

优 化 与 决 策

芯片设计

——组合优化的特殊应用

[德] B.科尔特
J.菲根 著

上海科学技术出版社

优 化 与 决 策

芯片设计

——组合优化的特殊应用

[德]B. 科尔特 J. 菲根 著

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

芯片设计:组合优化的特殊应用/(德)B. 科尔特,
(德)J. 菲根著. —上海:上海科学技术出版社,2009. 11
(优化与决策)

ISBN 978—7—5323—9897—3

I. 芯... II. ①B... ②J... III. 组合数学—应用—芯片—
设计—普及读物 IV. 0157—49 TN402—49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 124605 号

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上 海 科 学 技 术 出 版 社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

新华书店上海发行所经销

苏州望电印刷有限公司印刷

开本 889×1194 1/32 印张 3.75

字数:77 千字

2009 年 11 月第 1 版 2009 年 11 月第 1 次印刷

印数:1—2 250

ISBN 978—7—5323—9897—3/N·283

定价:16.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向工厂联系调换

《优化与决策》丛书编委会

名誉主编 吴文俊 谷超豪

主 编 胡毓达

编 委 (以姓氏笔画为序)

王长钰 王兴华 王则柯 方伟武

石钟慈 史树中 刘源张 李 端

汪寿阳 张连生 陈光亚 茆诗松

姚恩瑜 袁亚湘 顾基发 徐利治

唐国春 章祥荪 越民义 韩继业

管梅谷 魏权龄

序

“人尽其能，物尽其用”，是人类进步的重要标志和社会发展的根本动力。

在现代社会中，小至个人事务的处理，大到国家政策的制定，无不需要人们进行关于“人”和“物”的择优抉择，以求取好的结果。在科技日新月异和经济快速发展的 21 世纪，人们要日益面临各种愈来愈复杂的决策问题。因此，现代优化思想和科学决策知识，已是当今人们普遍需要具备的基本素养。

现代教育提倡对学生进行创新精神和综合能力的素质培养。在我国大中学教育中，让学生们了解某些现代优化方法和进行决策能力培养，也正是素质教育的重要内容。

为了向广大读者普及最优化和科学决策的思想和方法，在中国运筹学会及其决策科学分会、数学规划分会和排序分会，中国系统工程学会，中国数学会计算数学分会以及上海运筹学会的倡议和支持下，我们邀请了在相应领域卓有成就的有关专家，撰写了这套《优化与决策》系列丛书。

这套丛书具有以下特点：

选题实用求新 本丛书的重要特色是内容的实用性。各选题在扩大知识的同时，均注重联系实际结合应用展开讨论。不论是定量或定性的决策问题，进行择优建模和效益分析一般要归为用数量刻画和作数值计算，因此，数学是这套丛书各选题的基本工具。但是，与以往作为中学数学教科书内容补充的科普性数学读

物或抽象的数学专著不同,本丛书强调综合运用数学和有关知识去解决现实中的应用问题。另外,丛书的选题既考虑其内容是具代表性的,同时也注意对新领域和某些发展中问题的介绍。

表述浅出深入 本丛书着力于用通俗易懂的方式引导读者掌握现代优化和决策知识。书中特配置了形象的图画以帮助加深读者对内容的理解。我们计划,具有高中数学基础的读者,即可读懂其中的基本内容。但是,为了每一选题的系统性和完整性,也不放弃对一些最基本和著名理论结果的介绍。因此,主要想了解思想方法和借鉴应用手段的读者,阅读时可以略去其中某些理论和证明部分,而不会影响对主要内容的理解。然而,对于具相当数学素养并对理论结果同样有兴趣者,这些较深入的内容对他们是有价值的,其中有些结果即使对于同行学者也将具有重要的参考意义。因此,不同层次的读者,阅读本丛书后均会有所得益。

这套丛书的读者面是多层次和极广泛的,它既适用于各行业管理者,各级行政公务员,广大科技工作者,以及各专业大学生、研究生和教师们阅读,同时也可作为大专和高中学生的选读材料或课外读物。

写作这套既具科普性又基于一定理论分析的现代应用丛书,对于丛书作者是一种新的尝试。本丛书从酝酿组织、确定选题,直至今现在与读者见面,曾经历了较长的时间。许国志院士和俞文鰲

教授生前曾积极参与出版本丛书的策划,并热情承担了写作任务,可惜未及如愿。值得一提的是,各位作者对分担撰写选题的内容都进行了精心选择和安排。特别是,许多作者专业造诣精深,但写作科普著作则是第一次,因此在可读性方面曾倾注了许多心血。对于他们的这种认真和奉献精神,谨致以衷心感谢和崇高的敬意!鉴于著述这套丛书对多数作者是一件新的工作,其中难免或有不足之处,期待读者们不吝指正。

最后,我们对吴文俊院士和谷超豪院士关心和支持本丛书的出版,并乐于担任名誉主编致以诚挚的谢忱!同时,感谢上海科学技术出版社对出版这套丛书所作的一系列努力。

胡毓达

2006年9月19日

作者序

非常高兴,我们的这一篇关于芯片设计中的数学的小文章,现在得以用中文的形式发表。本文以一种十分初等和通俗的方式来解说一个芯片是怎样发挥它的作用,以及如何用数学方法去设计的。通过一个小例子,即道路施工中交通信号灯的控制问题,从逻辑芯片的角度,加以逻辑描述和建模。具体设计中的主要步骤,诸如布局、排线、时间的确定和计时等等,皆以一个具有 17 个逻辑线路,2 个寄存器,以及 2 个输入针和 2 个输出针的小样本芯片,来加以说明和描述。

非常感谢越民义教授对此文发生兴趣,并将它译成中文。我们希望,此小书的中文译本的出版,将会有助于增添中国同行对芯片设计中的数学的兴趣。

伯恩哈德·科尔特(Bernhard Korte)

吉恩斯·菲根(Jens Vygen)

2009. 7. 28.

出版说明

本书原自德国波恩大学离散数学研究所所长科尔特(B. Korte)教授和菲根(J. Vygen)教授合著的综述论文“Wie entwirft man einen Chip?”(德文)和“How Does One Design a Chip?”(英文)。经作者同意,现作为本系列丛书之一出版。越民义教授根据以上英文稿,译出了正文全文。胡毓达教授对照德文稿进行了文字校订和图表中文字翻译,同时为使本书与本系列丛书有统一的格式,对内容作了以下补编:(1)重新选取了带有副标题的书名;(2)将原文具有16个标题的节段编并为8节,并命名了各节标题和书中黑体小标题;(3)补加了一些注解和参考文献。

前言

近代超高集成电路,即所谓的芯片,是人类曾经发明制造出来的最为复杂的结构^[1, 2]。微处理器和存储芯片以惊人的速度向前发展。使人感兴趣的是,组合优化的方法在其中可以得到令人满意的特殊运用^[3]。有些步骤,特别是在微处理的设计方面,没有离散数学的帮助,是决不可能完成的。

因此,将这一发展过程中的一些重要事件作一提纲挈领的介绍,并考虑其未来的发展趋势,看来是必要的。为此,我们必须先要熟悉芯片世界的尺度。这些尺度与我们日常生活中熟悉的相差很远,所涉及的时空量级远远超出我们一般对这些概念的理解。

当然,我们非常难以想象:要将数百万个晶体管安放在一块面积只有一个“句点”那么大的芯片上,而对于一个只有拇指指甲大小的芯片,却要用于几公里细长的排线。德国波恩市的面积为 141 平方公里,其道路的总长为 721 公里。若波恩的道路网络的密度就像一个芯片那样的排线密度,换句话说,若波恩的地面是用芯片覆盖起来的话,它的道路的总长应是 10^{18} 公里,也就是如今波恩道路密度的 10^{12} 倍。要给出这一道路的总长的一个具体的概念是:从地球到太阳距离的一万倍。设若乘坐时速为 250 公里的汽车去旅游,要走完这一距离的路程大约需要 60 万年。即使以光速去走,也要 50 天。

计算机芯片的开关次数,更是完全超出人们的想象。今天,这一代的高性能微处理器以高达 5×10^{12} 赫开关频率来进行工作,因而每一循环只需要 2×10^{-14} 秒。晶体管的开关次数的阶为 10^{-11} 秒。

因此,我们需要打交道的时间间隔是很小的。在 10^{-12} 秒,光和电只走了 300 微米,即 0.3 毫米。通常,这种不可想象的光速(每秒 30 万公里)只与天文问题有关。但是现在,它与芯片设计也有关。在这里,在要求越来越密集的设计中,它是一个制约因素。

今天,在芯片水平上,半导体元件的结构宽度大约是 65 纳米。人的一根头发大约是它的两千倍那么粗。不可想象的是,某些芯片则还不到七个原子的排列长度。在结构投影的平版印刷过程中,容许水平只不过是 20 纳米。

在本书中,我们不讨论在芯片生产中多方面的质量要求。作为常识我们知道,一个芯片工厂比之一个手术室要清洁几千倍。为了给出一个具体说明,我们仍以波恩这个城市为例。要达到一个芯片产地的清洁要求(每一晶元至多有 30 个 0.3 微米直径的质点),整个波恩的污染至多只能有白桦树的 15 片落叶。

芯片技术在过去短短几十年取得了巨大成功,今后将向何方继续发展?在企图回答这一问题之前,我们要简短地说明一下逻辑芯片和记忆芯片之间的差别。记忆芯片是为存储信息而设计的。今天的个人电脑有 4×10^9 比特的记忆芯片,它可以存放 4×10^{12} 比特的信息或 5 亿个符号。在如此的一个芯片上,可以将 24 卷的《布罗克豪斯大百科全书》(德文大百科全书,1796 年出第 1 版,1996 年出最新修订版第 20 版。——校注)存储 16 次。

记忆芯片具有正规结构,晶体管可以以矩阵形式排放其中。对于如此有规则的安排,不需要用任何特殊的数学方法。逻辑芯片则是为数据处理而设计的。这种芯片不只在计算机上出现,而

且在制动系统、起搏器、摄录机、手机、洗衣机以及电信网络交换站比如因特网等，皆可看到。它们的结构是非常不规则的。高度复杂的逻辑芯片的最优设计，要求用离散数学方法。在芯片设计中所涉及到的各个不同的步骤，将在后面加以详细说明。在这里，我们只须设想：一个复杂的逻辑芯片有多达1亿个晶体管要分成一些微小的组装小组。平均每组为6个晶体管，它们在芯片上必须安排成格子状结构。而且，这项安排必须满足众多的工艺条件和时间配合的要求。之后，这些组装小组还必须用金属丝连结成三维空间的模式。这些都将在本书中予以介绍。

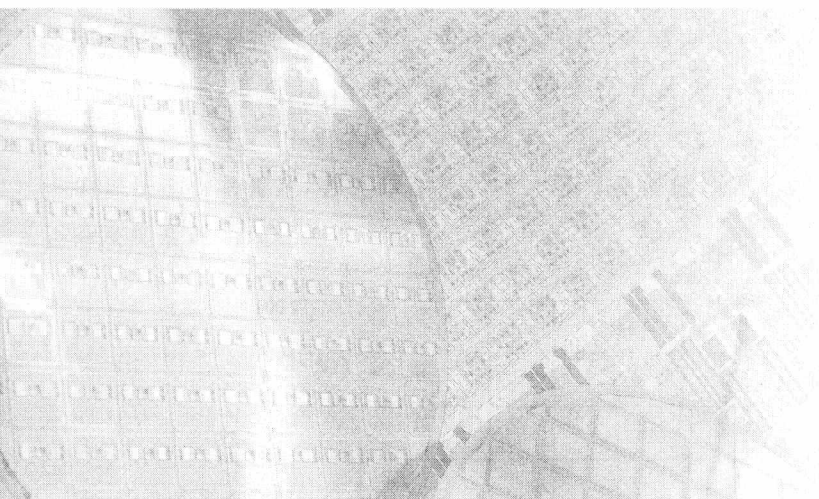
目 录

前言…… I

1. 芯片技术的发展……1
2. 一个芯片例子……11
3. 逻辑表示和计算……19
4. 芯片例子的逻辑实现……33
5. 芯片例子的技术实现……43
6. 布局问题……55
7. 排线问题……69
8. 循环周期最优化……85

参考文献……99

芯片技术 的发展





早在 1965 年, 时任英特尔(Intel)公司首脑的戈登·摩尔(Gordon Moore)曾表示过这样的看法: 芯片的复杂度, 即每一芯片中集成的晶体管的数量, 每隔 18 个月就翻一番。假若芯片的大小停留不动, 则意味着在三年之内, 结构的大小将减半。到现今为止, 这一出自经验的说法已得到肯定, 称为摩尔定律^[4]。图 1-1 描绘出逻辑芯片的复杂度随着时间改变的情况。

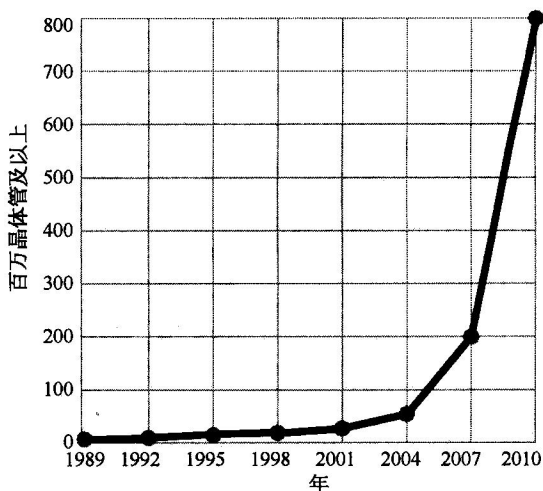


图 1-1

记忆芯片也服从摩尔定律(见图 1-2, 图中 $1\text{ Kbit}=10^3$ 比特, $1\text{ Mbit}=10^6$ 比特, $1\text{ Gbit}=10^9$ 比特。——校注)。但是, 由于晶体管的总数很大, 我们就选用对数尺度来表示。这也意味着, 每隔三年, 每一芯片的记忆能力要增加 4 倍。

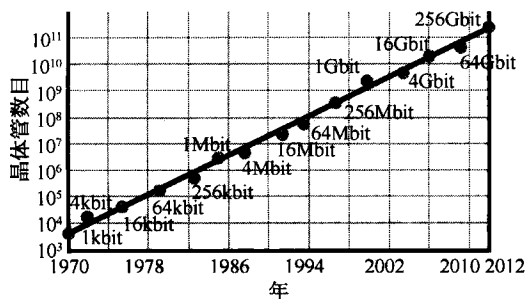


图 1-2

结构尺寸的缩减

在过去, 记忆芯片比之逻辑芯片更能体现出咄咄逼人的技术。缩减结构的尺寸, 首先是在记忆芯片上受到测试的。之后再施用于下一代的逻辑芯片。但是, 专家们现在却希望: 在将来, 逻辑芯片将

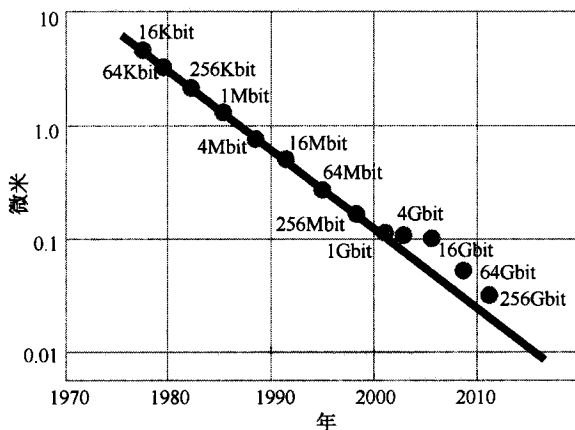


图 1-3