高等农林牧院校试用教材

农业应用物理基础实验

周定伯　马云魁　吴国凯主编

吉林科学技术出版社

S12
12

高等农林牧院校试用教材

农业应用物理基础实验

周定伯　马云魁　吴国凯　主编

吉林科学技术出版社

高等农林牧院校试用教材

农业应用物理基础实验

周定伯　马云魁　吴国凯　主编

责任编辑：王宏伟　　封面设计：马腾骧

出版发行 吉林科学技术出版社

787×1092毫米　16开本　10印张　238,000字

1988年8月第1版　1988年8月第1次印刷

印数：1－8680册　定价：2.70元

印刷 沈阳农业大学印刷厂

ISBN 7-5384-0279-9/S·73

前　　言

物理学是自然科学、工程技术的有力支柱，物理实验又是这一支柱的坚实基础。物理实验教学不仅有助于学生真正理解和掌握物理理论，而且是提高学生的分析问题和解决问题能力所不可缺少的教学环节。因此，加强与改革物理实验教学是提高教学质量的关键措施之一。

为了适应农林院校，“开放”物理实验室的需要，更好地培养学生的“智能”，我们编写了“农业应用物理基础实验”一书。在编写中，力求做到下列几点：

1．考虑到各农林院校的仪器设备不尽相同，在编写时尽量做到，一个实验，多种方法，以便各院校能灵活使用教材。

2．突出物理实验的基本方法，如各种放大法、逐差法、伏安法、电桥法、补偿法、冲击法、作图法，旨在使学生能达到举一反三、触类旁通的目的。同时也安排一些内容比较新颖，难度稍大的实验，以拓宽学生智能领域。

3．结合农林院校的专业特点和需要，尽量选取与各专业相关联的实验内容。

4．鉴于智能往往比知识本身更重要，为此，我们将每个实验的原理部分写得较为详细，以培养学生的阅读能力，适应“开放“实验室的需要；将实验步骤写得简单一些，以改变学生“抓中药”式的实验方法，培养学生手脑并用的能力。有些实验，要求学生自行设计记录表格，并在每个实验后面附有思考题，以增强学生结合实际，分析问题，解决问题的能力。

本书由贵州农学院周定伯副教授、沈阳农业大学马云魁同志、湖北农学院吴国凯副教授担任主编。参加编写的有贵州农学院黄康健（绪论、实验三、十六），湖北农学院廖济众（实验一、四、五、六、七、八、九），贵州农学院周定伯副教授（实验二、十四、十七、二十七），延边农学院玄凤哲副教授（实验十（一）、十五、二十一、二十四（一）、二十六），沈阳农业大学马云魁（实验十（二）、十一、十二、十三、二十八），沈阳农业大学刘恩锡（实验十八、二十、二十二、二十四（二）、二十五），江苏农学院朱庆军（实验十九、二十三）。全书由沈阳农业大学龚峻明、王学恕副教授审定。

本书在编写过程中，得到许多兄弟院校的大力支持，书中大部分插图由沈阳农业大学马云魁、黔南师专伍斌等绘制，在此一并致谢。

由于经验不足，水平有限，书中错误和不足之处，恳请批评指正。

编　者

1987年11月

本书所用物理量的符号

量的名称	符号	量的名称	符号	量的名称	符号
平面角	$\alpha,\beta,\theta,\varphi$	热量	Q	磁导率	μ
长度	l, L	比热容	c	真空磁导率	μ_0
宽度	b	热容	C	相对磁导率	μ_r
高度	h	等压摩尔热容量	C_p	磁通量	Φ
厚度	d	等容摩尔热容量	C_v	磁场强度	H
半径	r, R	比热容比	γ	自感	L
直径	d, D	传热系数	K	互感	M
面积	A, S	熔解热	λ	阻抗	Z
体积	V	振幅	A	电磁波在真空中传播的速度	c
时间	t, τ	周期	T		
角速度	ω	频率	f, ν	光程差	δ
角加速度	α	角频率、圆频率	ω	发光强度	I
速度	u, v	波长	λ	光照度	E
加速度	a	位相差	φ	折射率	n
重力加速度	g	电量	Q		
质量	m	电流	I		
密度	ρ	电场强度	E		
转动惯量	J	电位、电势	V		
力	F	电位差、电势差	U		
张力	T	电压	U		
力矩	M	电动势	E		
压强	P	介电常数	ε		
杨氏模量	E	真空的介电常数	ε_0		
粘滞系数	η	相对介电常数	ε_r		
表面张力系数	σ	电容	C		
热力学温度	T	电阻	R, r		
摄氏温度	t	磁感应强度	B		

目　　录

Ⅲ. 光学部分

绪　　论

一、物理实验的地位和作用

物理学是自然科学的支柱，物理实验又是这一支柱的坚实基础。物理规律的发现和物理理论的建立，都必须以严格的物理实验为基础，并受到实验的检验。例如杨氏的干涉实验对于证实光的波动说；赫兹的电磁波实验对于证实麦克斯韦的电磁场理论等，实验都起了决定性的作用。因此，物理实验在自然科学的发展中，具有极其重要的作用。

物理实验教学不仅有助于学生真正理解和掌握物理学理论，而且是培养学生提出问题，分析问题和解决问题能力的不可缺少的教学环节。物理实验教学可使学生在如何运用理论知识、实验方法和实验技术解决科技问题方面得到必要的、基本的训练，对于培养学生严谨的科学作风、科学态度及辩证唯物主义世界观也有着不可忽视的作用。因此，理、工、农、医及部分文科学生都应具备必要的实验素养，都要进行相应的实验训练，学习实验的思想方法，设计实验装置，掌握仪器的保养使用，训练基本的操作技能，熟悉数据的分析处理等等。

二、测量与误差的基本概念

（一）测量

进行物理实验时，不仅要定性地观察物理变化的过程，而且还要定量地测定物理量的大小，所以物理实验离不开测量。为了进行测量，必须规定一些标准单位，如选定质量单位为千克，长度单位为米，时间单位为秒，电流强度单位为安培等。所谓测量就是将待测量与这些作为标准单位的物理量进行比较，其倍数即为待测量的测量值。

测量可归纳为直接测量和间接测量两类。

1．直接测量：用仪表直接读出测量值的测量，称为直接测量，相应的物理量叫直接测得量。如用米尺测得物体的长度；用天平测量物体的质量等。

2．间接测量：对于大多数物理量来说，没有直接读数的仪表，只能用间接的办法进行测量。所谓间接测量就是首先要测量与它有关的几个量，然后根据它与这些量之间的数量关系式将其量值计算出来。例如测量铜柱的密度时，我们可以用尺子测出它的高度 h 和直径 d，算出其体积 $V=\pi d^2h/4$，然后用天平称出它的质量 M，然后根据公式 $\rho=4M/\pi d^2h$ 计算出它的密度，象这样一类测量称为间接测量。

（二）测量的误差

实验离不开测量，测量总是存在着误差。

任何物质都有自身的各种各样的特性，反映这些特性的物理量所具有的客观的真实数值称为真值。测量的目的就是要力图得到真值。由于人的认识能力与客观世界之间存在着一定的矛盾，反映在实践上就是我们对某个物理量测量的结果和该量的真值之间总存在差别，这个差别就叫做误差。为什么会出现误差呢？这是因为从事实验的人们，常常受着许多限制，不但受到科学技术条件的限制，而且也受着客观过程的发展及其表现程度的限制，客观环境如温度及气候条件的变化，仪器制造的精度，实验理论的近似性等等，都会使实验产生误差，因此，误差存在于一切测量之中，而且贯穿于实验过程的始终。测量的任务，就是要设

法使误差减少到最小的程度；获得在一定测量条件下，待测量的最佳值(最接近真值的值)，估计出近真值的可靠程度，为此，首先需要研究误差的性质和来源。

根据误差的性质及产生的原因，可将误差分为系统误差和偶然误差。

1． 系统误差

（1）仪器误差，这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器造成的。如仪器的零点不准等。

（2）理论（方法）误差，这是由于测量所依据的理论公式本身的近似性造成的，如单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ；或者由于测量方法带来的，如用伏安法测电阻时电表内阻的影响等。

（3）个人误差，这是由于观测者本人的生理或心理特点造成的，如用停表计时，有人常失之过长，有人常失之过短。

系统误差有些是定值，如游标尺的零点不准；有些是积累性的，如用受热膨胀的钢质米尺进行测量，其指示值就小于真实长度，误差值随待测长度成比例增加；还有些是周期性变化的，如仪器的转动中心与刻度盘的几何中心不重合造成的偏心差就是一种周期性变化的系统误差。

系统误差的特点是：它的出现是有规律的，或者全部结果都大于真实值，或者全部结果都小于真实值，增加测量次数并不能减小这种误差的影响。

消除和纠正系统误差的方法，是对仪器进行校正，修正实验方法或者在计算公式中引入一些修正项以改正某些因素对实验结果的影响。系统误差是可以减少和能够消除的。

2． 偶然误差 由于偶然的或不确定的因素所造成的每一次测量值的无规则的涨落，称为偶然误差。所谓偶然因素指的是温度的微小起伏、气流的扰动、杂乱电磁场的影响等等。

偶然误差的存在使每次测量值偏大或偏小，但它服从一定的统计规律，常见的一种是比真值大或比真值小的测量值出现的几率相等，而且误差较小的数据比误差较大的数据出现的几率大。同时，绝对值很大的误差出现的几率趋于零。因此，增加测量次数，可以减小偶然误差，这就是我们在实际工作中常常采取重复多次测量的依据，算术平均值最接近真值，但是，偶然误差是不能消除的。

偶然误差的特点：没有规律，有时使结果变小，有时使结果增大。这就是说，如果在某次测量中得到的结果较待测量的真值大，那么在其后在某次测量中就有同样的可能得到较小的结果，即正方向的误差和负方向的误差的机会相等，它满足几率理论。

减小偶然误差的方法是多次重复测量，但增加测量次数只能降低偶然误差而不能减小系统误差。所以实际工作中测量次数不必过多，一般在科学研究中，重复测量10～20次，而在物理实验中则重复测量 5 ～10次即可。

系统误差和偶然误差的来源不同，性质不同，处理方法也不同。测量的精密度高，是指偶然误差小；测量的准确度高，是指系统误差小；而精确度（有时简称精度）是把两者都包括进去了。影响测量结果的精确度者，有时主要因素是偶然误差，有时主要因素是系统误差，对于每一项具体工作需要进行具体分析。测量结果的总误差是系统误差和偶然误差的总和。在做物理实验时，由于所用的仪器设备和实验条件是一定的，所以系统误差可看成是一定的，这样我们就着重讨论偶然误差的计算和表示方法，而对系统误差只作一般的分析。

有些物理实验教材中还提出过失误差的概念，我们认为过失是错误。对测量来说，误差是不可避免的，错误则是不允许出现的，因此，测量错误不是测量误差。

三、直接测量结果的计算和表示方法

在这一节里，我们假定在没有系统误差存在的情况下，来讨论偶然误差问题。

（一）单次直接测量的误差估算。

在物理实验中，有时候由于条件不许可，不能进行多次重复测量（如测某一瞬时的速度），或对测量的精密度要求不高等原因，对某一物理量的直接测量只进行了一次，在这样的情况下可按仪器出厂检验书或仪器上直接注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明也可取仪器最小分度值的一半作为单次测量的误差。

（二）多次测量的平均值及误差。

由于偶然误差存在于每一次测量之中，因此我们不能以任一次的测量值作为测量的结果，为了减少偶然误差，在可能的情况下，总是采用多次测量，将各次测量的算术平均值作为测量的结果。如果在相同的条件下对某物理量 x 进行 n 次重复测量，其测量值分别为 x_1，x_2，x_3，……x_n。用 $\overline{x}$ 表示平均值，则

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+x_3+\cdots\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

根据误差的统计理论，在一组 n 次测量的数据中，算术平均值 $\overline{x}$ 最接近于真值，称为测量的最佳值或近真值，当测量次数无限增加时算术平均值就无限接近于真值。

在这种情况下，测定值的误差可用算术平均偏差或均方根偏差（标准偏差）表示。现分别介绍如下。

1． 算术平均偏差　设各测量值 x_i 与平均值 $\overline{x}$ 的偏差为 d_i，$i=1$，2，3，…n 即：

$$d_1=x_1-\overline{x},\quad d_2=x_2-\overline{x}\cdots d_n=x_n-\overline{x}$$

则算术平均偏差的定义是：

$$\Delta x=\frac{1}{n}(|d_1|+|d_2|+|d_3|+\cdots+|d_n|)$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|d_i|$$

2． 均方根偏差(标准偏差)　把各次测量值 x_i 与算术平均值 $\overline{x}$ 的偏差仍记为 d_i，$i=1$，2，3，…n，再取其平方的平均值然后开方，称为均方根偏差或标准偏差，即均方根偏差的定义是：

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i^2}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$$

算术平均偏差与均方根偏差都可作为测定值误差的量度，它们都表示在一组多次测量的数据中，各个数据之间的分散程度。如果各个数据之间的差别较大，那么，其算术平均偏差 Δx 和均方根偏差 σ 也都较大，这说明测量不精密，偶然误差较大。

在上述两种偏差的计算方法中，均方根偏差 σ 与偶然误差理论中的误差分布函数的关系

更为直接和简明。因此在正式的误差分析和计算中都采用均方根偏差作为偶然误差大小的量度。这是目前通用的，所以又叫做标准偏差，但对于初学者来说，主要是树立误差的概念和对实验进行粗略的分析，因此，可采用算术平均偏差来进行误差分析和运算，这样要简单得多。

严格来讲，误差是测量值与真值之差，而测量值与平均值之差称为偏差。这两者是有区别的。在测量次数很多时，多次测量的平均值$\overline{x}$最接近真值，因此各次测量值与平均值$\overline{x}$的偏差，也就很接近它们与真值的误差，这样我们就不去区分偏差与误差的微小区别，分别把标准偏差称为标准误差；把算术平均偏差称为算术平均误差，最后，我们把多次测量的结果表示为：

$$x = \overline{x} \pm \Delta x \quad 或 x = \overline{x} \pm \sigma$$

式中x为测定值；$\overline{x}$是多次测量数据的算术平均值，代表最佳测定值；Δx为算术平均误差；σ为标准误差，它们代表多次测量数据的分散程度；$\pm$号表示每次测量值可能比$\overline{x}$大一些，也可能比$\overline{x}$小一些。

3． 绝对误差与相对误差 上式中的Δx或σ是以误差的绝对数值表示测定值的误差，称为绝对误差。但为了评价一个测量结果的优劣，还需要看测量本身的大小，为此，引入相对误差的概念。

相对误差的定义为：

$$Er = \frac{\Delta x}{\overline{x}}$$

相对误差也可用百分数来表示，即：

$$Er = \frac{\Delta x}{\overline{x}} \times 100\%$$

故又称为百分误差。

例如测得两个物体的长度分别为：

$$l_1 = (23.50 \pm 0.03)\mathrm{cm}, \quad l_2 = (2.35 \pm 0.03)\mathrm{cm}$$

则它们的相对误差分别为

$$Er_1 = \frac{0.03}{23.50} \times 100 = 0.13\% \approx 0.2\%$$

$$Er_2 = \frac{0.03}{2.35} \times 100 = 1.3\% \approx 2\ \%$$

从绝对误差来看，两者相等，但从相对误差来看，后者比前者大10倍。

相对误差与绝对误差之间的关系为

$$\Delta x = \overline{x} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\overline{x}} \right)$$

相对误差与绝对误差间的互换运算在实际工作中经常遇到，必须熟练掌握。

4． 引用误差 表示实验仪表精密程度的误差叫做引用误差，设某仪表的误差示数为Δx，满刻度数为x_m则引用误差为： $S\% = \frac{\Delta x}{x_m} \times 100\%$

例如有些电工仪表上标有0.1级，0.2级，……2.5级，5.0级等，就是引用误差为0.1%，0.2%……2.5%等，它表示仪表的误差不超过满刻度的0.1%，0.2%……2.5%，可见级数越小，仪表越精密。由上式还可求出任意刻度x时的绝对误差为　$\Delta x \leqslant x \cdot s\%$

5．实验结果的表示　在表达实验结果时，一般包括不可分割的三部分，即，算术平均值$\overline{x}$；绝对误差Δx；相对误差Er，综合起来可写为：

$$x = (\overline{x} \pm \Delta x) \qquad Er = \frac{\Delta x}{\overline{x}} \times 100\%$$

四、间接测量的误差计算

间接测得量是通过一定的公式计算出来的，既然公式中所包含的各直接测得量都是有误差的，那么间接测得量也必然有误差。

设N为间接测得量、而A、B、C……为直接测得量，它们之间满足一定的关系，即

$$N = f(A、B、C\cdots\cdots)$$

如果各直接测得量可以表示为：$A=\overline{A}\pm\Delta A$；$B=\overline{B}\pm\Delta B$；$C=\overline{C}\pm\Delta C$……，将这些测量结果代入计算公式，便可求得

$$N = \overline{N} \pm \Delta N,\ Er = \frac{\Delta N}{\overline{N}}$$

其中$\overline{N}=f(\overline{A},\ \overline{B},\ \overline{C}\cdots\cdots)$为间接测量的最佳值，当测量次数无限增多时，此最佳值与N的算术平均值是一致的；ΔN是间接测量的算术平均误差，它是通过各直接测得量$\overline{A}$，ΔA，$\overline{B}$，ΔB……等综合计算而得。计算方法如下：

（一）四则运算中的误差计算

1．加法运算中的误差　若　$N = A + B + C\cdots\cdots$

则　$\overline{N}\pm\Delta N = (\overline{A}\pm\Delta A) + (\overline{B}\pm\Delta B) + (\overline{C}\pm\Delta C) + \cdots\cdots$

平均值　$\overline{N} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}\cdots\cdots$

绝对误差　$\Delta N = \pm\Delta A \pm \Delta B \pm \Delta C \pm \cdots\cdots$

由于A，B，C，……诸量都是独立的，它们的绝对误差可能为正，也可能为负，在最不利的情况下，可能出现的最大误差$\Delta N = \Delta A + \Delta B + \Delta C\cdots\cdots$。我们规定此最大误差为间接测量的误差，于是，相对误差：

$$Er = \frac{\Delta N}{\overline{N}} = \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C + \cdots\cdots}{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \cdots\cdots}$$

2．减法运算中的误差　按前面所述理由可得在减法运算中的绝对误差

$$\Delta N = \Delta A + \Delta B + \Delta C + \cdots\cdots$$

相对误差　$Er = \dfrac{\Delta A + \Delta B + \Delta C + \cdots\cdots}{\overline{A} - \overline{B} - \overline{C} - \cdots\cdots}$

由此可见，和、差运算的绝对误差等于各直接测得量的绝对误差之和。

3．乘法运算中的误差

若　$N=A\cdot B$，则

平均值　$\overline{N}=\overline{A}\cdot\overline{B}$　绝对误差　$\Delta N=\overline{A}(\pm\Delta B)+\overline{B}(\pm\Delta A)+(\pm\Delta A)(\pm\Delta B)$

由于 $(\Delta A\cdot\Delta B)$ 为二级小量，可以忽略不计，则　$\Delta N=\overline{A}(\pm\Delta B)+\overline{B}(\pm\Delta A)$

在最不利的情况下，取

$$\Delta N=\overline{A}\cdot\Delta B+\overline{B}\cdot\Delta A$$

于是，相对误差为：

$$Er=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{\overline{A}\cdot\Delta B+\overline{B}\cdot\Delta A}{\overline{A}\cdot\overline{B}}=\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}$$

4．除法运算中的误差　除法是乘法的逆运算，按前面所述的理由可得平均值

$$\overline{N}=\overline{A}\cdot\overline{B}/\overline{B}^2=\overline{A}/\overline{B}$$

绝对误差　$\Delta N=(\overline{B}\cdot\Delta A\pm\overline{A}\cdot\Delta B)/\overline{B}^2$

相对误差　$Er=\dfrac{\Delta A}{\overline{A}}+\dfrac{\Delta B}{\overline{B}}$

不难证明，乘、除运算中的相对误差表达式可以推广到任意个直接测得量的情况，即

$$Er=\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}+\frac{\Delta C}{\overline{C}}+\cdots\cdots$$

由此可见，乘、除运算的相对误差等于各直接测得量的相对误差之和。

从以上的结论还可以看到：当间接测得量的计算公式中只含加减运算时，先计算绝对误差，后计算相对误差较为方便；当计算公式中含有乘、除、乘方或开方运算时，先计算相对误差，后计算绝对误差较为方便。

（二）一般运算关系的误差计算

一般运算关系的误差计算公式可用微分法求得，设

$$N=f(A、B、C、\cdots\cdots)$$

它的全微分式为

$$dN=\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial A}dA+\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial B}dB+\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial C}dC+\cdots\cdots$$

其中

$$\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial A},\ \frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial B},\ \frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial C}\cdots\cdots$$

为一阶偏导数，将上式改成误差公式时，式中的 dN、dA、dB、dC…… 分别用 ΔN，ΔA，ΔB，ΔC…… 代替。考虑到误差可能出现最大值，右方各项均取绝对值，于是绝对误差公式可写为：

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial B}\Delta B\right|+\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots\cdots$$

相对误差公式可写为：

$$Er=\frac{\Delta N}{\overline{N}}=\frac{1}{\overline{N}}\left\{\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial A}\Delta A\right|+\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial B}\Delta B\right|\right.$$
$$\left.+\left|\frac{\partial f(A、B、C、\cdots\cdots)}{\partial C}\Delta C\right|+\cdots\cdots\right\}$$

其中 $\overline{N}=f(\overline{A}、\overline{B}、\overline{C},\cdots\cdots)$而各个偏导数之值均以$\overline{A}$、$\overline{B}$、$\overline{C}$……代入计算。

为了方便查找，现将常用运算关系的误差计算公式列入表1中。

表 1

运算关系 $N=f(A\cdot B\cdot C\cdots)$	误差公式：绝对误差 ΔN	误差公式：相对误差 $Er=\frac{\Delta N}{\overline{N}}$
$N=A+B+C+\cdots\cdots$	$\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots\cdots$	$\frac{\Delta A+\Delta B+\Delta C+\cdots\cdots}{\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\cdots\cdots}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\frac{\Delta A+\Delta B}{\overline{A}+\overline{B}}$
$N=A\cdot B$	$\overline{A}\cdot\Delta B+\overline{B}\cdot\Delta A$	$\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}$
$N=A\cdot B\cdot C$	$\overline{B}\cdot\overline{C}\Delta A+\overline{A}\cdot\overline{C}\Delta B+\overline{A}\cdot\overline{B}\Delta C$	$\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}+\frac{\Delta C}{\overline{C}}$
$N=\frac{A}{B}$	$\frac{\overline{B}\Delta A+\overline{A}\Delta B}{\overline{B}^2}$	$\frac{\Delta A}{\overline{A}}+\frac{\Delta B}{\overline{B}}$
$N=A^n$	$n\cdot\overline{A}^{n-1}\cdot\Delta A$	$n\cdot\frac{\Delta A}{\overline{A}}$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\frac{1}{n}\overline{A}^{\frac{1}{n}-1}\cdot\Delta A$	$\frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta A}{\overline{A}}$
$N=n\cdot A$	$n\cdot\Delta A$	$\frac{\Delta A}{\overline{A}}$
$N=\sin A$	$(\cos\overline{A})\Delta A$	$(\mathrm{ctg}\,\overline{A})\cdot\Delta A$
$N=\cos A$	$(\sin\overline{A})\Delta A$	$(\mathrm{tg}\,\overline{A})\cdot\Delta A$
$N=\mathrm{tg}A$	$\frac{1}{\cos^2\overline{A}}\cdot\Delta A$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\overline{A}}$
$N=\mathrm{ctg}A$	$\frac{1}{\sin^2\overline{A}}\cdot\Delta A$	$\frac{2\Delta A}{\sin 2\overline{A}}$

上述算术平均误差的计算，是在考虑各项误差同时出现最不利情况时，即都取绝对值相加而得到的。实际上，出现这种情况的几率是不大的，因而有些夸大了间接测量的误差。若采用均方根误差系统，则可以严格地证明，间接测量值的标准误差，等于各直接测量值对误差贡献的平方和再开方，即

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 \sigma_B^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2 \sigma_C^2 + \cdots\cdots}$$

式中σ为间接测量值的标准误差，σ_A，σ_B，σ_C……分别为直接测量值 A，B，C，……的标准误差，$\frac{\partial f}{\partial A}$，$\frac{\partial f}{\partial B}$，$\frac{\partial f}{\partial C}$……仍分别为函数 $f(A,B,C,\cdots\cdots)$对 A，B，C，的偏导数，并以$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{C}$……代入求其值，这个标准误差的计算公式，更真实地反映了各直接测量值的误差对间接测量值的误差的贡献，因此在正式的误差分析和计算中，都采用这个公式，称为误差传递公式。但在许多简单的物理实验中，为了对误差进行粗略的估计仍采用算术平均误差的计算公式，这样要简单得多。

五、有效数字及其运算

本节介绍实验仪器仪表的读数规则，有效数字的基本概念及其运算规则等问题。

（一）仪器的读数规则

实验用仪器仪表有数字式和指针式两种，数字式仪表上显示出来的数字照读照记。我们着重讲指针式仪表的读数规则。

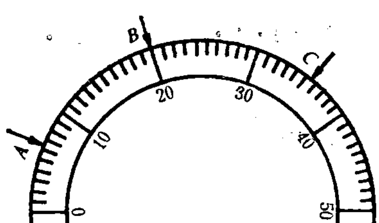

图 1

用指针式仪表测量物理量时，仪表的指针一般并不恰好对准分格线，往往指针指在两根最小分度线之间某一位置处，读数和记录时，一定要读记到出现偶然误差的那一位数字。例如图 1 箭头 B正对着“20”，我们不能只读记 “20” 。因为“20”是一个准确数字，误差不会在准确数字的位置上出现。因此必须读记到十分位上，即为“20.0”。箭头A、C指示的数字是多少呢？它们指示的准确数字分别是 6 和35，十分位上的数字靠估计读出。因此，对于分度式仪表，要读记到最小分度的十分之一。因为在这个数位上才出现偶然误差。例如最小分度值是毫米的尺，测量时一定要估读到十分之一毫米那一位；又如最小分度值是 0.1A 的安培计，一定要估读到百分之一安培那一位。根据这一规定，图 1 中箭头 A 指示的读数为 6.2，箭头C指示的读数为 35.5，误差出现在十分位上，即在0.2和0.5上。

不能认为估读数总是一位数字，如图 2 是一个量程为 0 ～200mA的电流表，最小分度值为 2 mA，读数时也可以估读到分度值的十分之一。如图 2 指针指在114mA至116mA之间靠近 116mA 的十分之四格处，故其读数为$114 + \frac{6}{10} \times 2 = 115.2$mA，这里的5.2 两位都是估读数。但是，由于可以估读到十分之一格。即误差为0.2mA。所以，十分位才是偶然误差的所在位。

有些指针式仪表的分度较窄，指针较宽，要估读最小分度的十分之一有困难，这时可以估读到最小分度的五分之一，甚至估读二分之一，例如图 3 是一个量程为 0 ～500mA的电流

表，其最小分度值为5 mA，由于分格很小而指针很粗，读数时最多只能估读到其最小分度的五分之一，所以其读数为129。这里的个位是读数误差所在的一位。

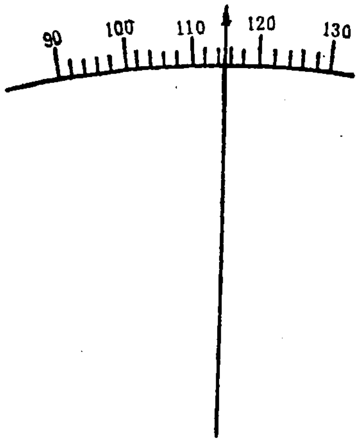

图 2

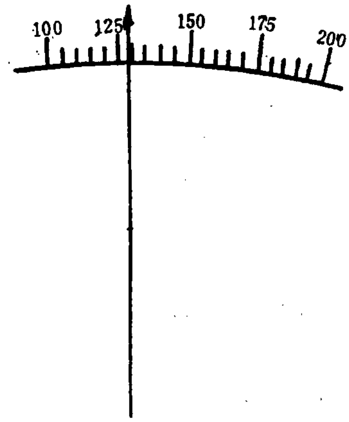

图 3

（二）有效数字

从上面的讨论可知，在任何测量中，所得的数据中总包含两部分，一部分是从仪器的刻度上准确地读出的，叫可靠数字，另一部分是从仪器的最小刻度以下由测量的人估读出来的，叫可疑数字。如图1中箭头A指示的读数为6.2，其中6是可靠数字；而0.2是可疑数字。可疑数字虽然可疑，但有参考价值，而不能随意舍去。测量上把可靠数字和可疑数字合称为有效数字。有效数字一方面表示了被测物理量的数值，同时它还表示了测量仪器的精密程度。如40.5mm它一方面表示了物体的长度，同时我们看出测量只准确地读到mm，mm以下的0.5mm是估读的，因此也就知道测量者所使用的仪器是米尺。如果使用精密的仪器，如千分尺来测，就可能准确地读到1/100mm，估读到1/1 000mm，这样我们就得到这同一物体的长度：

$$L = 40.520\text{mm}$$

显然这个数值更接近于真实的长度，比用米尺测量进了一大步。因此，同一个物体用不同仪器来测量，得到的有效数字位数也不同，有效数字位数越多，测量得越好。实验者记录的有效数字能正确地反映测量值的大小和所使用仪器的情况。

在记录和处理实验数据时，有几点需要加以注意的：

1. （“0”）在数据中的位置不同，其性质也不同。数字之中的（“0”）是可靠数字，例如5.036mm中的（0）是可靠数字，在数字末了的（0）是可疑数字，如30.980mm的（0），数字之前的（0），如0.012 5cm中的（0、0）就不是有效数字。

2. 有效数字的位数不因单位换算而增减。例如某物体重量为0.802 000kg，第一个“0”不表示有效数字，它的出现是因为选用的单位大，数值就小了的缘故，如果用g作单位，则物体重量为802.000g，前面这个“0”就没有了，同数中后面四个“0”都是有效数字，少记一个就不能反映实验数据的确切程度及可疑数字的位置。

为了突出有效数字，避免混淆，并使记录和计算方便，通常按照数字的标准形式将上例写成：

$$8.020\ 00\times10^{-1}\text{kg或}8.020\ 00\times10^{2}\text{g}$$

就是说，在小数点前一律取一位有效数字。采用不同单位而引起数值上的不同，可用乘以10的幂来表示。如125.2ms可写成1.252×10^{-1}s；0.007 050m可写成7.050×10^{-1}cm等。

有些仪器，例如数字仪表，是不可能估读出最小刻度以下的一位数字的，那么我们就不去估读，而把直接读出的数字记录下来，仍然认为最后一位数字是可疑的，因为在数字式仪表中，最后一位数总是有±1的误差。

（三）有效数字的运算规则

在处理测量数据过程中，常要对数据进行运算。如果在运算时，把每一个数据中的可疑数字下面加一划，做一个记号，就可以很清楚地看出，在整个运算过程中有很多毫无意义的手续是可以免除的。

这里我们提出这样一个原理：认为可靠数字间的运算结果仍为可靠数字；可靠数字与可疑数字，或可疑数字间的运算结果仍是可疑数字，但进位为可靠数字，最后结果只能保留一位可疑数字，多余的可疑数字以四舍五入法去掉。

1. 有效数字的加、减

$$\begin{array}{r} 1.38\underset{\cdot}{9} \\ 17.\underset{\cdot}{2} \\ +\ 8.6\underset{\cdot}{4} \\ \hline 27.\underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{9} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 19.6\underset{\cdot}{8} \\ -\ 5.84\underset{\cdot}{8} \\ \hline 13.8\underset{\cdot}{3}\underset{\cdot}{2} \end{array}$$

结果只保留一位可疑数字，则得

$$1.38\underset{\cdot}{9}+17.\underset{\cdot}{2}+8.6\underset{\cdot}{4}=27.\underset{\cdot}{2}$$

$$19.6\underset{\cdot}{8}-5.84\underset{\cdot}{8}=13.8\underset{\cdot}{3}$$

我们看到诸数相加（减）时，结果中小数点后保留的位数与诸数中小数点后位数最少的一个相同，如被加数中小数点后位数最小的是$17.\underset{\cdot}{2}$，小数后面只有一位，结果$27.\underset{\cdot}{2}$中小数点后面也只有一位。知道了这个规律，如果我们事先把各相加数小数点以后的位数都取成$17.\underset{\cdot}{2}$一样位数，即变成

$$\begin{array}{r} 1.\underset{\cdot}{4} \\ 17.\underset{\cdot}{2} \\ +\ 8.\underset{\cdot}{6} \\ \hline 27.\underset{\cdot}{2} \end{array}$$

所得结果与上面一样，而计算却简便了很多。

2. 有效数字的乘、除

$$\begin{array}{r} 4.17\underset{\cdot}{8} \\ \times\ 10.\underset{\cdot}{1} \\ \hline \underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{1}\underset{\cdot}{7}\underset{\cdot}{8} \\ 0000 \\ 417\underset{\cdot}{8} \\ \hline 42.\underset{\cdot}{1}\underset{\cdot}{9}\underset{\cdot}{7}\underset{\cdot}{8} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39\underset{\cdot}{2} \\ 123\overline{)4821\underset{\cdot}{6}} \\ 36\underset{\cdot}{9} \\ \hline 113\underset{\cdot}{1} \\ 110\underset{\cdot}{7} \\ \hline \underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{6} \\ \underset{\cdot}{2}\underset{\cdot}{4}\underset{\cdot}{6} \\ \hline 0 \end{array}$$