置对高温及处在特殊工作条件下材料抗力的要求,动力载荷,大跨度结构物等等)要求寻求新的材料,运用新的、更合理的计算方法。这样,材料力学正是在技术的普遍进步中不断地得到发展。

工程技术人员在规划或设计结构物或机器时,必须正确地运用有关材料力学的科学方法来进行分析,这样才有可能造出既经济又安全的新的工程结构。例如:在土建结构中我国正在试用竹筋混凝土结构和试验玻璃丝混凝土。这样就可以节约钢材和在不同条件下更合理地使用材料。又如在加速建设机械制造业的要求下,我国出现了钢和混凝土合成结构的机床。这样不但节省钢材而且大大加快了我国建设重型机床的速度。这些新型的构造都是我国劳动人民创造的。通过这些例子,可以看到不但对材料力学提出了新的课题,而且更重要的是为国家节省了大量资金。同时也说明很好地掌握这门科学对于多快好省地进行祖国社会主义建设的重大意义。

§ 1-2. 材料力学的发展简史

勤劳、智慧的祖国的劳动人民在很早的年代已经在工程技术中显示出有关材料力学的创造能力。大家都知道,长城、运河及都江堰水利灌溉是二千多年前(秦代)就已开始了的庞大的工程。其实,从殷墟的发掘中我们发现更早的年代,即大约三千五百年前,我们的祖

先已經用木結構建造了牆不承重的房屋,以輻條代替輪(圓板式的車輪),這些都是合理利用材料的證明(在較晚的年代,《周禮考工記》有文字記載) 在漢代(公元一世紀)我們的祖先開始利用鐵軸。到三國時代(公元 253 年)馬鈞開始運用了齒輪(見漢《雪堂所藏古物圖》)。



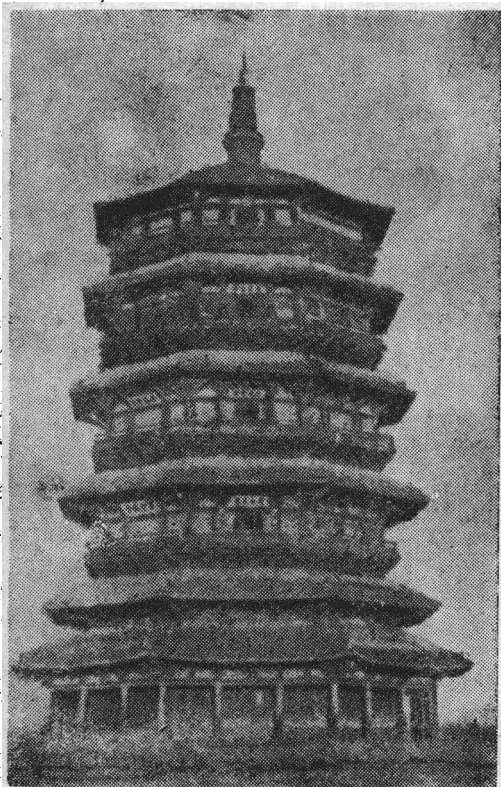
趙州橋①

的發展,例如第六世紀隋楊素在永安造高百尺的大船,可乘 800 人。較晚的宋元海運中(十

一世紀)我們祖先就己能造具有 4 桅 9 帆的船了。很早年代我們已經用竹索作懸橋。現在尚存在的瀘定鐵索橋長 100 米,是清康熙 45 年(公元 1696 年)建造的。這些都說明我們祖先的智慧,他們善於運用不同的木、石、鐵、竹等材料。

總的說來,在十四世紀以前,我國的力學水平一直是在歐洲之上的,生產力發達的程度當時也是在全世界範圍內領先的。但是由於封建制度的延續,這種制度限制了生產力進一步的發展,也限制了科學技術的發展。所以當時材料力學還是以經驗成分為主。在十四世紀以後歐洲由於社會經濟基礎的變革而取得較大的進步。

材料力學,作為一門科學來說,一般認為是在 1638 年從意大利科學家伽利略(G. Galileo)時期開始的。伽利略為了解決建造船隻和水閘所需要的梁的問題,他發表了《關於兩種新科學的敘述與數學證明》一書。應該



應縣木塔①

① 這兩張圖片系取自營造學社《建築圖片參考資料》。

指出,他生在封建社会解体、商业資本及国际海外往来发展,并且采矿冶金工业萌芽的时代,由于这一时代的新的經濟情况提出了一系列新的技术問題。例如:海外商业貿易頻繁,提出了增大船只吨位的問題,因而也就必須改变船只的构造;同时也提出了改造及建設新的內河交通、运河、水閘等等問題。这些問題不可能只根据古老的办法,用尺寸比例相似的小模型来解决。因而根据强度計算来决定构件尺寸就成为非常迫切的問題。伽利略是第一个提出了强度計算概念的科学家。这里我們提出一个科学家作为一門科学的开始者,这不过是指出了他总结了当时广大劳动人民的創造,并且也提出了他个人在这方面的贡献。

随着建筑与机械制造工作的发展,材料力学和理論力学平行地发展。而新的科学的发展又在影响着生产力的迅速发展。俄国的科学家罗蒙諾索夫(М. В. Ломоносов, 1711—1765)提出了物质不灭定律,这和以后材料力学中所用的能量方法有很大关系。罗蒙諾索夫还进行了石及玻璃等材料的压缩試驗。关于最早的材料研究及試驗工作,还应该提到英国的虎克(R. Hooke)和法国的庫侖(C. A. Coulomb),他們在这一方面的工作具有启蒙的意义。

在十八世紀中,以俄国为例,随着生产的发展,材料力学就有很大的发展。在彼得堡科学院工作的院士欧拉(L. Euler)和柏努利(D. Bernoulli)对稳定和弯曲問題有很大贡献。他們的贡献和工业进步有着密切的关系,而材料力学也影响或推进了工程建筑。例如:俄国的工程师庫列賓(И. П. Кулибин, 1733—1818)曾經主持建筑跨度300米的木拱桥,俄国杰出的桥梁工程师茹拉夫斯基(Д. П. Журавский, 1821—1891)在修建彼得堡莫斯科間铁路中曾第一次在桥梁的計算中提出了弯曲剪应力問題。

在二十世紀初,俄国学者也在材料力学方面起着重要作用。例如布勃諾夫(И. Г. Бубнов)初步总结了船舶的强度理論,雅辛斯基(Ф. С. Ясинский)发展了稳定問題,克雷洛夫院士(А. Н. Крылов)是非常出色的应用数学和力学家,他以动荷的研究而聞名。加僚尔金院士(В. Г. Галеркин)曾解决了一系列重要的彈性力学問題。

十月革命以后,苏联开始了空前未有的社会主义工业化建設,这使力学得到空前未有的发展。在材料力学,或者就更广义地來說的强度科学方面,也取得了很大的成就。苏联学者解决了一系列重要的問題。如薄壁杆件及薄壳的强度,結構稳定,彈性理論,塑性理論,靜荷及动荷强度和接触問題。

工业上先进的資本主义国家例如美、英、西德、法等国都曾在材料力学上进行了广泛的研究,对本門科学的发展,也有一定的贡献。

目前材料力学科学由于新技术的使用,正在逐漸沿着和物理强度相結合的新方向发展。从最近的强度科学工作总结上可以看到这門科学面临的巨大新发展是多方面的,它将影响工程技术的各个方面。随着新材料的使用,对新的强度計算方法的要求是极其迫切的。

近代材料力学在我国的发展,由于解放以前工业基础的薄弱和国民党的长期反动統治而受到了阻碍。但是在今天,社会主义建設已經飞速的展开,随着国民經济第一个五年計劃的开始,材料力学的科学研究也正在逐步发展。1955年秋党提出了向科学进軍的号召,全

国範圍內都广泛地进行了科学工作的准备。1958年工农业的大跃进推动了科学的全面进展。这方面的事例不断地涌现，其中很多与材料力学有关。特别是因地制宜的结构中引出了新的力学问题，虽然这一方面的经验尚有待深入总结，但可以肯定我们正面临着科学水平达到新的高涨的时候。

上述发展简史虽然只说明了材料力学科学的早期轮廓和整个发展中的某些线索，但是由这些事实可以很明显地看到，科学来自实践和实践是衡量科学的唯一标准。

近年来，我国生产技术和科学文化都有巨大进展，虽然科学方面的总结还做得不完善，有待于进一步的努力，但我们深信，在党的领导下，承继着我们祖先勤劳智慧传统的新中国材料力学，将对祖国的工业建设和科学宝库作出光辉的贡献。

第二章 基本概念

§ 2-1. 材料力学的基本方法

像研究一切物理科学一样,研究材料力学的方法包括:观察、实验、假设、理论。这样的过程是科学长期历史发展的结果。

材料力学中往往根据观察、实验,作出一些表达问题主要方面的假设,这些假设使问题适当地简化。根据这些假设得到的理论将受到实践的考验。必须注意,经过了反复修正以后材料力学的一些假设才采取今天的形式。在复杂的弹性理论中,有时对这些假设作了一些修正,这样使理论可以更为精确,然而解答也更为复杂。在工程实用中,有很多问题并不需要过高的精确度;这时材料力学的解答是非常合宜的。

材料力学按它的任务——强度、刚度以及稳定的分析和计算,在具体建立理论时必须考虑到下列各方面:

1) 几何条件 由于材料力学所考虑的物体是变形的物体,所以必须研究物体的变形,将变形用几何的形式来表达。这一表达式有时又称为变形条件。

2) 物理条件 从物理观察或材料试验中,可以决定力和变形之间的物理关系。利用它就将变形条件和力联系起来。

3) 力学条件 最后,材料力学还必须应用理论力学的结论来考虑作用在物体各部分上的外力之间的关系。因为材料力学大部分是考虑静力问题,所以这些关系往往称之为平衡条件。

在材料力学中有很多问题往往需要根据以上三方面的条件来决定物体的受力和变形。有时为了方便起见也采取在形式上是将三个条件混合起来的能量法。

以上所述,主要是指材料力学的理论部分的研究方法。材料力学实验的主要目的是:

- 1) 研究材料受力破坏的现象,以建立安全的强度界限;
- 2) 由实验得出为建立理论所必需的物理条件;
- 3) 检查根据理论作出的强度等计算与机器及结构各部分所发生的实际现象符合的程度。

前两点说明了实验是建立理论的根据。注意到材料力学对于问题的分析结果是近似的,它的理论只表达了问题的主要方面,但又必须保证理论具有实际应用的可能,因而就必须用实验来检验理论的可靠性。这就是上述的第三点。由此可见,没有实验就不可能建立理论;反过来,如果理论不提出清楚的问题,不指示应该在什么方向期待回答,不指示在实验中哪些因素是必要的,而哪些因素应该略去或尽量避免,那么实验就失去了它的目的性和明了性。

由于讀者还没有接触到材料力学的具体内容，这里不预备更深入地去讨论这些基本方法，但是讀者应该在今后的学习中，经常注意这些基本方法，这样会使概念更明确，学习更巩固。这是正确地掌握这门科学的关键。

§ 2-2. 材料力学研究的对象：杆、板、壳

一个固体物件，倘若它的长度比横向尺寸在量级上大得多，就叫做杆。杆的几何形状可以用一根轴线（即截面形心的联线）和垂直于轴线的几何图形（横截面）显示出来。杆的轴线可以是曲线、折线或直线（图 2-1）。

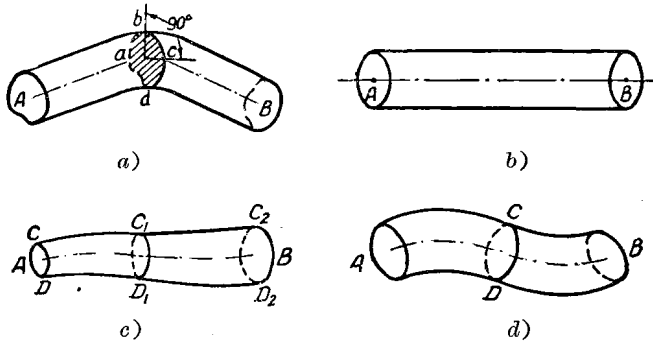


图 2-1

今后我们将先研究直杆（即轴线为直线的杆），并且从各个横截面都相同的杆（即等截面杆）开始。然后再研究曲杆和变截面杆。直杆，根据它受力情况的不同又分别地称为杆、轴、梁及柱等等。

有些固体的厚度比它的其他两个方向的尺寸小得多，这种固体的几何形状可以用中面和与中面垂直的厚度来表示。这样的固体，当中面为曲面时，称为薄壳，中面为平面时，称为平板（图 2-2）。锅炉、化工容器、建筑结构等都有壳和板的构造。

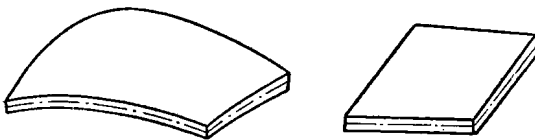


图 2-2

材料力学中主要讨论杆的问题，但也能解决一些简单的壳的问题。板因为计算较为复杂往往在弹性理论中解决。有时我们会遇到形状不很规则的物体，这些构件是不能用材料力学计算的，或者材料力学的计算只能

作为一种初步估计，所得结果是不会很准确的。如果要求准确的结果，可以用实验方法，或用弹性理论或塑性理论中比较复杂的计算方法。

§ 2-3. 关于变形物体的一些重要基本概念

现在我们讲一下关于变形物体的一些重要基本概念。

1) 固体的均匀連續(密实)假說

由于現代物理中的巨大成就,可以肯定固体是由不連續的粒子組成的(分子、原子以及更微小的粒子)。但是根据物体的粒子构造来研究物体的受力和变形是非常复杂的。因此在彈性理論、塑性理論和材料力学中,到現在为止大多采用了均匀連續(也就是密实的质点組合)的假說,即认为物体的整个几何容积都充滿了物质而且各处都是一样的。因为根据这样的假說所得的理論和一般实验結果很符合。必須指出,这样的假說不能用来說明物体內部一微小部分(例如,分子那样大小的范围,甚或略大一些,一个晶粒的大小范围)所发生的現象的本质,但是在很多情况下(例如,常溫下的靜力作用)在較大的容积內(譬如較晶粒大得多)这样的假設是完全可以用来得到实用的結論的。在有些情形下(例如,金屬物体受到随时間改变的力的作用)就必須考虑物体中存在的空隙(像晶粒大小量級的空隙)。所以我們必須辯证地对待这一基本假設,應該注意即使在材料力学的范围也不能无条件地不加限制地去应用均匀連續的假說。我們必須記住所有的假設都是具有一定的条件的(規律是有条件的)。

在普通靜力作用及常溫下我們可以认为鋼、銅及鑄铁等金屬材料是均匀連續的。

2) 各向同性及各向异性的假設

在各方向都具有相同的物理机械性质的純粹材料,称为各向同性材料,鑄鋼、鑄銅、玻璃以及澆灌得很好的混凝土等一般均认为是各向同性的材料。

只在纖維的一定方向上才有相同的物理机械性质的純粹材料,称为单向同性材料。例如,鍋爐鋼、軋鋼、鋼絲和一些木层直而无节的木材为单向同性材料。

不具备各向同性的材料称为各向异性材料。例如木层傾斜的木材和經過冷扭的鋼絲为各向异性材料。

3) 大变形和小变形的概念

材料力学中所考虑的物体的变形主要是小变形。小变形的概念可以概括如下:产生变形的位移比計算中所涉及到的物体的任一度量小得多,例如,图 2-3, *a* 中, $\delta \ll l$, $\delta \ll M$; 在有些情形下即使位移接近物体的一个小的度量但不影响力的作用,例如图 2-3, *b* 中, Δ_1 、 Δ_2 和 h 大小差不多,但計算反力时可以忽略这些变形。

上述范围内的变形我們一般认为小变形,反之則为大变形。这一問題的性質在以后較深入地研究变形后可以更清楚,这里不过介紹一个概念。

4) 描述变形的基本度量

物体变形时其中的任一点将发生移动,这种移动称为綫位移。物体在变形时其中的綫段将发生轉动,这种轉动称为角位移。綫位移和角位移并不足以完全表示变形,因为剛体运动也使体上到处都有綫位移和角位移。

注意到我們在研究构件各部变形时,一般在很大的力的作用下变形还是很小的,也就是处在小变形的条件下。这时倘若将物体分成許多微小立方体,則不管变形如何复杂,要研究总的变形可以从研究每一立方体的变形开始。在小变形的情况下,立方体的变形包括:立方

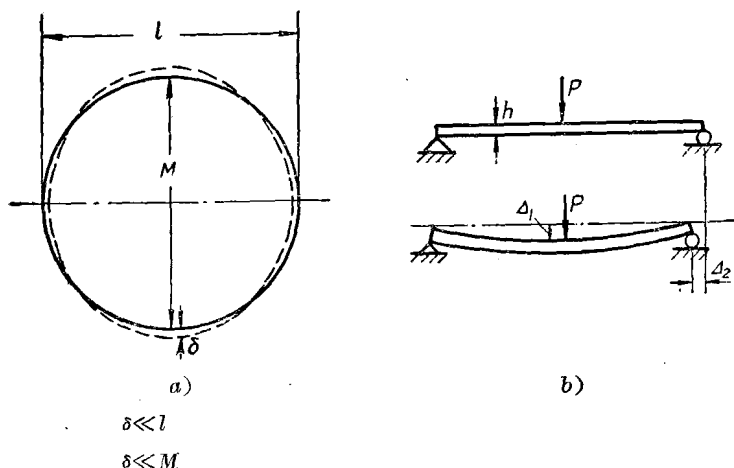


图 2-3

体的边长的改变(伸长或缩短)和原先的直角的改变(变成钝角或锐角)。如果给每一个这样的立方体指出: (1) 边长的改变, (2) 各边间的直角改变, 那末就可以塑造这立方体变形后的模型, 而后再把所有这些立方体合在一起, 就构成整个物体变形后的模型。

由上所述可知, 在任何情形下都可作这样的结论: 无论物体的变形怎样, 总可分解为直线的伸长(或缩短)和直角的改变。

线段长度的改变叫做线变形, 直角的改变叫做角变形或剪角①。由这两种基本变形: (1) 线变形和(2)角变形, 可合成任意性质的变形。

线变形的伸长或缩短可用符号来区别。如果线段较原来长度增加即伸长的线变形, 规定为正; 反之, 线段较原来长度减小即缩短了线变形, 则规定为负。

我们再来指出这两种基本变形——线变形和角变形——之间的如下区别: 角变形的单位是弧度, 系一无因次的量; 但是线变形与线段的原来长度有关而用长度单位(厘米或毫米)来量度, 所以是有因次的量。

现用下面的例子来说明这点。设长 100 厘米的橡皮杆受挂在下面的重量作用而伸长 1 厘米。如果我们在杆上取长 50 厘米的一段, 那么这段显然伸长 0.5 厘米, 20 厘米长的一段伸长 0.2 厘米; 同一杆的不同长度之段的伸长不同, 而和该段的长度有关; 以后把这些伸长叫做绝对的。为免除长度的影响, 应该总研究同样长度的一段之伸长, 所以我们采取单位长度作为研究的长度 在上例中, 杆每 1 厘米长度伸长同一数量 $1 \text{ 厘米} / 100 = 0.01 \text{ 厘米}$ 。根据这些道理, 可得到方便的无因次的线变形的特征——所谓相对线变形

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (2-1)$$

① 前面我们故意不考虑的还有一种情况, 即组成变形物体的各立方体的边的弯曲可能性。但这情况没有意义, 因为各个立方体的尺寸可取得任意的微小; 而研究曲线或曲面的普通数学方法, 就在于把曲线用折线代替, 然后缩小边和多面体的大小, 取极限, 我们的方法实际就是这样; 所以当我们认为立方体是无限小时, 就可以不考虑其面和边的弯曲。

式中: Δl 是绝对伸长, l 是原来的线段长度。

綫变形依照(2-1)式可以用两綫段 Δl 和 l 之比的形式表示。角变形(剪角)也可用两綫段之比的形式表示; 如果角变形很小, 那么(图 2-4)可近似地写成:

$$\gamma = \frac{mm'}{mn}, \quad (2-2)$$

式中: 角 γ 常叫做相对剪变形。

总起来, 可以说, 任何变形由綫变形和角变形组成, 这两变形都有相当的由不名数表示的特征:

$$(1) \text{ 相对綫变形} \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l};$$

$$(2) \text{ 相对剪变形} \quad \gamma = \frac{mm'}{mn}.$$

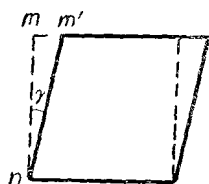


图 2-4

5) 弹性与塑性

在以上 3) 和 4) 中说明了关于变形的基本概念。下面讲一下有关力与变形间的联系的物理概念。

在外力作用下, 固体改变形状, 这是固体基本性质之一。由于固体有抵抗改变其质点间相对位置的能力, 因此当外力停止作用时, 固体能消除由外力所引起的变形; 固体的这一特性称之为弹性。

外力作用除去后能完全消失的变形称为弹性变形。消失不掉的变形则称为永久变形, 残余变形或塑性变形。在工程技术上把物体一般具有的能够产生较大永久变形的这一性质称为塑性。弹性和塑性的性质的划分是有条件的, 譬如, 在同样的受力情形下, 金属在正常温度可以是弹性的, 但在高温下就是塑性的(在赤热时是极明显的)。

材料的弹性性质, 对构件说有原则上的意义。我们知道, 任何物体受力作用时不可能不变形, 但是如果构件还是弹性的, 那末载荷去掉后它就会恢复原状。这是重要的标志, 它表明载荷没有使构件损伤, 没有使构件有永久变形。当然, 材料力学不能局限于研究材料的弹性阶段。为了解决结构和机器各部分的强度问题, 不得不研究在很大的载荷下当材料已明显露出多少接近于破坏时的工作情形。只有切实掌握了材料发生破坏的条件, 才有可能指出正确的途径来保证结构物的可靠工作。有时正常工作不一定限于小变形, 在允许构件产生永久变形的情形下我们就必须深入研究材料的塑性性质, 这样可以大大节省材料。这样也就使材料力学和塑性理论连系起来了, 这是目前材料力学发展的重要方向之一。

6) 内力 · 截面法 · 应力

内力是指物体的一部分对另一部分作用所引起的力, 这是两部分之间的作用与反作用。甚至在一物体不受任何外力时, 物体内还是有内力存在的; 而正是这种内力使固体保持一定的形状。但在材料力学中所注意的是: 在物体承受外力后所引起的内力的改变, 即由于在物体上加了外力所产生的附加内力。因为和物体对外力作用的抗力, 因而也就是和强度问题有密切关系的, 正是这些附加内力。

为了显示和决定内力，可以运用截面法。假想地用一个平面(或一般的任意曲面)把物体截分成两个部分 A 和 B ，便可示出 B 部分在 A 部分上的作用力 P_A 和 A 部分对 B 部分的作用力 P_B ， P_B 应该与 P_A 大小相等而方向相反(图 2-5)， $P_A = P_B$ 。

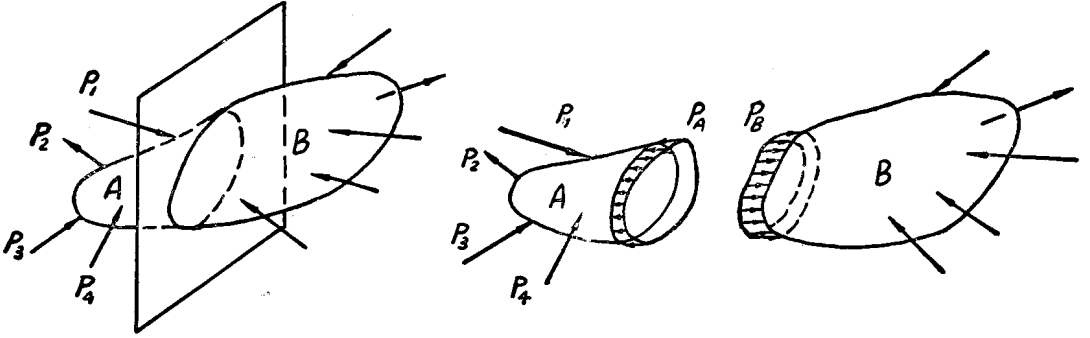


图 2-5

通过截面法可以看出：(1)倘若物体处于平衡状态，由于每一部分亦必平衡，故内力必须存在；(2)在考虑一部分物体时我们将内力化为外力(图 2-5 的内力 P_A 是以外力的形式作用于 A 部分的；同理， P_B 作为外力作用于 B 部分)。内力可用平衡条件求得

$$\bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \bar{P}_4 + \text{内力总和} \bar{P}_A = 0,$$

也可以用力系的简化(合成)来求得

$$\bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_3 + \bar{P}_4 = \text{内力总和} \bar{P}_B.$$

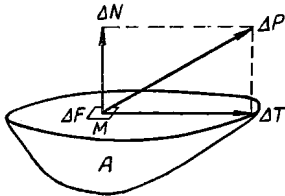


图 2-6

这样的观念应该统一起来。截面上内力的总和(P_A 或 P_B)可以化为一个力或一个力偶，或者在一般的情形下化为一个力和一个力偶。这个总和可以由静力条件求得。但截面上每一部分内力分布的情形一般就不是单纯依靠静力学条件所能决定，必须依靠变形和物理条件联合求出。这一内容将在以后详细讲述。

如果在截面上划分出一块小面积 ΔF (图 2-6)，同时又设内力是连续地作用在整个截面上，则这小面积上作用着一小力 ΔP 。内力 ΔP 对面积 ΔF 的比值就是这块小面积上的平均应力

$$p_{cp} = \frac{\Delta P}{\Delta F}.$$

应力的单位一般用每厘米²内的公斤数 (kg/cm²) 或每毫米²内的公斤数 (kg/mm²) 表示。

为了消除所取面积 ΔF 大小的影响，将面积缩小，趋向极限，从而得到某一点(ΔF 的中心点 M) 处的实际应力

$$p = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}. \quad (2-3)$$

在有些场合下，已知内力均匀分布在截面上，则应力极易求得。例如图 2-7 所示拉杆，其横截面上的应力为 $p = \frac{P}{F}$ 。

(2-3)式不应单纯地用数学观念去理解,实际上我们是将面积取得足够地小(它比工程上的度量小得多,但还远远大于分子的大小),使我们一方面可以用微分关系,但也并不影响我们对于物质实际构造的概念[注意,倘若用均匀连续的假设去满足(2-3)式的数学上的严格性,就会使我们脱离物质实际]。



图 2-7

如果把合力 ΔP 分解为垂直于截面的法向分力 ΔN 和切于截面的切向分力 ΔT , 则同理可得

$$\sigma_{ep} = \frac{\Delta N}{\Delta F}; \quad \tau_{ep} = \frac{\Delta T}{\Delta F},$$

以及

$$\sigma = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta F}; \quad \tau = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta F}. \quad (2-4)$$

我们称 p 为截面上 M 点处的总应力, σ 为 M 点处的正应力, τ 为 M 点处的剪应力(注意, 应力与所考虑的点 and 截面方向都有关)。

由于 $(\Delta P)^2 = (\Delta N)^2 + (\Delta T)^2$,

所以很明显 $p_{ep}^2 = \sigma_{ep}^2 + \tau_{ep}^2$,

而 $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$,

或 $p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}. \quad (2-5)$

这里我们注意到, 应力和速度、力等一样也是矢量。

§ 2-4. 作用于构件的外力及其分类·变形的基本形式

外力(载荷)可以用不同的方式作用于机器和建筑物的各部分上。按作用的特点, 力可以分为体积力(场力)和表面力(接触力)两种。例如, 物体的自重就是属于体积力的一种。表面力又可分为分布的和集中的两种。作用在某一面积或长度范围内的外力叫做分布力, 例如屋顶上的一层雪就是作用在面积范围内的分布载荷, 这种载荷的大小是用每单位面积上力的大小(吨/米², 公斤/厘米²)来表示的, 即它和应力有相同的单位。在长度范围内分布的载荷(连续载荷)则用每单位长度上力的大小(吨/米, 公斤/厘米)来表示。分布在物体的一块非常小的面积上的力叫做集中力。为了计算简便起见, 都假定集中力是作用在一点的, 这样的简化一般不会引起显著的误差。集中力是用力的单位, 即公斤或吨来度量的。

载荷可以是经常作用着的或暂时作用着的。在建筑物的基础上作用着的建筑物的重量, 这个载荷就是经常的。在起重机的链条上就作用着暂时载荷——被吊起来的重量。其次, 载荷又可分为静载荷和动载荷。慢慢地由零增加到某一定最高数值, 以后就保持不变, 或者变动得非常不显著的载荷都叫做静载荷。

动载荷又被分为冲击的和随时间而交替变化的两种载荷。蒸汽锤锤头对木桩的作用就是冲击载荷的一例, 这时载荷作用的时间是用若干分之一秒来计算的。作用在引擎连杆上