

2009年

一级注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试

基础考试复习教程

（上册）



注册工程师考试复习用书编委会 编

本教程由北京市注册工程师考试辅导班的教师编写，本教程紧密结合考试实际，紧跟规范、规程的更新，自2003年初版以来深受考生欢迎。2009年3月住房和城乡建设部、人力资源和社会保障部共同批准了新版注册工程师资格考试《公共基础考试大纲》，较原大纲更详细、明确，增加、调整了许多内容。2009年本教程按新考试大纲进行了全面修订，是注册结构工程师基础考试必备的辅导教材。



人民交通出版社
China Communications Press

2009年

一级注册结构工程师（房屋结构）执业资格考试

基础考试复习教程

（上册）

注册工程师考试复习用书编委会 编

本教程由北京市注册工程师考试辅导班的教师编写，本教程紧密结合考试实际，紧跟规范、规程的更新，自2003年初版以来深受考生欢迎。2009年3月住房和城乡建设部、人力资源和社会保障部共同批准了新版注册工程师资格考试《公共基础考试大纲》，较原大纲更详细、明确，增加、调整了许多内容。2009年本教程按新考试大纲进行了全面修订，是注册结构工程师基础考试必备的辅导教材。



人民交通出版社
China Communications Press

内 容 提 要

本书前二版由北京市注册工程师管理委员会(结构)组织编写、修订,2007年修订出版了第三版,现根据2009年新版考试大纲再次修订出版。

本书编写人员全部是多年从事注册结构工程师考试基础课培训工作的专家、教授。本书已作为培训教材使用多年,现根据培训回馈意见和以往的考试经验,以及新颁布的大纲、规范、标准,对教程进行全面修订,以满足应考和培训之用。

本版教程以最新考试大纲为依据,以现行规范、教材为基础进行编写,目的是为了指导考生复习,因此力求简明扼要,联系实际,着重于对概念和规范的理解运用,并注意突出重点。教程的每章后均附有参考习题,最后附一套模拟试题,可作为考生检验复习效果和准备考试之用。

由于本书规模较大,特分为上、下两册,以便于携带、翻阅。

本教程适合参加一级注册结构工程师基础考试的人员使用,同时由于一级考试内容覆盖了二级考试大纲的全部内容,因此亦可供参加二级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试的人员备考使用。

图书在版编目(CIP)数据

一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础
考试复习教程:2009年版/注册工程师考试复习用书编
委会编.—4版.—北京:人民交通出版社,2009.5

ISBN 978-7-114-07701-2

I. 一… II. 注… III. 建筑结构—工程师—资格考核
—自学参考资料 IV. TU3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 053319 号

Yiji Zhuce Jiegou Gongchengshi(Fangwu Jiegou)Zhiye Zige Kaoshi Jichu Kaoshi Fuxi Jiaocheng

书 名: 一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习教程

著 作 者: 注册工程师考试复习用书编委会

责任编辑: 陈志敏

出版发行: 人民交通出版社

地 址: (100011)北京市朝阳区安定门外外馆斜街3号

网 址: <http://www.ccpres.com.cn>

销售电话: (010)59757969, 59757973

总 经 销: 北京中交盛世书刊有限公司

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787×1092 1/16

印 张: 80

字 数: 2000 千

版 次: 2003年4月 第1版

2004年4月 第2版

2007年2月 第3版

2009年5月 第4版

印 次: 2009年5月 第1次印刷 总计第5次印刷

书 号: ISBN 978-7-114-07701-2

上、下册总定价: 138.00 元

(如有印刷、装订质量问题,由本社负责调换)

注册工程师考试复习用书

编 委 会

主任委员	赵知敬			
副主任委员	于春普			
主 编	曹伟浚			
编 委	(以姓氏笔画为序)			
	于春普	刘世奎	杨松林	陈向东
	赵知敬	钱民刚	曹伟浚	

第四版前言

原建设部(现住房和城乡建设部)和原人事部(现人力资源和社会保障部)从 1997 年起实施注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试制度。

本书前二版曾署名北京市注册工程师管理委员会(结构)编写,修订再版时根据《中华人民共和国行政许可法》,不再冠以注册工程师管理委员会的名义。

为了帮助考生们准备考试,本书的编写教师自 1997 年起就先后参加了北京市一、二级注册结构工程师(房屋结构)基础考试的考前辅导培训工作,他们都是本专业有较深造诣的教授和高级工程师,分别来自北京建筑工程学院、北京工业大学、北京交通大学、北京工商大学和北京市建筑设计研究院。教师们根据多年教学实践经验和考生的回馈意见,依据考试大纲和现行的教材、规范,以多年辅导培训的教案为基础,编写了本考试复习教程,于 2003 年正式出版,深受考生欢迎。本教程的目的是为了指导复习,因此力求简明扼要,联系实际,着重对概念和规范的理解应用,并注意突出重点。本教程经多年的使用和不断修订完善,已经成为值得考生信赖的考前辅导和培训用书。

本教程严格按考试大纲编写,并在多年教学实践中不断加以改进。2007 年,我们在每章后均增加了一节“复习指导”,以帮助自学的考生更好地掌握教程的内容。为方便考生复习,本教程分上、下册出版,上册第一至第十章为上午公共基础考试段内容,下册第十一至十七章为下午专业基础考试段内容。

2009 年 3 月,住房和城乡建设部与人力资源和社会保障部共同批准了经过修订的《勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲》,新大纲较原上午段的考试大纲更加详细、明确,各科内容均有调整。局部调整较多的有“高等数学”中的“概率与数理统计”,“化学”中的“有机化学”,“理论力学”中的“动力学”。整个科目内容调整较大的有:“计算机应用基础”、“电气与信息”和“工程经济”。原“电工电子技术”更名为“电气与信息”,其中增加了“信号与信息”(6 道题),据了解,目前土木工程院校非信息专业大多未学习这门课程,因此教材在增加这一部分时着重介绍概念和基本知识,以后根据实际考题的范围和深度再进行修订。新大纲在上午段增加了“法律法规”,因此我们在上册中增加了第十章“法律法规”,而下午段的考试中仍有“职业法规”。为避免重复,我们将下册中的原第十二章“职业法规”合并到上册的第十章,请考生注意,上册第十章“法律法规”包括了下午段“职业法规”的考试内容。

参加本教材 2009 年版编写和修订工作的教师有:第一章第一至第七节

吴昌泽,第一章第八节贾玲华编写,吴昌泽修订,第一章第九节贾玲华编写,范元玮修订;第二章程学平;第三章毛怀珍编写,谢亚勃修订;第四章刘燕;第五章钱民刚;第六章李兆年;第七章许小重;第八章许怡生;第九章陈向东;第十章李魁元;第十一章朋改非;第十二章杨松林;第十三章刘宝生;第十四章刘世奎;第十五章冯东;第十六章王健、张怀静;第十七章孙惠镐。

考生在复习本教程时,应结合阅读相应的教材、规范。本教程每章后均附有参考习题,另有配套的《一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集》,共编制参考试题 2 400 多道,相当于每年考试试题量的 13 倍以上,绝大多数试题均附有提示和答案。建议考生在复习好教程的同时,多做习题,必将对考生巩固、检验复习效果和准备好考试大有帮助。

祝各位考生考试取得好成绩!

注册工程师考试复习用书编委会

2009 年 4 月

一、注册结构工程师在专业考试之前进行基础考试是和国外接轨的做法。通过基础考试并达到职业实践年限后就可以申请参加专业考试。基础考试是考大学中的基础课程,按考试大纲的安排,上午考试段考 10 门课程,120 道题,4 个小时,每题 1 分,共 120 分;下午考试段考 8 门课程,60 道题,4 个小时,每题 2 分,共 120 分;上、下午共 240 分。试题均为 4 选 1 的单选题,平均每题时间上午 2 分钟,下午 4 分钟,因此不会有复杂的论证和计算,主要是检验考生的基本概念和基本知识。考生在复习时不要偏重难度大或过于复杂的知识,而应将复习的主要注意力放在弄清基本概念和基本知识方面。

二、考生在复习本教程之前,应认真阅读“考试大纲”,清楚地了解考试的内容和范围,以便合理制订自己的复习计划。复习时一定要紧扣“考试大纲”的内容,将全面复习与突出重点相结合。着重对“考试大纲”要求掌握的基本概念、基本理论、基本计算方法、计算公式和步骤,以及基本知识的应用等内容有系统、有条理地重点掌握,明白其中的道理和关系,掌握分析问题的方法。同时还应会使用为减少计算工作量或简化、方便计算所制作的表格等。本教程中每章后均有一节“复习指导”,具体说明本章的复习重点、难点和复习中要注意的问题,建议考生认真阅读每章的“复习指导”,参考“复习指导”的意见进行复习。在对基本概念、基本原理和基本知识有一个整体把握的基础上,对每章节的重点、难点进行重点复习和重点掌握。

三、注册结构工程师基础考试上下午试卷共计 240 分,上下午不分段计算成绩,这几年及格线都是 55%,也就是说,上下午试卷总分达到 132 分就可以通过。因此,考生在准备考试时应注意扬长避短。从道理上讲自己较弱的科目更应该努力复习,但毕竟时间和精力有限。如今年新增加的“信号与信息”,据了解,土建非信息专业大多未学过,短时间内要掌握好比较困难,而“信号与信息”总共只有 6 道题,6 分,只占总分的 2.5%,也就是说,即使“信号与信息”一分未得,其他科目也还有 234 分,从 234 分中考 132 分是完全可以做到的。因此考生可以根据考试分科题量、分数分配和自己的具体情况,计划自己的复习重点和主要得分科目。当然一些主要得分科目是不能放松的,如“结构力学”15 题(下午段)30 分,“高等数学”24 题(上午段)24 分;“结构设计”12 题(下午段)24 分都是不能放松的;其他科目则可根据自己过去对课程的掌握情况有所侧重,争取在自己过去学得好的课程中多得分。

四、在考试拿到试卷时,建议考生不要顺着题序顺次往下做。因为有的题会比较难,有的题不很熟悉,耽误的时间会比较多,以致最后时间不

够,题做不完,有些题会做但时间来不及,这就太得不偿失了。建议考生将做题过程分为三遍:

1. 首先用 15~20 分钟将题从头到尾看一遍,一是首先解答自己很熟悉很有把握的题;二是将那些需要稍加思考估计能在平均答题时间里做出的题做个记号。这里说的平均答题时间,是指上午段 4 个小时考 120 道题,平均每小时 30 道题,每题 2 分钟,下午段 4 个小时考 60 道题,平均每小时 15 道题,每题 4 分钟,这个 2 分钟(上午)、4 分钟(下午)就是平均答题时间。将估计在这个时间里能做出来的题做上记号。

2. 第二遍做这些做了记号的题目,这些题应该在考试时间里能做完,做完了这些题可以说就考出了你的基本水平,不管你基础如何,复习得怎么样,考得如何,至少不会因为题没做完而遗憾了。

3. 这些会做或基本会做的题做完以后,如果还有时间,就做那些需要稍多花费时间的题,能做几个算几个,并适当抽时间检查一下已答题的答案。

4. 考试时间将近时,比如还剩 5 分钟要收卷了,这时你就应看看还有多少道题没有答,这些题确实不会了,建议你也不要放弃。既然是单选,那也不妨估个答案,答对了也是有分的。建议你回头看看已答题目的答案,A、B、C、D 各有多少,虽然整个卷子四种答案的数量并不一定是平均的,但还是可以这样考虑,看看已答的题 A、B、C、D 中哪个答案最少,然后将不会做没有答的题按这个前边最少的答案通填,这样其中会有 $1/4$ 可能还会多于 $1/4$ 的题能得分,如果你前边答对的题离及格正好差几分,这样一补充就能及格了。

五、基础考试是不允许带书和资料的,考试时发给一本“考试手册”,考后收回。考试中需要用到的公式和图表手册上都有,但翻手册是需要时间的,因此,常用的公式和数据还是应该记住的。另外,也要善于翻手册,要能很快地找到需要的公式和图表,这样才能加快答题速度。

六、本教程每章后均附有参考习题及答案。另外,我们还专门为考生编写了一本《一级注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试基础考试复习题集》,编入习题 2 400 多道,绝大多数题提供了解题提示和答案。建议考生在复习好本教程内容的基础上,多做习题。多做习题能帮助巩固已学的概念、理论、方法和公式等,并能发现自己的不足,哪些地方理解得不正确,哪些地方没有掌握好;同时熟能生巧,多做题能提高解题速度。本教程在最后提供了一套模拟试题,建议考生在复习完本教程以后,集中时间,排除干扰,模拟考试气氛,将模拟试题全部做一遍,以接近实战地检验一下自己的复习效果。

相信这本教程和复习题集能帮助大家准备好考试。

最后,祝愿各位考生取得好成绩!

曹纬浚

2009 年 4 月

目 录

上 册

第一章 高等数学	1
第一节 空间解析几何与向量代数	1
第二节 一元函数微分学	8
第三节 一元函数积分学	21
第四节 多元函数微分学	35
第五节 多元函数积分学	42
第六节 级数	51
第七节 常微分方程	59
第八节 矩阵计算	63
第九节 概率论与数理统计	77
第十节 复习指导	91
参考习题	98
答案	109
第二章 普通物理	111
第一节 热学	111
第二节 波动学	121
第三节 光学	128
第四节 复习指导	140
参考习题	142
答案	147
第三章 普通化学	148
第一节 物质结构与物质状态	148
第二节 溶液	165
第三节 化学反应速率与化学平衡	173
第四节 氧化还原与电化学	180
第五节 有机化合物	187
第六节 复习指导	204
参考习题	208
答案	213
第四章 理论力学	214
第一节 静力学	214

第二节 运动学	228
第三节 动力学	238
第四节 复习指导	251
参考习题	254
答案	267
第五章 材料力学	269
第一节 概论	269
第二节 内力计算与内力图	275
第三节 应力计算与强度条件	280
第四节 变形计算与刚度条件	287
第五节 变形比较法解超静定问题	291
第六节 应力状态与强度理论	294
第七节 组合变形	300
第八节 压杆稳定	305
第九节 能量法简介	308
第十节 复习指导	310
参考习题	312
答案	332
第六章 流体力学	334
第一节 流体力学定义及连续介质假设	334
第二节 流体的主要物理性质	334
第三节 流体静力学	339
第四节 流体动力学	349
第五节 流动阻力和能量损失	363
第六节 孔口、管嘴及有压管流	375
第七节 明渠均匀流	387
第八节 渗流定律、井和集水廊道	394
第九节 量纲分析和相似原理	399
第十节 流体运动参数的测量	406
第十一节 复习指导	410
参考习题	412
答案	417
第七章 计算机应用基础	418
第一节 计算机基础知识	418
第二节 计算机程序设计语言	423
第三节 信息表示	437
第四节 常用操作系统	440
第五节 计算机网络	442
第六节 复习指导	447
参考习题	450

答案	456
第八章 电气与信息	457
第一节 电场与磁场	457
第二节 电路的基本概念和基本定律	461
第三节 直流电路的解题方法	467
第四节 正弦交流电路的解题方法	471
第五节 电路的暂态过程	483
第六节 变压器、电动机及继电接触控制	486
第七节 二极管、稳压管	496
第八节 直流电源	498
第九节 三极管	501
第十节 基本放大电路	503
第十一节 集成运算放大器	511
第十二节 数字电路	518
第十三节 信息技术基础	530
第十四节 复习指导	545
参考习题	548
答案	558
第九章 工程经济	559
第一节 资金的时间价值	559
第二节 财务效益与费用估算	566
第三节 资金来源与融资方案	575
第四节 财务分析	579
第五节 经济费用效益分析	589
第六节 不确定性分析	590
第七节 方案经济比选	593
第八节 改扩建项目的经济评价特点	595
第九节 价值工程	596
第十节 复习指导	599
参考习题	601
答案	605
第十章 法律法规	606
第一节 我国法规的基本体系	606
第二节 中华人民共和国建筑法(摘要)	606
第三节 中华人民共和国安全生产法(摘要)	610
第四节 中华人民共和国招标投标法(摘要)	614
第五节 中华人民共和国合同法(摘要)	617
第六节 中华人民共和国行政许可法(摘要)	621
第七节 中华人民共和国节约能源法(摘要)	623
第八节 中华人民共和国环境保护法(摘要)	628

第九节	建设工程勘察设计管理条例(摘要).....	630
第十节	建设工程质量管理条例(摘要).....	633
第十一节	建设工程安全生产管理条例(摘要).....	636
第十二节	设计文件编制的有关规定.....	640
第十三节	工程建设强制性标准的有关规定.....	641
第十四节	房地产开发程序.....	642
第十五节	工程监理的有关规定.....	645
第十六节	勘察设计行业职业道德准则.....	646
第十七节	复习指导.....	646
参考习题		647
答案		652

下 册

第十一章	土木工程材料	655
第一节	材料科学与物质结构基础知识.....	655
第二节	气硬性无机胶凝材料.....	663
第三节	水泥.....	666
第四节	混凝土.....	675
第五节	沥青及改性沥青.....	691
第六节	建筑钢材.....	697
第七节	木材.....	706
第八节	石材.....	708
第九节	粘土.....	709
第十节	复习指导.....	711
参考习题		715
答案		720
第十二章	工程测量	721
第一节	测量基本概念.....	721
第二节	水准测量.....	723
第三节	角度测量.....	727
第四节	距离测量及直线定向.....	731
第五节	测量误差的基本知识.....	736
第六节	控制测量.....	741
第七节	地形图测绘.....	748
第八节	地形图应用.....	750
第九节	建筑工程测量.....	752
第十节	全球定位系统(GPS)简介.....	757
第十一节	复习指导.....	758
参考习题		760

答案	770
第十三章 土木工程施工与管理	772
第一节 土石方工程与桩基础工程	772
第二节 钢筋混凝土工程与预应力混凝土工程	786
第三节 结构吊装工程与砌体工程	796
第四节 施工组织设计	804
第五节 流水施工原理	807
第六节 网络计划技术	812
第七节 施工管理	819
第八节 复习指导	823
参考习题	826
答案	830
第十四章 结构力学	831
第一节 平面体系的几何组成分析	831
第二节 静定结构的受力分析与特性	833
第三节 结构的位移计算	846
第四节 超静定结构的受力分析与特性	853
第五节 影响线及应用	872
第六节 结构的动力特性与动力反应	878
第七节 复习指导	887
参考习题	911
答案	929
第十五章 结构设计	931
第一节 钢筋混凝土结构材料性能	931
第二节 基本设计原则	936
第三节 钢筋混凝土构件承载能力极限状态计算	944
第四节 正常使用极限状态验算	965
第五节 预应力混凝土	968
第六节 构造要求	982
第七节 钢筋混凝土梁板结构	982
第八节 单层厂房	988
第九节 钢筋混凝土多层及高层房屋	992
第十节 抗震设计要点	1008
第十一节 钢结构钢材性能	1019
第十二节 钢结构基本构件	1022
第十三节 钢结构的连接设计计算	1028
第十四节 钢屋盖结构	1034
第十五节 砌体结构材料性能	1038
第十六节 砌体结构设计基本原则	1041
第十七节 砌体墙、柱的承载力计算	1042

第十八节 混合结构房屋设计	1047
第十九节 砌体结构房屋部件	1059
第二十节 砌体结构抗震设计要点	1067
第二十一节 复习指导	1072
参考习题	1073
答案	1083
第十六章 土力学与地基基础	1084
第一节 土的物理性质和工程分类	1084
第二节 地基中的应力	1091
第三节 地基变形	1095
第四节 土的抗剪强度和地基承载力	1101
第五节 土压力和边坡稳定	1105
第六节 地基勘察	1115
第七节 浅基础	1117
第八节 深基础	1137
第九节 地基处理	1148
第十节 复习指导	1154
参考习题	1157
答案	1162
第十七章 结构试验	1163
第一节 试件设计、荷载设计、观测设计与材料试验	1163
第二节 结构试验的加载设备和量测仪器	1169
第三节 结构静力(单调)加载试验	1178
第四节 结构低周反复加载试验	1184
第五节 结构动力试验	1188
第六节 模型试验	1191
第七节 结构试验的非破损检测技术	1195
第八节 复习指导	1201
参考习题	1202
答案	1208
模拟试题	1209
附录一 勘察设计注册工程师资格考试公共基础考试大纲(上午段)	1235
附录二 注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试专业基础考试大纲(下午段)	1242
附录三 勘察设计注册工程师资格考试公共基础试题(上午段)配置说明	1246
附录四 注册结构工程师(房屋结构)执业资格考试专业基础考试(下午段)配置说明	1247
附录五 注册结构工程师(房屋结构)基础考试参考书目	1248

第一章 高等数学

第一节 空间解析几何与向量代数

一、空间直角坐标

(一) 坐标轴的平移

设旧坐标系为 $Oxyz$, 新坐标系为 $O'x'y'z'$, 新轴与旧轴平行, 点 O' 的旧坐标为 (a, b, c) , 点 M 的旧、新坐标依次为 (x, y, z) 及 (x', y', z') , 则

$$x = a + x', y = b + y', z = c + z' \quad (1-1)$$

(二) 两点间的距离

在空间直角坐标中, $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 与 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 之间的距离为

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

(三) 定比分点

设 $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为两定点, 点 $M(x, y, z)$ 将 $\overline{M_1M_2}$ 分为两段 $\overline{M_1M}, \overline{MM_2}$, 使 $\frac{M_1M}{MM_2} = \lambda, (\lambda \neq -1)$, 则

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda} \quad (1-2)$$

当 $\lambda = 1$ 时, M 为 $\overline{M_1M_2}$ 的中点, 则

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, z = \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (1-3)$$

(四) 空间方向的确定

设有一条有向直线 L , 它与三个坐标轴正向的夹角分别为 $\alpha, \beta, \gamma (0 \leq \alpha, \beta, \gamma \leq \pi)$, 称为直线 L 的方向角; $\{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\}$ 称为直线 l 的方向余弦, 三个方向余弦有如下关系

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (1-4)$$

二、向量代数

(一) 向量的概念

空间具有一定长度和方向的线段称为向量。以 A 为起点, B 为终点的向量记作 $\overrightarrow{AB}$; 或简记作 a 。向量 a 的长记作 $|a|$, 又称为向量 a 的模, 两向量 a 和 b 若满足: (1) $|a| = |b|$, (2) $a \parallel b$, (3) a, b 指向同一侧, 则称 $a = b$ 。

(二) 向量的运算

1. 两向量的和

以 a, b 为边的平行四边形的对角线所表示的向量 c 称向量 a 与 b 的和, 记作

$$c=a+b \quad (1-5)$$

一般说, n 个向量 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的和可定义如下: 先作向量 a_1 , 再以 a_1 的终点为起点作向量 $a_2, \dots$, 最后以向量 a_{n-1} 的终点为起点作向量 a_n , 则以向量 a_1 的起点为起点、以向量 a_n 的终点为终点的向量 b 称为 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的和, 即

$$b=a_1+a_2+\dots+a_n \quad (1-6)$$

2. 两向量的差

设 a 为一向量, 与 a 的模相同, 而方向相反的向量叫做 a 的负向量, 记作 $-a$, 规定两个向量 a 与 b 的差为

$$a-b=a+(-b) \quad (1-7)$$

3. 向量与数的乘法

设 λ 是一个数, 向量 a 与 λ 的乘积 λa 规定为:

当 $\lambda > 0$ 时, λa 表示一个向量, 它的方向与 a 的方向相同, 它的模等于 $|a|$ 的 λ 倍, 即 $|\lambda a| = \lambda |a|$;

当 $\lambda = 0$ 时, λa 是零向量, 即 $\lambda a = 0$;

当 $\lambda < 0$ 时, λa 表示一个向量, 它的方向与 a 的方向相反, 模等于 $|a|$ 的 $|\lambda|$ 倍, 即 $|\lambda a| = |\lambda| |a|$ 。

4. 两向量的数量积

两向量的数量积为一数量, 表示为

$$a \cdot b = |a| |b| \cos(a, b) \quad (1-8)$$

5. 两向量的向量积

两向量的向量积为一向量, 记作 $a \times b = c$

① $|c| = |a| |b| \sin(a, b)$; ② $c \perp a, c \perp b$; ③ c 的正向按右手规则四个手指从 a 以不超过 π 的角度转向 b , 则大拇指的指向即为 c 的方向。

6. 三个向量的混合积

$(a \times b) \cdot c$ 称为向量 a, b, c 的混合积, 记作 $[abc]$, 模 $|(a \times b) \cdot c|$ 表示以 a, b, c 为棱的平行六面体的体积。可推出, 当向量 a, b, c 共面时 $(a \times b) \cdot c = 0$ 。

(三) 向量运算的性质 (a, b 为向量, λ, μ 为数量)

交换律: $a+b=b+a, \lambda a=a\lambda, a \cdot b=b \cdot a$

结合律: $(a+b)+c=a+(b+c), (\lambda\mu)a=\lambda(\mu a), \lambda(a \cdot b)=(\lambda a) \cdot b=a \cdot (\lambda b), \lambda(a \times b)=(\lambda a) \times b=a \times (\lambda b), \lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$

分配律: $(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a, \lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b, (a+b) \cdot c=a \cdot c+b \cdot c, (a+b) \times c=a \times c+b \times c$

(四) 向量在轴上的投影

给定向量 $\overrightarrow{AB}$ 及 u 轴, 过 A, B 点分别向 u 轴作垂直平面, 与 u 轴交于 A_1, B_1 , 则有向线段 $\overrightarrow{A_1B_1}$ 的值 A_1B_1 称为 $\overrightarrow{AB}$ 在 u 轴上的投影, 记作 $\text{Prj}_u \overrightarrow{AB}$, 向量的投影是一个数量。

设 $\overrightarrow{AB}$ 与 u 轴的夹角为 α , 则

$$\text{Prj}_u \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}| \cos \alpha$$

n 个向量的和在 u 轴上的投影为

$$\text{Prj}_u (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \text{Prj}_u a_1 + \text{Prj}_u a_2 + \dots + \text{Prj}_u a_n \quad (1-9)$$

(五) 向量的投影表示

设 a 在 x, y, z 轴的投影依次为 a_x, a_y, a_z, i, j, k 依次为与 x, y, z 轴正向一致的单位向量,

则

$$a = a_x i + a_y j + a_z k \quad (1-10)$$

记作

$$a = \{a_x, a_y, a_z\} \quad (1-11)$$

式(1-10)又称为向量 a 按基本单位向量的分解式, 式(1-11)又叫做向量 a 的坐标表示式。

(六) 向量运算的坐标表示式

设 $a = \{a_x, a_y, a_z\}$, $b = \{b_x, b_y, b_z\}$, $c = \{c_x, c_y, c_z\}$, 则

$$a \pm b = \{a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z\}$$

$$\lambda a = \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}$$

$$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad (1-12)$$

$$\begin{aligned} [a \ b \ c] &= (a \times b) \cdot c \\ &= \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

向量的模和方向余弦的坐标表示式:

设 $a = \{a_x, a_y, a_z\}$, α, β, γ 为 a 的方向角, $|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$, 则

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|a|} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|a|} = \frac{a_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \quad (1-13)$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|a|} = \frac{a_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

(七) 两向量的夹角、平行与垂直坐标表示

设 $a = \{a_x, a_y, a_z\}$, $b = \{b_x, b_y, b_z\}$, 则

$$\cos \angle(a, b) = \frac{|a \cdot b|}{|a| |b|} = \frac{|a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z|}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}} \quad (1-14)$$

$$a \parallel b \Leftrightarrow a \times b = 0 \Leftrightarrow a = \lambda b \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z}$$

$$a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0$$

三、平面

(一) 平面的一般方程

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

(二) 平面的点法式方程

过定点 (x_0, y_0, z_0) , 以 $n = \{A, B, C\}$ 为法线向量的平面方程为

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$