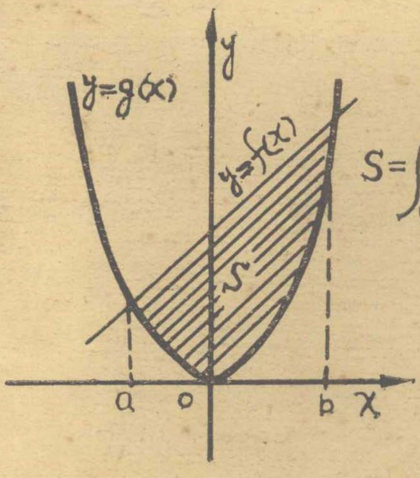
《高等数学习题集》题解

第三册



$$S=\int_a^b[f(x)-g(x)]\,dx$$

贵州省中等专业学校数学校际组编

说　　明

这套《高等数学习题集》题解，是受省教育局、省广播电视大学的委托，为适应我省电大学员和中等学校数学教师自修提高的需要编辑的（作内部发行）。《高等数学习题集》是同济大学数学教研室编的一九六五年修订本。

《题解》按原书章次共分五册（一、二册合订）。第一册平面解析几何；第二册空间解析几何；第三册单元函数微分学；第四册单元函数积分学、级数；第五册多元函数微积分学、微分方程。

在编辑过程中，有关主管部门、中等专业学校领导和教学人员给予了热情积极的支持，贵州工学院、贵阳师院和贵州大学院数学等单位给予了大力协助；特别是贵州工学院数学教研组为我们提供了不少资料，在此，一并表示感谢。

由于我们水平不高，加以编辑时间仓促，缺点错误一定不少，望读者批评指正。

·编　者·

一　九　七　九　年　七　月

目　录

第二編 数学分析

第十章 函数

絶对值的运算

解不等式：

10.1. $|x|<5$.

解：① $x<5$

② $-x<5 \quad \therefore x>-5$

$\therefore -5<x<5$

10.2. $|x-3|<4$.

解：① $x-3<4 \quad \therefore x<7$

② $-(x-3)<4 \quad \therefore x>-1$

即 $-1<x<7$

10.3. $x^2<9$.

解：即 $|x|<3$

$\therefore$ ① $x<3$

② $x>-3$

$\therefore -3<x<3$

10.4. $0<(x-2)^2\leqslant 4$

解：即 $\begin{cases} 0<|x-2| \\ |x-2|\leqslant 2 \end{cases}$

1°, $\begin{cases} x\geqslant 2 \\ 0<x-2 \\ x-2\leqslant 2 \end{cases}$ 2°, $\begin{cases} x<2 \\ 0<-(x-2) \\ -(x-2)\leqslant 2 \end{cases}$

$\therefore 2<x\leqslant 4$; $0\leqslant x<2$.

10.5. $|x|>x$

解：即 ① $x>x$

$\therefore x-x>0$ 矛盾

② $-x>x$

即 $-x-x=-2x>0$

$\therefore x<0$

10.6. $\left|\dfrac{x}{1+x}\right|>\dfrac{x}{1+x}$.

解：① $\dfrac{x}{1+x}>\dfrac{x}{1+x}$ 即 $0>0$ 矛盾

② $-\dfrac{x}{1+x}>\dfrac{x}{1+x}$ 即 $\dfrac{x}{1+x}<0$

$\therefore$ a $\begin{cases} x>0 \\ 1+x<0 \end{cases}$ b $\begin{cases} x<0 \\ 1+x>0 \end{cases}$

得：a。无公共解 b. $-1<x<0$

10.7. $|x^2-3x+2|>x^2-3x+2$.

解：$|(x-1)(x-2)|>(x-1)(x-2)$

即：① $(x-1)(x-2)>(x-1)(x-2)$

矛盾

②. $-(x-1)(x-2)>(x-1)(x-2)$ 即 $(x-1)(x-2)<0$

$\therefore a\begin{cases}x-1>0\\x-2<0\end{cases}$ $b\begin{cases}x-1<0\\x-2>0\end{cases}$

由a得 $1<x<2$. 由b得 $x<1$ $x>2$ 无公共部分 $\therefore 1<x<2$

求下列方程的实根:

10.8. $|x|=x+1$.

解: $\because$ ① $x=x+1$ 矛盾

② $-x=x+1$

$-2x=1$ $x=-\frac{1}{2}$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 是方程的实根

10.9. $|x|=-x$.

解: ① $x>0$ 时 $x=-x$ 矛盾

② $x=0$ 时 方程的根为 $x=0$

③ $x<0$ 时 $-x=-x$ 方程的根为 $x<0$

$\therefore x\leqslant 0$ 是方程的根

10.10. $|\sin x|=\sin x+2$.

解: $\sin x=\sin x+2$ (矛盾)

$-\sin x=\sin x+2$

$-2\sin x=2$

$\sin x=-1$

$\therefore x=2k\pi-\frac{\pi}{2}$ ($k=0,\pm1,\pm2,\cdots$)

10.11. $|2x+3|=x^2$.

解: ① $2x+3=x^2$

$\therefore x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

即：$x_1=3 \quad x_2=-1$

又② $-2x-3=x^2$

$\therefore x^2+2x+3=0$

$\therefore x_3=-1+\sqrt{2}i \quad x_4=-1-\sqrt{2}i$（虚根舍去）

$\therefore x_1=3 \quad x_2=-1$ 是原方程的解

函数值的求法

10.12. 若 $f(x)=\frac{|x-2|}{x+1}$，求 $f(2)$，$f(-2)$，$f(0)$，$f(a)$，$f(a+b)$。

解：$f(2)=\frac{|2-2|}{2+1}=0 \qquad f(-2)=\frac{|-2-2|}{-2+1}=-4$

$f(0)=\frac{|0-2|}{0+1}=2 \qquad f(a)=\frac{|a-2|}{a+1} \quad (a\neq-1)$

$f(a+b)=\frac{|a+b-2|}{a+b+1} \quad (a+b\neq-1)$

10.13. 若 $\varphi(x)=2^{x-2}$，求 $\varphi(2)$，$\varphi(-2)$，$\varphi(0)$，$\varphi(\frac{5}{2})$。

解：$\varphi(2)=2^{2-2}=2^0=1$；$\varphi(-2)=2^{-2-2}=2^{-4}=\frac{1}{16}$；

$\varphi(0)=2^{0-2}=2^{-2}=\frac{1}{4}$；$\varphi(\frac{5}{2})=2^{\frac{5}{2}-2}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$。

10.14. 若 $\varphi(t)=t^3+1$，求 $\varphi(t^2)$，$[\varphi(t)]^2$。

解：$\varphi(t^2)=(t^2)^3+1=t^6+1$；$[\varphi(t)]^2=(t^3+1)^2=t^6+2t^3+1$。

10.15. 若 $f(x)=x^2-3x+7$，求 $f(x+\Delta x)$，$f(x+\Delta x)-f(x)$。

解：$f(x+\Delta x)=(x+\Delta x)^2-3(x+\Delta x)+7$

$=x^2+2x\Delta x+(\Delta x)^2-3x-3\Delta x+7$

$=(x^2-3x+7)+(2x-3)\Delta x+(\Delta x)^2$。

$f(x+\Delta x)-f(x)=(x^2-3x+7)+(2x-3)\Delta x+(\Delta x)^2-(x^2-3x+7)$

$=(2x-3)\Delta x+(\Delta x)^2$。

10.16. 若 $f(x)=\frac{1}{x}$，求 $f(x+\Delta x)-f(x)$。

解：$f(x+\Delta x)-f(x)=\frac{1}{x+\Delta x}-\frac{1}{x}=\frac{x-(x+\Delta x)}{x(x+\Delta x)}=-\frac{\Delta x}{x(x+\Delta x)}$

10.17. 若 $\psi(x)=\ln x$，证明 $\psi(x)+\psi(x+1)=\psi[x(x+1)]$.

证明：$式左=\psi(x)+\psi(x+1)=\ln x+\ln(x+1)=\ln[x(x+1)]$

$式右=\psi[x(x+1)]=\ln[x(x+1)]$

$\therefore\ \psi(x)+\psi(x+1)=\psi[x(x+1)]$

10.18. 若 $F(z)=a^z$，证明：(a). $F(-z)\cdot F(z)-1=0$，

(b). $F(x)\cdot F(y)=F(x+y)$.

证明：(a) $式左=F(-z)\cdot F(z)-1=a^{-z}\cdot a^{z}-1=a^{-z+z}-1=1-1=0$

$\therefore\ F(-z)\cdot F(z)-1=0$成立

(b) $式左=F(x)\cdot F(y)=a^{x}\cdot a^{y}=a^{x+y}$

$式右=F(x+y)=a^{x+y}$

$\therefore\ F(x)\cdot F(y)=F(x+y)$ 成立

10.19. 若 $\varphi(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}$，证明 $\varphi(y)+\varphi(z)=\varphi\left(\frac{y+z}{1+yz}\right)$.

证：$式左=\ln\frac{1-y}{1+y}+\ln\frac{1-z}{1+z}=\ln\frac{(1-y)(1-z)}{(1+y)(1+z)}$

$$式右=\ln\frac{1-\frac{y+z}{1+yz}}{1+\frac{y+z}{1+yz}}=\ln\frac{1+yz-y-z}{1+yz+y+z}=\ln\frac{(1-z)(1-y)}{(1+z)(1+y)}$$

$\therefore\ \varphi(y)+\varphi(z)=\varphi\left(\frac{y+z}{1+yz}\right)$

10.20. 若 $\varphi(\theta)=tg(\theta)$，证明 $\varphi(a+b)=\frac{\varphi(a)+\varphi(b)}{1-\varphi(a)\cdot\varphi(b)}$.

证：$式左=\varphi(a+b)=tg(a+b)=\frac{tga+tgb}{1-tga\cdot tgb}$

$式右=\frac{\varphi(a)+\varphi(b)}{1-\varphi(a)\varphi(b)}=\frac{tga+tgb}{1-tga\,tgb}$

$\therefore\ \varphi(a+b)=\frac{\varphi(a)+\varphi(b)}{1-\varphi(a)\varphi(b)}$

10.21. 若 $f(t)=2t^2+\frac{2}{t^2}+\frac{5}{t}+5t$，证明 $f(t)=f(\frac{1}{t})$.

证明：$式左=f(t)=2t^2+\frac{2}{t^2}+\frac{5}{t}+5t$

$$式右=f\left(\frac{1}{t}\right)=2\frac{1}{t^2}+\frac{2}{\frac{1}{t^2}}+\frac{5}{\frac{1}{t}}+\frac{5}{t}=2t^2+\frac{2}{t^2}+\frac{5}{t}+5t$$

$=$式左

$\therefore\ f(t)=f\left(\frac{1}{t}\right)$

10.22. 若 $f(x)=x^5-x^3+2x$，证明 $f(-2)=-f(2)$

$f(-x)=-f(x)$.

证：① $\because\ f(-2)=(-2)^5-(-2)^3-4=-28$.

$-f(2)=-(2^5-2^3+4)=-28$

$\therefore\ f(-2)=-f(2)$

② $\because\ f(-x)=(-x)^5-(-x)^3+2(-x)=-x^5+x^3-2x$

$=-(x^5-x^3+2x)$

$-f(x)=-(x^5-x^3+2x)$

$\therefore\ f(-x)=-f(x)$

10.23. 若 $F(x)=x^2+\cos x$， 证明 $F(x)=F(-x)$.

证：$F(x)=x^2+\cos x$， $F(-x)=(-x)^2+\cos(-x)=x^2+\cos x$

$\therefore\ F(x)=F(-x)$

10.24. 若 $\varphi(z)=\sin z-5z^3$，证明 $\varphi(-z)=-\varphi(z)$.

证：$\because\ \varphi(-z)=\sin(-z)-5(-z)^3=-\sin z+5z^3=-(\sin z-5z^3)$

$-\varphi(z)=-(\sin z-5z^3)$

$\therefore\ \varphi(-z)=-\varphi(z)$

10.25. 若 $\psi(x)=2\sin x-3\cos x$， 证明 $\psi(x+2n\pi)=\psi(x)$，其中 n 为整数.

证：$\psi(x+2n\pi)=2\sin(x+2n\pi)-3\cos(x+2n\pi)$

$=2\sin x-3\cos x=\psi(x)$

$\therefore\ \psi(x+2n\pi)=\psi(x)$

10.26.

若 $f(x)=\begin{cases}0, & 0\leq x<1,\\ \frac{1}{2}, & x=1,\\ 1, & 1<x\leq 2,\end{cases}$ 求 $f(0)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(1)$, $f(\frac{5}{4})$, $f(2)$.

解：$f(0)=0$；$f(\frac{1}{2})=0$；$f(1)=\frac{1}{2}$；$f(\frac{5}{4})=1$；$f(2)=1$.

10.27.

设 $\varphi(x)=\begin{cases}2^x, & -1<x<0,\\ 2, & 0\leq x<1,\\ x-1, & 1\leq x\leq 3,\end{cases}$

求 $\varphi(3)$；$\varphi(2)$；$\varphi(0)$；$\varphi(0.5)$；$\varphi(-0.5)$.

解：$\varphi(3)=x-1=2$；　$\varphi(2)=x-1=1$；　$\varphi(0)=2$；

$\varphi(0.5)=2$；　$\varphi(-0.5)=2^{-0.5}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

10.28.

设 $\varphi(x)=\begin{cases}|\sin x|, & |x|<1,\\ 0, & |x|\geq 1,\end{cases}$

求 $\varphi(1)$, $\varphi(\frac{\pi}{4})$, $\varphi(-\frac{\pi}{4})$, $\varphi(-2)$.

解：$\varphi(1)=0$；　$\varphi(\frac{\pi}{4})=|\sin\frac{\pi}{4}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$；

$\varphi(-\frac{\pi}{4})=|\sin(-\frac{\pi}{4})|=|-\frac{\sqrt{2}}{2}|=\frac{\sqrt{2}}{2}$；　$\varphi(-2)=0$

函数的定义域

10.29. $y=\frac{2x}{x^2-3x+2}$.

解：$\because x^2-3x+2\neq 0$，$\therefore x\neq 2, x\neq 1$，即 x 在 $(-\infty,1)$；$(1,2)$；$(2,+\infty)$ 中取值.

10.30. $y=\frac{1}{x^2+1}$.

解：x 为任何实数时，$x^2+1\neq 0$　$\therefore x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 中取值.

10.31. $y=\sqrt{3x+4}$.

解：$\because 3x+4\geq 0$　$\therefore x\geq -\frac{4}{3}$ 即 x 在 $[-\frac{4}{3},+\infty)$ 中取

值.

10.32. $y=\sqrt{x^2-1}$.

解: $\because x^2-1\geq 0$, $\therefore x\geq 1$, $x\leq -1$, 即x在$(-\infty,-1]$; $[1,+\infty)$中取值.

10.33. $y=\frac{1}{x}-\sqrt{1-x^2}$.

解: $\begin{cases} x\neq 0 \\ 1-x^2\geq 0 \end{cases}$ $\quad \begin{matrix} x\neq 0 \\ \therefore -1\leq x\leq 1 \end{matrix}$

$\therefore$ 原函数的定义域为 $[-1,0)(0,+1]$

10.34. $y=\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

解: $\because \frac{1+x}{1-x}\geq 0$ $\quad \therefore a\begin{cases} 1+x\geq 0 \\ 1-x>0 \end{cases}$ $\quad b\begin{cases} 1+x\leq 0 \\ 1-x<0 \end{cases}$ 无解

由a得 $-1\leq x<1$ 即x在$[-1,1)$中取值.

10.35. $y=\frac{1}{1-x^2}+\sqrt{x+2}$.

解: $\because \begin{cases} 1-x^2\neq 0 \\ x+2\geq 0 \end{cases}$ $\quad \therefore \begin{cases} x\neq \pm 1 \\ x\geq -2 \end{cases}$

$\therefore x$在$[-2,-1)$, $(-1,1)$; $(1,+\infty)$中取值.

10.36. $y=\sqrt{x}+\sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}$.

解: $\because \begin{cases} x\geq 0 \\ x-2\neq 0 \end{cases}$ $\quad \therefore \begin{cases} x\geq 0 \\ x\neq 2 \end{cases}$

即x在$[0,2)$, $(2,+\infty)$中取值.

10.37. $y=\sqrt{x^2-4x+3}$.

解: $\because x^2-4x+3\geq 0$ 即 $(x-3)(x-1)\geq 0$

$\therefore a\begin{cases} x-3\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases}$ $\quad b\begin{cases} x-3\leq 0 \\ x-1\leq 0 \end{cases}$

解之得 $x\geq 3 \quad x\leq 1$

即x在$(-\infty,+1]$, $[+3,+\infty)$中取值.

10.38. $y=\frac{1}{\lg(1-x)}$.

解：$\because \lg(1-x)\neq 0 \quad \therefore x\neq 0 \quad \because 1-x>0 \quad \therefore x<1$

即 x 在 $(-\infty,0)$，$(0,1)$ 中取值。

10.39. $y=\lg\frac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$.

解：$\because \begin{cases}\frac{1}{1-x}>0\\ x+2\geq 0\end{cases} \quad \therefore 1>x\geq -2$

即 x 在 $[-2,1)$ 中取值。

10.40. $y=\frac{1}{2}\lg\frac{1+x}{1-x}$.

解：$\because \frac{1+x}{1-x}>0 \quad a\begin{cases}1+x>0\\ 1-x>0\end{cases} \quad b\begin{cases}1+x<0\\ 1-x<0\end{cases}$ 无解

由 a 得 $1>x>-1$

$\therefore x$ 在 $(-1,+1)$ 间取值。

10.41. $y=\sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}-\log_a(2x-3) \quad (a>1)$

解：$\because \begin{cases}x-2\neq 0\\ 2x-3>0\end{cases} \quad \therefore \begin{cases}x\neq 2\\ x>\frac{3}{2}\end{cases}$

即 x 在 $(\frac{3}{2},2)$；$(2,+\infty)$ 中取值。

10.42. $y=\lg(\sqrt{x-4}+\sqrt{6-x})$.

解：$\because \begin{cases}x-4\geq 0\\ 6-x\geq 0\end{cases} \quad \therefore \begin{cases}x\geq 4\\ x\leq 6\end{cases}$

即 x 在 $[4,6]$ 间取值。

10.43. $y=\sqrt{\lg\left(\frac{5x-x^2}{4}\right)}$.

解：$\because \lg\frac{5x-x^2}{4}\geq 0 \quad \therefore \frac{5x-x^2}{4}\geq 1$

即 $x^2-5x+4\leq 0 \quad (x-4)(x-1)\leq 0$

$a\begin{cases}x-4\geq 0\\ x-1\leq 0\end{cases}$ 无解. $\quad b\begin{cases}x-4\leq 0\\ x-1\geq 0\end{cases} \quad \therefore 1\leq x\leq 4$

$\therefore$ 即 x 在 $[1,4]$ 中取值。

10.44. $y=\log_2(\log_2 x)$.

解：$\because \log_2 x>0 \quad \therefore x>1$

即 x 在 $(1,+\infty)$ 中取值.

10.45. $y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{16-x^2}$.

解：$\because \sin x\geqslant 0 \quad \therefore 2n\pi\leqslant x\leqslant(2n+1)\pi$

又 $16-x^2\geqslant 0 \quad x^2\leqslant 4^2 \quad -4\leqslant x\leqslant 4$

$\therefore$ x 在 $[-4,-\pi]$, $[0,\pi]$ 中取值

10.46. $y=\dfrac{1}{\sin x-\cos x}$.

解：$\because \sin x-\cos x\neq 0 \quad \therefore \sin x\neq\cos x$

$\therefore x\neq n\pi+\dfrac{\pi}{4} \quad (n=0, \pm1, \pm2\cdots)$

10.47. $y=tg(x+1)$.

解：$\because x+1\neq n\pi+\dfrac{\pi}{2} \quad \therefore x\neq(n+\frac{1}{2})\pi-1 \quad (n=0,\pm1,\pm2\cdots)$

10.48. $y=ctg\sqrt{x}$

解：$\because \sqrt{x}\neq n\pi \quad \therefore x\neq(n\pi)^2 \quad x>0 \quad (n=1,2,\cdots)$

10.49. $y=\dfrac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

解：$\because \sqrt{\cos x}>0 \quad \therefore \cos x>0 \quad \therefore$ x 在"1, 4"象限内取值.

即 x 在 $(2n\pi-\frac{\pi}{2}, 2n\pi+\frac{\pi}{2})$ 中取值 $(n=0,\pm1,\pm2\cdots)$

10.50. $y=\arccos\sqrt{2x}$.

解：$\because 2x\geqslant 0, \quad \sqrt{2x}\leqslant 1 \quad \therefore 0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}$

即 x 在 $[0,\frac{1}{2}]$ 中取值.

10.51. $y=\arcsin\dfrac{x-3}{2}$.

解：$\because -1\leqslant\dfrac{x-3}{2}\leqslant 1 \quad \therefore -2\leqslant x-3\leqslant 2$

$1\leqslant x\leqslant 5 \quad \therefore$ x 在 $[1,5]$ 中取值.

10.52. $y=\arcsin(2+3^x)$.

解：$\because |\sin y|\leqslant 1$ 而 $2+3^x>1$ $\therefore y=arc(2+3^x)$ 无意义.

10.53. $y=\lg\sin x$.

解：$\because \sin x>0$ $\therefore x$在"1, 2"象限内取值.

即x在$(2n\pi,(2n+1)\pi)$中取值$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

10.54. $y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$.

解：$\because \sqrt{x^2+1}$始終大于0　又$\sqrt{x^2+1}>|x|$

$\therefore x+\sqrt{x^2+1}>0$成立

即x在$(-\infty,+\infty)$内取值.

10.55. $y=\sqrt{3-x}+\arccos\frac{x-2}{3}$.

解：$\because 3-x\geqslant0$　$x\leqslant3$；　又$-1\leqslant\frac{x-2}{3}\leqslant1$　$-1\leqslant x\leqslant5$

$\therefore -1\leqslant x\leqslant3$　即x在$[-1,3]$中取值.

10.56. $f(x)=\begin{cases}-1, & 0<x<1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$

解：$\because x\neq1$　$\therefore x$可在$(0,1)$, $(1,+\infty)$中取值.

10.57. $y=\begin{cases}x^2+1, & -1<x<2,\\ x^3-3, & 2<x\leqslant4.\end{cases}$

解：根据题目$x\neq2$，$\therefore x$可在$(-1,2)$, $(2,4]$中取值.

10.58. $\varphi(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-1}, & x<0,\\ x, & 0<x<1,\\ 2, & 1\leqslant x\leqslant2.\end{cases}$

解：根据题目，x可在$(-\infty,0)$, $(0,2]$中取值.

10.59. 设$y=f(x)$的定义域是$[0,1]$问

(a) $f(x^2)$,　　　　(b) $f(\sin x)$,

(c) $f(x+a)$, $(a>0)$,　(d) $f(x+a)+f(x-a)$　$(a>0)$,

的定义域是什么？

解：(a) $\because 0\leqslant x^2\leqslant1$，$\therefore 0\leqslant|x|\leqslant1$　$\therefore x$在$[-1,1]$中取值.

(b) $\because 0\leqslant \sin x\leqslant 1$ $\therefore x$是"1,2"象限之角.

即x在$[2n\pi,(2n+1)\pi]$中取值$(n=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$

(c) $\because 0\leqslant x+a\leqslant 1$ $\therefore x$在$[-a,1-a]$中取值.

(d)

$$\because\begin{cases}0\leqslant x+a\leqslant 1\\0\leqslant x-a\leqslant 1\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}-a\leqslant x\leqslant 1-a\\a\leqslant x\leqslant 1+a\end{cases}$$

当$0<a\leqslant\frac{1}{2}$时，x在$[a,1-a]$中取值.

若$a>\frac{1}{2}$时，定义域不存在

10.60. 已知从高为h处落下的重物所经过的路程是由公式$S=\frac{1}{2}gt^2$来确定，问(a). 此函数的定义域为何？ (b). 解析式$S=\frac{1}{2}gt^2$的定义域又如何？

解：(a) $\because$ 重物作自由落体运动 $\therefore t\geqslant 0$

由函数式得 $t^2=\frac{2h}{g}$ $\therefore t$在$[0,\sqrt{\frac{2h}{g}}]$中取值.

(b) 若$S=\frac{1}{2}gt^2$为一解析式，则t可在$(-\infty,+\infty)$中取值.

在题10.61——10.64中，$f(x)$与$\varphi(x)$是否表同一函数？说明其理由，并在哪一区间内，它们是相同的.

10.61. $f(x)=\frac{x}{x}$，$\varphi(x)=1$.

解：$\because f(x)$的定义域是$(-\infty,0),(0,+\infty)$

$\varphi(x)$的定义域是$(-\infty,+\infty)$.

$\therefore f(x)$与$\varphi(x)$不是同一函数，定义域不同，在$x\neq 0$时，两函数相同.

10.62. $f(x)=\lg x^2$，$\varphi(x)=2\lg x$.

解：$\because f(x)$的定义域：$(-\infty,+\infty)$

$\varphi(x)$的定义域：$(0,+\infty)$

$\therefore f(x),\varphi(x)$不表同一函数，定义域不同，在$(0,+\infty)$时，两函数相同

10.63. $f(x)=x$. $\varphi(x)=(\sqrt{x})^2$

解：∵ $f(x)$的定义域：$(-\infty,+\infty)$

$\varphi(x)$的定义域：$[0,+\infty)$

∴ $f(x)$与$\varphi(x)$不表同一函数，定义域不同，在$[0,+\infty)$，两函数相同.

10.64. $f(x)=x$, $\varphi(x)=\sqrt{x^2}$.

解：∵ $f(x)$ 的定义域：$(-\infty,+\infty)$， 值域 $(-\infty,+\infty)$

$\varphi(x)$ 的定义域：$(-\infty,+\infty)$， 值域 $[0,+\infty)$

∴ $f(x)$与$\varphi(x)$不表同一函数， 对应关係不同，在$[0,+\infty)$时，两函数相同.

建立函数关系

10.65. 温度计上摄氏0度对应华氏32度，摄氏100度对应华氏212度，试求将摄氏温标表为华氏温标的函数.

解：$y=\frac{5}{9}(x-32)$ y 表示摄氏温标

x 表示华氏温标

10.66. 设M为密度不均匀細杆OB上的一点，若OM的质量与OM的長度平方成正比，又已知OM＝4寸其质量为8单位. 试求OM的质量与長度间的关系.

解：设OM的质量为y，長度为x.

那末 $y=kx^2$ 又 $x=OM=4$寸时，$y=8$.

∴ $8=k4^2$ ∴ $k=\frac{1}{2}$

∴ 其函数关系式为 $y=\frac{1}{2}x^2$.

10.67. 一物体作直線运动，已知阻力的大小与物体运动的速度成正比，但方向相反. 当物体以1米/秒速度运动时阻力为2克，建立阻力与速度间的函数关系.

解：设阻力为y，速度为x，即$y=-kx$，$k=2$

$\therefore\ y=-2x$.

10.68. 电压在某电路上等速下降，在实验开始时电压为12伏特，经过8秒后电压降落到6.4伏特. 试把电压V表为时间t的函数.

解：由于电压等速下降，初始为12伏，8秒后，降到6.4伏，平均每秒降了$\frac{12-6.4}{8}=0.7$伏/秒

$\therefore\ y=12-0.7t \qquad t\geq 0$

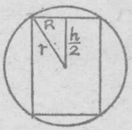
10.69. 已知三角形中有两边长分别为a与b，设γ为该两边之间的夹角. 试将三角形的面积表成γ的函数，并求其定义域.

解：设S为$\triangle ABC$之面积，$\quad S=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$

$0<\gamma<\pi$ 为其定义域.

10.70. 在半径为r的球内嵌入一内接圆柱，试将圆柱的体积表为其高的函数，并求此函数的定义域.

解：设球内接圆柱的体积为V，高为h，底面圆半径为R.



那末 $R=\sqrt{r^2-\frac{h^2}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{4r^2-h^2}$

$\therefore\ V=\pi R^2h=\frac{\pi}{4}(4r^2-h^2)h$

其定义域为 $0<h<2r$

10.71. 已知圆锥的体积为V，试将圆锥的底半径表为高的函数，并求此函数的定义域.

解：设圆锥底圆半径为R，锥高为h.

那末 $V=\frac{1}{3}\pi R^2h \qquad R^2=\frac{3V}{\pi h} \quad \therefore\ R=\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$

其定义域是 $(0, +\infty)$

10.72. 一物体受压缩弹簧的推力而运动. 如这弹簧一端