

画法几何

同济大学建筑制图教研室 编

(第4版)



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

高等院校教材

画 法 几 何

(第 4 版)

同济大学建筑制图教研室 编



同济大学出版社
TONGJI UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书内容有:正投影图、轴测投影、投影图中阴影、透视投影和标高投影。

本书可作为高等院校土木建筑类专业的“画法几何及工程制图”、“画法几何及阴影、透视”课程中画法几何部分的教科书。也可作为继续教育学院、网络学院和电视大学的土木建筑类专业相同课程的教科书或教学参考书。

与本书配合使用的有《画法几何习题集》(第4版),由同济大学出版社同时出版。

为了帮助广大学生学好“画法几何及工程制图”课程,同济大学出版社还出版了《画法几何解题分析与指导》(第2版),可供学生学习、解题时参考。

图书在版编目(CIP)数据

画法几何/同济大学建筑制图教研室编. —4版.

—上海:同济大学出版社,2009.1

ISBN 978-7-5608-1673-9

I. 画… II. 同… III. 画法几何-高等学校-教材
IV. 0185.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 10758 号

画法几何(第4版)

同济大学建筑制图教研室 编

责任编辑 缪临平 责任校对 徐春莲 封面设计 潘向葵

出版发行 同济大学出版社 www.tongjipress.com.cn

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 常熟市大宏印刷有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 15.5

字 数 387 000

印 数 1—8 100

版 次 2009 年 1 月第 4 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-1673-9

定 价 28.00 元

第4版前言

本书自2003年第3版出版以来,已有5年多了。承蒙广大老师和同学们青睐,被不少高等院校的土木建筑类专业选为教学用书,不胜兴慰,谢谢!

由于与本书配套的《建筑阴影和透视》一书(第3版),2006年入选普通高等教育“十一五”国家级规划教材。故编写本书第4版,以便配套使用。

本书自1985年由同济大学出版社出版第1版以来,曾经过第2版、第3版修改,其改动主要是前面8章正投影图部分。由于后面阴影和透视两章,将与配套的《建筑阴影和透视》有关,故现将第九章轴测投影作为本版的重点修改对象。同时对其他章节亦作必要的个别修改或更正。

轴测投影本身也是一门学科,已为工程技术人员必须具备的知识,国内外已有不少专著。画法几何中所列轴测投影主要为制图需要的内容。在土木建筑类画法几何中和工程设计中,常用来代替透视投影,因二者各有优点。故此次再版时,对轴测投影略增了一些内容。

因此,本版所选轴测投影内容,与全书一样,随学时数多少,专业需要和教学观点的不同,选择必要部分进行教学;另外,也供同学们以后工作需要时参考。

承同济大学出版社予以再版,并承缪临平副编审再次编辑、修改和加工,不胜感激。

本书第4版由原编者黄钟璉改编。对于全书和此次改编所存在的缺点或错误之处,请老师们和同学们批评指正为幸!

编 者

2008年10月

第4版前言

1 概论	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 投影	(2)
1.3 工程图种类	(2)
1.4 图学发展简述	(5)
2 点	(6)
2.1 点的两面投影	(6)
2.2 点的三面投影	(8)
2.3 两点的投影	(12)
3 直线	(15)
3.1 直线的投影	(15)
3.2 直线对投影面的相对位置	(17)
3.3 直线上点	(21)
3.4 两直线的相对位置	(24)
4 平面	(31)
4.1 平面的投影	(31)
4.2 平面上点和直线	(33)
4.3 平面对投影面的相对位置	(34)
4.4 直线与平面平行,平面与平面平行	(40)
4.5 直线与平面垂直,平面与平面垂直	(41)
4.6 直线与平面相交,平面与平面相交	(44)
4.7 点、直线和平面的图解方法	(49)
5 投影变换	(58)
5.1 投影变换的目的和方法	(58)
5.2 辅助投影面法	(59)
5.3 旋转法	(67)



6 平面立体	(77)
6.1 平面立体的投影.....	(77)
6.2 平面立体的表面展开.....	(82)
6.3 工程形体.....	(83)
6.4 平面与平面立体相交.....	(85)
6.5 直线与平面立体相交.....	(90)
6.6 两平面立体相交.....	(91)
7 曲线	(98)
7.1 曲线的一般知识.....	(98)
7.2 二次曲线	(100)
8 曲面和曲面立体	(113)
8.1 曲面的一般知识	(113)
8.2 旋转面和旋转体	(116)
8.3 直线面	(150)
8.4 平移曲面和二次曲面	(160)
8.5 圆柱螺旋线和螺旋面	(180)
9 轴测投影	(185)
9.1 轴测投影的基本知识	(185)
9.2 轴测投影的分类和选择	(188)
9.3 轴测投影的画法	(195)
10 投影图中阴影	(206)
10.1 阴影的基本知识.....	(206)
10.2 点的影子.....	(207)
10.3 线的影子.....	(209)
10.4 平面的影子.....	(213)
10.5 立体的阴影.....	(215)
11 透视投影	(220)
11.1 透视投影的基本知识.....	(220)
11.2 透视特性.....	(221)
11.3 透视画法.....	(224)
12 标高投影	(234)
12.1 点和直线.....	(234)
12.2 平面和平面立体.....	(236)
12.3 曲线、曲面和曲面立体	(239)

1 概 论

1.1 引 言

画法几何是研究在平面上用投影法,由图形表示空间几何形体和运用几何作图来解决空间几何问题的理论和方法的一门学科。

首先,在生产建设和科学研究过程中,对于已有的和想象中的空间物体,如地面、建筑物和机器等的形状、大小、位置及其他有关资料,人们很难用语言和文字表达清楚,因而需要在平面上(如图纸上)用图形形象地表达出来。这种在平面上表达空间工程物体的图,称为工程图。

其次,当研究空间物体在平面上如何用图形来表达时,由于空间物体的形状、大小和相互位置等各不相同,不便以个别物体来逐一研究;为了使研究时易于正确、深刻和完全,以及所得结论能广泛地应用于所有物体起见,特采用几何学中空间物体综合和概括成抽象的点、线、面、体等几何形体的方法,先研究这些几何形体在平面上如何用图形来表达,以及如何通过作图来解决,并探讨它们的几何问题,这就形成了画法几何。

我们把工程上的具体物体,视为由几何形体所组成,根据画法几何理论,将它们在平面上用图形表达出来,成为工程图。在工程图中,除了有表达物体形状的线条以外,还要应用国家制图标准所规定的一些表达方法和符号,注以必要的尺寸数字和文字说明,使得工程图能完善、明确和清晰地表达出物体的形状、大小和位置,以及其他必需的资料,例如:物体的名称、材料的种类和规格,以及生产方法等。这种研究表达工程上物体和绘制工程图方法的学科,称为工程制图。工程图又由表达对象的不同,分为建筑图、机械图等。

因此,如将工程图比喻为工程界的一种语言,则画法几何便是这种语言的语法。并且,画法几何尚可为其他科学技术领域服务。

“画法几何和工程制图”是由于生产实践和科学研究的需要而形成的。现在,工程图已广泛地应用在所有建设领域中。凡是从事生产建设的每个工程技术人员,都必须掌握有关知识和能力。高等工业学校的学生,不论在专业课的学习、设计和生产实习中,以及毕业后在工作岗位上,都必须具有画法几何知识和工程制图的能力。因此,现在所有高等工业学校的工程专业教学计划里,都把“画法几何及工程制图”列为必修的基础技术课,培养学生具有图示空间形体和图解几何问题的能力,培养手工绘图和计算机绘图的能力,以及阅读工程图的能力。在学习本课程的过程中,要注意培养和发展空间想象能力和逻辑思维能力,培养耐心细致的工作作风和认真负责的工作态度。学习完本课程后学生们应该在以后有关课程的学习和生产实践中,结合专业内容和生产实际来继续巩固和予以提高。



1.2 投 影

投影是通过空间形体的一组选定的直线与一个选定的面交得的图形。

在平面上用图形来表示空间形体时,首先要解决如何把空间形体表示到平面上。

在日常生活中,物体在灯光和日光照射下,会在地面、墙面或其他物体表面上产生影子。这种影子常能在某种程度上显示出物体的形状和大小,并随光线照射方向等的不同而变化。图 1-1(a)为空间一长方体在平行光线照射下,于平面 V 上形成影子的情况。

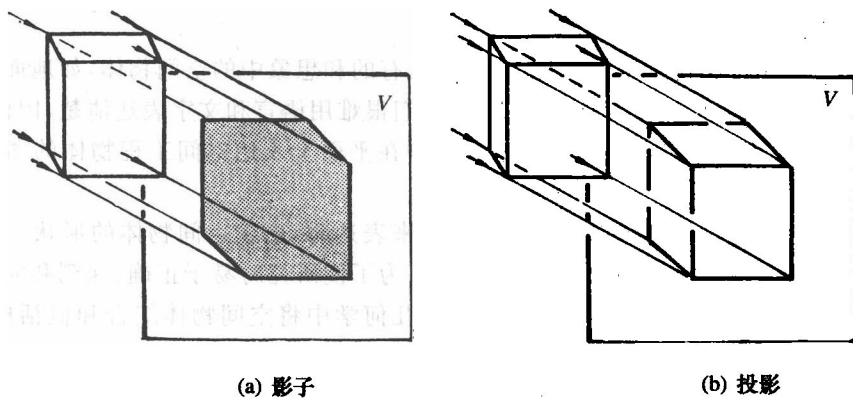


图 1-1 影子和投影

因而在工程上,人们就把上述的自然现象加以抽象来得出空间形体在平面上的图形,如图 1-1(b)所示。这时,我们规定:影子落在一个平面上,并且光线可以穿透物体,使得所产生的“影子”不像真实影子那样黑色一片,而能在“影子”范围内有线条来显示物体的完整形象。此外,对光线的方向也作了某些选择,使其能够产生合适的“影子”形状来。这种应用通过物体的一组选定的直线,在一个选定的面上形成的图形,称为物体在该面上的**投影**;投影所在的面,称为**投影面**;形成投影的直线,称为**投射射线**;这种应用投射射线,在投影面上得到投影的方法,称为**投影法**。

按照投射射线相互之间关系和对投影面的方向不同,投影分有:投射射线从一点出发的投影,称为**中心投影**,见图 1-2 所示,该点 S 称为**投影中心**;投射射线互相平行的投影,称为**平行投影**,见图 1-3 所示。平行投影中,投射射线与投影面斜交时的投影,称为**斜投影**,见图 1-3(a);投射射线与投影面正交(垂直)时的投影,称为**正投影**,见图 1-3(b)。

1.3 工程图种类

常用的工程图有下列四种:

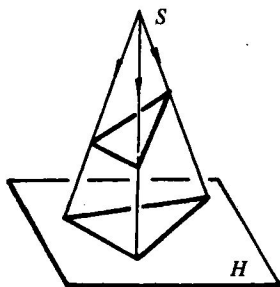


图 1-2 中心投影

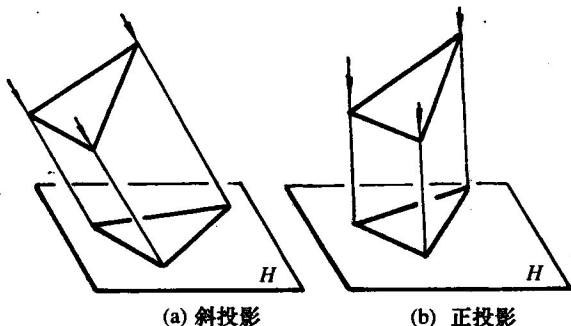


图 1-3 平行投影

1.3.1 透视图

以人眼为投影中心时,物体在一个投影面上的中心投影,称为透视图,也称为透视图(详见 11 透视图)。图 1-4 为一座房屋的透视图。这种图有较强的立体感和真实感,但不能反映物体的真实形状和大小,且作图较繁,一般仅用作表示建筑物等的辅助性图。

1.3.2 轴测图

物体在一个投影面上的平行投影,称为轴测投影,也称为轴测图(详见 9 轴测投影)。图 1-5 为一座房屋的轴测图。这种图也有立体感,有的并能反映物体上某些方向的真实形状和大小,但不能反映出整个物体的真实形状。作图比透视图简单。常用作各种工程上的辅助性图。

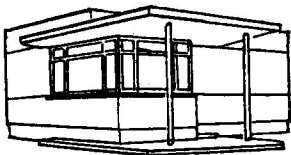


图 1-4 房屋的透视图

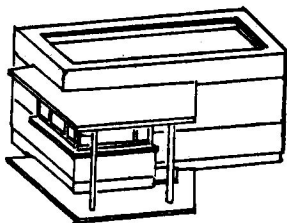


图 1-5 房屋的轴测图

1.3.3 正投影图

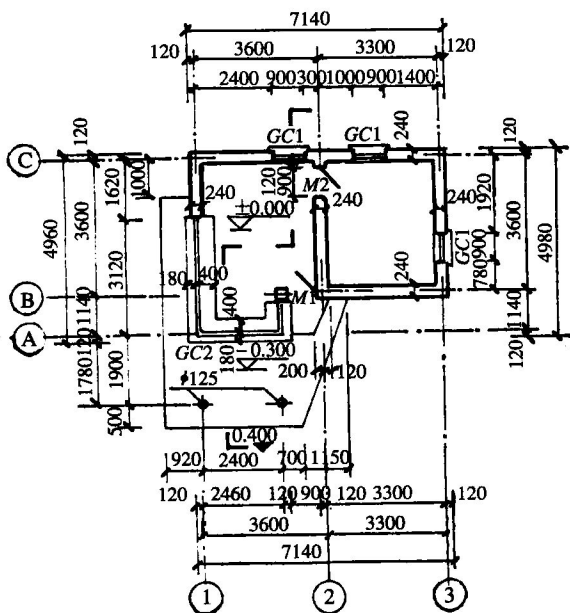
一个物体在一组投影面上的正投影,称为正投影图(详见第 2 章至第 8 章曲面和曲面立体)。图 1-6 为一座房屋的正投影图。这时,每个投影能反映物体在某种方向的实际形状和大小,便于按图建造,是主要的工程图。图 1-6 中除了投影之外,并注有一些图示符号和尺寸数字等。

1.3.4 标高投影图

物体在一个水平投影面上标有高度的正投影,称为标高投影,或称标高投影图(详见第 12 章标高投影)。这种图主要用于表示地形、道路和土工建筑物等。图 1-7 为一条道路及



剖面图 1:00



平面图 1:100

图 1-6 房屋的正投影图

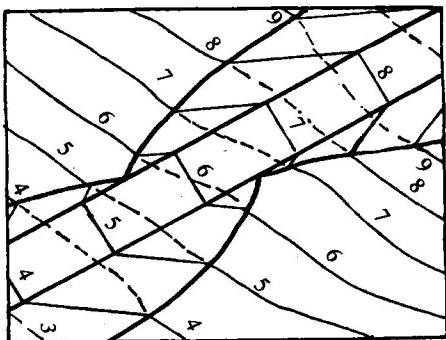


图 1-7 道路的标高投影图



1.4 图学发展简述

我国是一个历史悠久的国家,创造了大量灿烂的文化,图学方面亦然,上古时代就有“仓颉造文字,史皇造图画”的传说。兹对工程图举例如下:

如唐代欧阳洵(公元 557—641 年)等所辑《艺文类聚》引说苑中云:“(战国时)齐王起九重之台,募国中能画者,……有敬君者……画台”;又东汉班固(公元 32—92 年)所撰《汉书》中有:“上欲治明堂奉高(今山东泰安)旁,未晓其制度,济南人公玉带上黄帝时明堂图,……于是上令奉高作明堂汶上如带图”。可见我国在二千多年之前已有工程图应用于建筑工程施工上。

现存大量汉代画像砖、石上的图画,包含有大量相似于透视图、轴测图和正投影等形状的房屋、桥、车辆等图形,并有伏羲拿矩、女娲拿规的像,相似于现今的角尺和圆规。

又如,南北朝宋炳《山水画序》有:“张素绢以远映,则昆阆之形,可围于方寸之间”,其论述相似于现今透视投影的形成。

比例方面,汉代《周髀算经》中有:“以丈为尺,以尺为寸,以寸为分”的画图比例。如现存宋平江图(平江即今苏州)石刻(2 020mm×1 360mm)为 1/500 的城市规划图。

此外,还有刊于 1106 年宋代李明仲的《营造法式》、苏颂(1020—1101 年)的《新仪象法要》、元王桢的《农书》(1313 年)、明代宋应星的《天工开物》(1637 年)等均附有许多图样。

国际上,法国 G·蒙日(Gaspard Monge)于 1795 年发表《画法几何》一书(中译本 1984 廖先庚译),形成了画法几何为一门独立学科。后来,法国和德国等国家有大量画法几何专著问世。

我国从 20 世纪开始,在高等工科学校中开设了“画法几何”课程。在新中国成立后,制定了教学大纲,颁布了制图方面的国家标准,陆续出版了大量画法几何和制图方面的教材和专著,促进了教学、生产建设和科学研究的发展。

2 点

2.1 点的两面投影

2.1.1 点的单面投影

一点在一个投影面上有唯一的一个正投影;相反,根据一点在一个投影面上的一个正投影,不能确定该点在空间的位置。

因为当一点与投影面的相对位置取定后,由该点只能作一条垂直于投影面的投射射线,与投影面又只能交于一点,即只有一个正投影。如图 2-1 所示,设空间有一点 A 和一个投影面 H 。通过 A 点只能作一条垂直于 H 面的投射射线 Aa ,于是与 H 面只能交得一个正投影 a 点。

相反地,如图 2-2 所示,由于同一条投射射线上各点如 A_1 、 A_2 、 A_3 等在 H 面上正投影重叠于一个 a 点,因而仅由正投影 a 点,不能确定 A 点在空间与投影面 H 的相对位置。

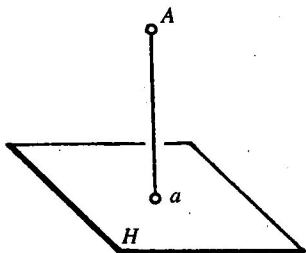


图 2-1 点的正投影

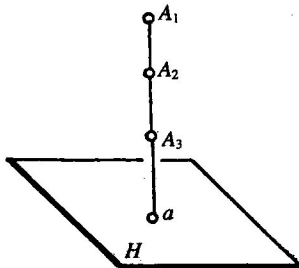


图 2-2 同一投射射线上点的投影

在书中除了 9 轴测投影和 11 透视投影两章以外,讨论的都是正投影。为叙述简洁起见,特把正投影简称为投影;此外,正投影中投射射线必定垂直于投影面,以后一般也不再说明。

2.1.2 点的两面投影

一点在两个投影面上的投影能确定该点在空间的位置。

1. 两投影面体系:因为单凭一点在一个投影面上的投影,不能确定该点在空间的位置。因此,如图 2-3(a)所示,取两个互相垂直的投影面,组成两投影面体系。其中,一个是水平的投影面,用字母 H 表示,称为水平投影面,简称 H 面;另一个是正对观察者的直立投影面,用字母 V 表示,称为正立投影面,简称 V 面。它们相交于一条水平直线,用字母 OX 表示,称为投影轴 OX ,简称 X 轴。

2. 点的两面投影。现设空间有一点 A ,由 A 点分别向 H 面和 V 面作投射射线 Aa 和



Aa' , 交点 a 和 a' 就是 A 点在 H 面和 V 面上的投影, 分别称为 A 点的水平投影和正立投影, 也称为 H 面投影和 V 面投影。

以后规定, 为了表达和说明等需要, 图中点及其投影常用小圆圈表示; 空间点用大写字母(或罗马数字)表示; H 面投影用对应的小写字母(或阿拉伯数字)表示; V 面投影用对应的小写字母(或阿拉伯数字)加一撇表示, 如 a' , 读作 a 一撇。

3. 一点在两个互相垂直的投影面上两个投影的位置: 如图 2-3(a) 所示, 投射射线 Aa 与 Aa' 组成了一个平面 Aaa_xa' , 与 H 面、 V 面交于直线 aa_x 、 $a'a_x$, 并与 OX 轴交于 a_x 点。

因该平面包含了垂直于 H 面和 V 面的投射射线 Aa 、 Aa' , 故平面 Aaa_xa' 亦垂直于 H 面和 V 面; 且 H 面亦垂直 V 面, 因而这三个平面互相垂直, 故交线 $aa_x \perp OX$, $a'a_x \perp OX$ 和 $aa_x \perp a'a_x$; 此外, 由于 $Aa \perp aa_x$, $Aa' \perp a'a_x$, 故平面 Aaa_xa' 是一个矩形, 于是, $aa_x = Aa'$, $a'a_x = Aa$ 。

于是得出下列两个结论:

(1) 一点在两个互相垂直的投影面上两个投影(a 、 a')向投影轴所引的两条垂线(aa_x , $a'a_x$)交于投影轴上一点 a_x ;

(2) 一点在两互相垂直的投影面上两个投影, 每个到投影轴的距离等于空间点到另一个投影面的距离。

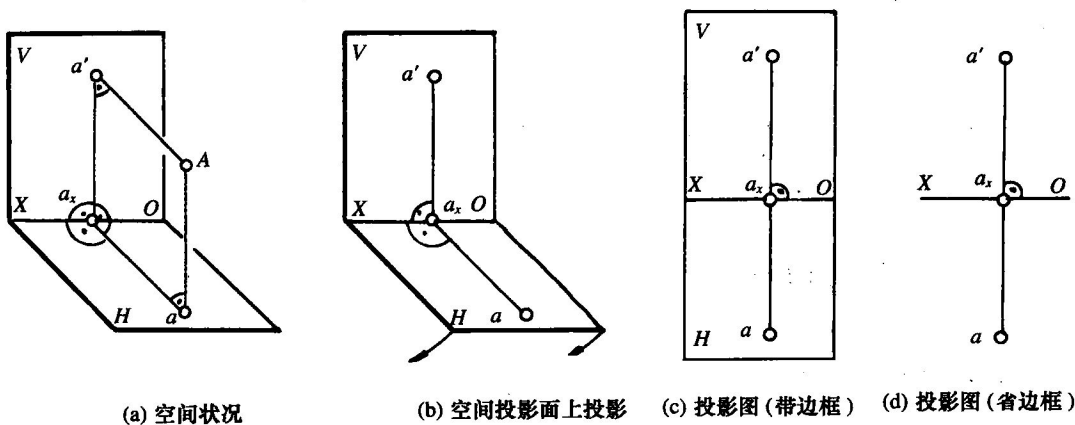


图 2-3 点的两面投影

4. 反之, 一点在两个互相垂直的投影面上的投影, 能决定点在空间的位置: 如图 2-3(b) 所示, 由 a 、 a' 分别引 H 面、 V 面的垂线, 必位于平面 Aaa_xa' 上而必定相交, 交点即为空间点 A 的位置, 如图 2-3(a) 所示。

2.1.3 投影图

实际上是在一个平面(如纸面)上表示出空间两个投影面上的投影, 于是要把空间两个投影面上投影放在一个平面上。为此, 在图 2-3(b) 中, 如 V 面作为不动, 把 H 面连同投影 a 等绕 X 轴向下旋转 90° , 使得与 V 面重合, 如图 2-3(c) 所示。这种投影面重合后的两面甚至多面投影, 称为投影图。于是在投影图中, V 面位于 X 轴上方, H 面位于 X 轴下方。又因投影面的大小是任意的, 故不必画出投影面的边框, 于是成为如图 2-3(d) 所示。同时, 也



不必注出 H 、 V 甚至 OX 等字母。

2.1.4 投影图上点的两面投影特性

在投影图上,一点的两个投影有下列特性:

特性一:一点的两个投影间连系线要垂直于投影轴。

投影图上,一点的两个投影之间连线,称为投影连系线,简称连系线。如图 2-3(d)中连系线 aa' ,应垂直于 X 轴。

因为由图 2-3(b)中 H 面旋转入 V 面时, H 面和 V 面上图形均保持不变,故互相垂直的直线仍互相垂直,即 $aa_x \perp OX$, $a'a_x \perp OX$ 。因而在投影图上, aa_x 和 $a'a_x$ 位于一条垂直于 X 轴的直线 aa' 上,即连系线 $aa' \perp OX$ 。也就是一点的两个投影一定位于垂直于投影轴的连系线上。

投影图上,连系线用细实线表示。一点的连系线与投影轴的交点,用对应于该点的小写字母于右下角加 x 表示,无专门名称。以后不需要时,连系线和 a_x 等字均予省略。

特性二:一点的一个投影到投影轴的距离,等于该点到相邻投影面的距离。

因在图 2-3(b)中有这个特性,因旋转时, H 面上 aa_x 的长度亦不变而保持这个性质。

2.1.5 根据一点在投影图中两个投影,能确定该点在空间的位置,以及该点到两投影面的距离

因为,图 2-3(c)或图 2-3(d)加上投影面边框后,如这时位于 OX 轴下方的 H 面,绕 OX 轴向上方旋转回至水平位置,就如图 2-3(b)一样,于是也能决定 A 点在空间位置,因而也决定了其到投影面的距离。

2.2 点的三面投影

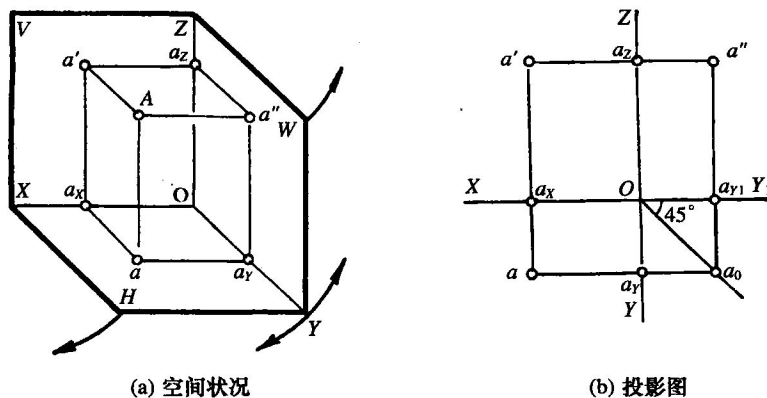
2.2.1 点的三面投影

1. 三投影面体系。虽然,由一点的两面投影已能确定该点在空间的位置,但在某些情况下,需要作出在两个以上投影面上的投影。

如图 2-4(a)所示,除了投影面 H 、 V 以及 A 点和它的投影 a 、 a' 以外,设另有一投影面 W 同时垂直于 H 面和 V 面,组成一个三投影面体系。该 W 面是一个位于右侧的直立平面,称为侧立投影面,简称 W 面。它与 H 面、 V 面的相交直线,分别称为投影轴 OY 和投影轴 OZ ,简称 Y 轴和 Z 轴。三条轴互相垂直,且交于一点 O ,称为原点。

2. 点的三面投影。现由 A 点向 W 面作投射射线 Aa'' ,交点 a'' 就是 A 点在 W 面上的投影,称为侧立投影,也称为 W 面投影。标记时,用对应的小写字母,并在右上角加两撇表示。如 A 点的 W 面投影,则用 a'' 表示。当点用罗马数字表示时,则用对应的阿拉伯数字加两撇表示。

3. 投影图。为了使三个投影面上的投影,成为在一个平面上的投影图,除了 V 面不动, H 面向下旋转入 V 面外, W 面则绕了 OZ 轴向右旋转得与 V 面重合,结果如图 2-4(b)所示,该图已不画出投影面边框。这时, Y 轴分成两条,在 H 面上的仍用 Y 表示,在 W 面上的



用 Y_1 表示。

2.2.2 点的三面投影特性

点的每两个投影之间的连线,必定垂直于相应的投影轴;各投影到投影轴的距离,等于该点到通过该轴的相邻投影面的距离。根据点在 H 面和 V 面上的两面投影图的特性,就可得出上述三面投影图的特性。

如在 V 面和 W 面投影中(图 2-4(a)), 因而 Aa' 和 Aa'' 决定一个平面 $Aa'a''$, 与 Z 轴交于 a_z 点, 与 V 面、 W 面的交线 $a'a_z, a''a_z$ 均垂直于 Z 轴。故重合后, 连系线 $a'a'' \perp Z$ 轴, 呈水平方向。此外, 因平面 $Aa'a''$ 亦为一个矩形, 故 $a'a_z = Aa''$, 表示 A 点到 W 面的距离。又, $a''a_z = Aa'$, 表示 A 点到 V 面的距离。

同样, Aa 和 Aa'' 所决定的一个平面 Aaa_Ya'' 与 Y 轴交于 a_Y 点, 与 H 面、 W 面的交线 aa_Y 、 $a''a_Y$ 垂直于 Y 轴。投影图(图 2-4(b))中, a_Y 分成两点, 分别以 a_Y 及 a_{Y1} 表示。除了 $Oa_Y = Oa_{Y1}$ 外, 连系线的一段 $aa_Y \perp OY$, 为水平方向; 另一段 $a''a_{Y1} \perp OY_1$, 呈竖直方向。它们的延长线的交点 a_0 , 位于一条通过 O 点的 45° 方向的斜线上。又因图形 Aaa_Ya'' 是一个矩形, 故 $aa_Y = Aa''$, 表示 A 点到 W 面的距离; 又 $a''a_{Y1} = Aa$, 表示 A 点到 H 面的距离。

以后如无特殊需要, a_x 、 a_y 、 a_z 和 a_0 等点的小圆圈和文字标记均可省略。点 a_0 及 45° 斜线只是作图时用, 无专门名称, 以后作图过程中不需要时, 也不必作出。甚至, O 、 X 、 Y 、 Z 等字母亦可省略。

由上所述,在三面投影体系中,由一点的任意两个投影,均可表示一点在空间与投影面的相对位置。因此,空间一点可以由三个投影中任意两个来表示;也可由任意两个投影作出第三个投影。

2.2.3 特殊位置的点

图 2-3(a)和图 2-4(a)中点 A,都不位于投影面上。实际上,一点可以位于投影面上、在投影轴上、甚至与原点重合而形成三种特殊位置的点,它们的投影可以恰在投影轴上或与原点重合,如图 2-5 所示。

1. 投影面上的点,一投影重合该点本身,另外的投影在投影轴上。如图 2-5(a)中 B 点



位于 H 面上, H 面投影 b 与 B 点本身重合, 图 2-5(b) 是投影图, 故不必注出 B 字, 只注 b 字; b' 点位于 X 轴上; b'' 位于 Y 轴上, 在投影图中, 因 b'' 位于 W 面上, 应画在属于 W 面上的 OY_1 轴上。

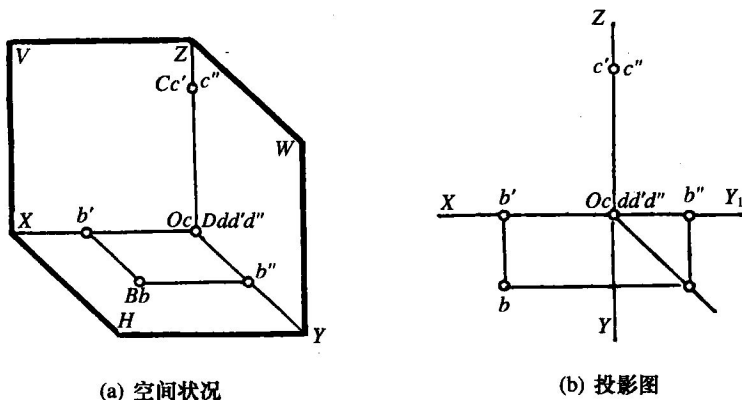


图 2-5 特殊位置的点

2. 投影轴上的点, 两投影重合于该点本身, 另外一投影与原点 O 重合。如图 2-5(b) 中 C 点位于 Z 轴上, 它的 V 面和 W 面投影 c' 和 c'' 与本身重合, H 面投影 c 则与原点 O 重合。

3. 一点与原点重合, 它的三个投影亦均与原点重合。如图 2-5(b) 中 D 点与原点 O 重合, 它的三个投影 d 、 d' 和 d'' 均与原点 O 重合。

2.2.4 坐标

根据一点的坐标, 可以作出该点的投影图; 反之, 根据投影图, 也可以量得该点的坐标。如将投影轴 X 、 Y 和 Z , 视为解析几何里的坐标轴, 则投影面即为坐标面。于是 A 点到 W 面、 V 面和 H 面的距离 Aa'' 、 Aa' 和 Aa , 由于相应地平行于 X 、 Y 和 Z 轴, 故分别称为 A 点的 X 坐标、 Y 坐标和 Z 坐标。 A 点的坐标分别用字母 x_A 、 y_A 和 z_A 表示, 并用形式 $A(x_A, y_A, z_A)$ 表示 A 点及其坐标。在图 2-4 中, $x_A=15$, $y_A=10$, $z_A=20$, 则写成 $A(15, 10, 20)$ 。本书中尺寸单位, 除了最后一章标高投影中用米(m)以外, 其余均以毫米(mm)为单位, 故尺寸数字后不必注以表示单位的文字或字母等。

在投影图中, 如图 2-4(a) 所示, 由直线 Aa 、 Aa' 和 Aa'' 等组成的长方体, 故坐标可以由下列线段表示出来:

$$\begin{aligned} x_A &= Oa_X = a_Y a = a_Z a' \\ y_A &= Oa_Y = a_X a = Oa_{Y1} = a_Z a'' \\ z_A &= Oa_Z = a_X a' = a_{Y1} a'' \end{aligned}$$

A 点的三个投影的坐标为: $a(x_A, y_A)$ 、 $a'(x_A, z_A)$ 和 $a''(y_A, z_A)$ 。所以, 由两个投影就能反映三个坐标。

这样, 就建立起解析几何中坐标与画法几何中投影图之间的关系, 也为解析几何由方程来表示形体与画法几何表示形体之间建立了联系。



2.2.5 轴测图

有了一点(以及至少在任一个投影面上投影)的轴测图,可以画出其投影图;反之,有了一点的投影图,亦可画出反映空间状况的轴测图。也可由一点的坐标画出其轴测图;反之,也可由轴测图量出坐标。

如图 2-3(a)和图 2-4(a)等表示的图形,被称为轴测投影或轴测图的一种形式(有关内容详见第 9 章轴测投影)。图中 V 面形状不变, OY 轴采用与水平线成 45° 的倾斜方向,故原来边框为矩形的 H 面和 W 面,均变成平行四边形了。空间互相平行的直线,在轴测图中仍互相平行,在各轴上以及平行各轴的直线,均可按实际尺寸量取长度。

2.2.6 点的投影图和轴测图作法

如图 2-4 所示,已知空间一点 A 在三投影面体系的投影图和轴测图,可量出该点与投影面的距离和坐标。反之,如已知一点离开投影面的距离或坐标,也可作出其投影图和轴测图。现介绍作法步骤如下:

【例 1】 已知一点 $A(15, 10, 20)$, 作其三面投影图和轴测图。见图 2-4, 作法如下。

【解一】 投影图作法:

(1) 在图纸上,先估计图形大小,选位置合适的一点作为原点。由之作一水平线,左方为 OX 轴,右方为 OY_1 轴;再作一竖直线,上方为 OZ 轴,下方(实为前方)为 OY 轴。

(2) 在 OX 、 $OY(OY_1)$ 、 OZ 轴上,分别量取 $Oa_x = 15$, $Oa_y = 10$, $Oa_{y1} = 10$, $Oa_z = 20$, 得 a_x 、 $a_y(a_{y1})$ 、 a_z 点;

(3) 由 a_x 、 $a_y(a_{y1})$ 、 a_z 点,分别引 $OY(OY_1)$ 、 OX 、 OZ 等的平行线,分别交得投影 a 、 a' 和 a'' 。

也可在作出投影轴后,按如下顺序作图:

(1) 在 OX 上量取 $Oa_x = 15$, 得 a_x 点。

(2) 由 a_x 作竖直线,向下(实为向前),量 $a_x a = 10$, 得 a 点;再向上量取 $a_x a' = 20$, 得 a' 。

(3) 再由 a 作水平线,与 45° 斜线交得 a_0 点;由之向上作竖直线,与由 a' 所作的水平线交得 a'' 。

【解二】 轴测图作法:

(1) 在图纸上取合适的一点作为原点 O , 由之作水平线 OX 轴、 45° 方向的 OY 轴,作竖直线 OZ 轴。

(2) 在各轴上取合适的长度,再作各轴的平行线,得出各投影面的边框线。

(3) 在 OX 、 OY 和 OZ 上,分别量取 $Oa_x = 15$, $Oa_y = 10$, $Oa_z = 20$, 得 a_x 、 a_y 、 a_z 点。

(4) 由 a_x 、 a_y 、 a_z 作相应各轴的平行线,交得投影 a 、 a' 和 a'' 。

(5) 再由 a 、 a' 、 a'' 作 OZ 、 OY 、 OX 轴的平行线,交得 A 点的位置。

当然,也可自 a_x 、 a_y 作 OY 、 OX 的平行线,先交得 a ;由之作 OZ 轴的平行线,量取高度 $aA = 20$, 先作出 A 点,等等。