



論場

Л. 朗道 E. 栗弗西茲著

高等教育出版社

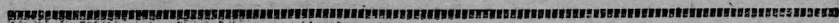


場 論

Л. 朗道 E. 栗弗西茲著

任 朗 袁炳南譯

高等教育出版社



本書是根据苏联国家技术理論書籍出版社 (Гостехиздат) 出版的朗道 (Л. Ландау) 和栗弗西茲 (Е. Лифшиц) 所著“場論”(Теория поля) 一書 1948 年版譯出的。本書系統地講述了电磁場理論和引力理論，可作为綜合性大学物理系学生及研究生的参考書。

場 論

Л. 朗道 Е. 栗弗西茲著

任 朗 袁炳南譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺 7 号

(北京市書刊出版業營業許可証出字第 054 号)

中国人民大学印刷厂印裝 新华書店发行

統一書号 13010·638 开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印張 $12\frac{6}{16}$

字數 308,000 印數 0001—4,200 定价 (6) 羊 1.40

1959 年 8 月第 1 版 1959 年 8 月北京第 1 次印刷

序

本書的目的，是要對電磁場和引力場的理論作一有系統的講述。

一個全面的，在邏輯上連貫的電磁場理論，包含着狹義相對論。因此，我們採用了狹義相對論作為討論的基礎。為了推出一些基本關係，我們應用變分原理作為出發點。這個原理不但使我們的敘述可以達到最大的普遍性、統一性，而且也可以作到必要的簡化。

按照我們編寫理論物理教程（本書是其中的一部分）的總計劃，我們完全不涉及連續媒質的電動力學問題，而只限於討論微觀電動力學——真空的和點電荷的電動力學。

本書的最後兩章專門用來討論引力場理論，也就是廣義相對論。在這裡，我們不假定讀者預先有了張量分析的知識，而把張量分析與理論的發展同時講述。

在本書內，我們不企圖創立所謂電磁場和引力場的“統一理論”，因為在我們看來，它並未導致任何積極的結果。

本書——第二版——和 1941 年的第一版相比，是經過大力修訂的一版。特別是，在有關電磁輻射的各章里，我們作了大量的補充，其中詳盡地討論了一系列的具體問題。

為了保持和以前出版的理論物理教程的連續性，我們保留着本書以前的編號——第四卷。但是，我們希望指出，自從本書問世後，經過了十年，作者對教程各部分次序的安排上，有了不同的意見。特別是，我們根據許多理由得出結論，將經典統計學和量子統

計學分開來討論是不適合的。至於將經典統計學和量子統計學聯合為一卷，則其他部分也需要另行安排。因此，各卷次序我們認為最好不採用以前的安排（力學，統計學，連續媒質力學，場論，量子力學，宏觀電動力學），而用下列的次序比較適宜：

1. 力學，
2. 場論，
3. 量子力學，
4. 統計物理學，
5. 連續媒質的力學，
6. 宏觀電動力學，
7. 物理動力學。

Л. 朗 道

Е. 栗弗西茲

蘇聯科學院物理問題研究所

莫斯科，1947 年 6 月

目 录

序.....	vii
第一章 相对性原理	1
§ 1-1 相互作用的傳播速度.....	1
§ 1-2 間隔.....	5
§ 1-3 固有时.....	11
§ 1-4 洛倫茲变换.....	13
§ 1-5 速度的变换.....	17
§ 1-6 四度矢量.....	19
§ 1-7 四度速度与四度加速度.....	26
第二章 相对論力学	28
§ 2-1 相对論中的基本粒子.....	28
§ 2-2 最小作用量原理.....	29
§ 2-3 能量与冲量.....	31
§ 2-4 質量亏损.....	37
§ 2-5 碰撞.....	39
§ 2-6 冲量矩.....	44
第三章 場中的电荷	47
§ 3-1 場的四度势.....	47
§ 3-2 場中一个电荷的运动方程.....	50
§ 3-3 时间的各向同性.....	53
§ 3-4 规范不变性.....	54
§ 3-5 恒定电磁場.....	55
§ 3-6 在恒定均匀电場中的运动.....	58
§ 3-7 在恒定均匀磁場中的运动.....	59
§ 3-8 电荷在均匀恒定的电場和磁場中的运动.....	62
§ 3-9 电磁場張量.....	64
§ 3-10 場的洛倫茲变换.....	69
§ 3-11 場的不变量.....	72
第四章 場方程	75
§ 4-1 第一对麦克斯韋方程.....	75
§ 4-2 电磁場的作用量.....	77
§ 4-3 四度电流矢量.....	80

§ 4-4 連續性方程	82
§ 4-5 第二对麦克斯章方程	85
§ 4-6 能量密度和坡印廷矢量	88
§ 4-7 能量-冲量張量	90
§ 4-8 电磁场的能量-冲量張量	94
§ 4-9 維里定理	99
§ 4-10 宏观物体的能量-冲量張量	101
第五章 恒定場	105
§ 5-1 庫侖定律	105
§ 5-2 电荷的靜电能	106
§ 5-3 等速运动电荷的場	109
§ 5-4 庫侖場内的运动	112
§ 5-5 偶極矩	115
§ 5-6 多極矩	117
§ 5-7 外場中的电荷体系	118
§ 5-8 恒定磁場	120
§ 5-9 磁矩	122
第六章 电磁波	127
§ 6-1 达朗贝尔方程	127
§ 6-2 平面波	129
§ 6-3 單色平面波	132
§ 6-4 多普勒效应	135
§ 6-5 極化	136
§ 6-6 光譜分解	138
§ 6-7 部分極化的光	141
§ 6-8 靜电場的分解	144
§ 6-9 場的本征振动	146
第七章 光的傳播	152
§ 7-1 几何光学	152
§ 7-2 强度	157
§ 7-3 角相函数	159
§ 7-4 狹光綫束	162
§ 7-5 用寬光綫束来构象	168
§ 7-6 几何光学的極限	171
§ 7-7 衍射	173
§ 7-8 菲涅耳衍射	180
§ 7-9 夫琅和費衍射	185

第八章 运动电荷的場	192
§ 8-1 推迟势	192
§ 8-2 李納特-魏西尔特势	196
§ 8-3 推迟势的光譜分解	199
§ 8-4 准确到二阶的拉格朗日函数	202
第九章 电磁波的輻射	206
§ 9-1 电荷体系在远处所产生的場	206
§ 9-2 偶極輻射	212
§ 9-3 碰撞輻射	216
§ 9-4 庫侖相互作用的輻射	220
§ 9-5 四極輻射和磁偶極輻射	229
§ 9-6 在近处的輻射場	232
§ 9-7 快速运动电荷的輻射	234
§ 9-8 匀速圓周运动电荷的輻射	238
§ 9-9 輻射阻尼	244
§ 9-10 在超相对論情形下的輻射的光譜分解	254
§ 9-11 被自由电荷的散射	258
§ 9-12 低頻率波的散射	264
§ 9-13 高頻率波的散射	265
第十章 引力場中的粒子	270
§ 10-1 非相对論力学中的引力場	270
§ 10-2 相对論力学中的引力場	272
§ 10-3 曲綫坐标	276
§ 10-4 距离与時間間隔	283
§ 10-5 协变微分	288
§ 10-6 克里斯托非尔符号与度規張量的关系	293
§ 10-7 引力場中粒子的运动	297
§ 10-8 極限过渡	300
§ 10-9 有引力場存在时的电动力学的方程	302
§ 10-10 恒定引力場	304
§ 10-11 旋轉	311
第十一章 引力場方程	313
§ 11-1 曲率張量	313
§ 11-2 曲率張量的一些特性	317
§ 11-3 引力場的作用量函数	321
§ 11-4 能量-冲量張量	325
§ 11-5 引力場方程	329

§ 11-6 牛頓定律	334
§ 11-7 中心对称的引力場	337
§ 11-8 中心对称引力場中的运动	345
§ 11-9 能量-冲量質張量	349
§ 11-10 引力波	358
§ 11-11 弱引力場	361
§ 11-12 引力波的輻射	364
§ 11-13 各向同性的空間	367
§ 11-14 在封閉的各向同性模型內的空間-時間度規	371
§ 11-15 在开的各向同性模型的空間-時間度規	376
§ 11-16 光的傳播	381

第一章 相对性原理

§ 1-1. 相互作用的傳播速度

为了描述自然界中所發生的过程，必須有一个所謂参考系統。参考系統应理解为一个坐标系統，和固定在这个坐标系里的鐘，坐标系用来决定一个質点在空間的位置，鐘用来指示時間。

有这样一些参考系統，在其中，一个自由运动物体，即一个无外力作用于其上的运动物体，是以等速度行进的。这种参考系統叫做慣性系統。

如果两个参考系統彼此相对作匀速运动，而其中的一个又是慣性系統，那么，另外一个显然也是慣性系統（在这个系統中每一个自由运动也将是匀速直綫运动）。因此，我們可以有随便多少个相对作匀速运动的慣性系統。

实验証明，所謂“相对性原理”是有效的。按照这个原理，所有的自然定律在所有慣性系統中都是一样的。換句話說，表示自然定律的各种方程对于由一个慣性系統到另一个慣性系統的時間与空間的各种变換來說是不变的。这就是說，描述自然界定律的方程，如用不同的慣性参考系統的坐标与時間写出来，將有同样的形式。

質点間的相互作用在普通力学中是用相互作用的位能来表示的，相互作用势能是相互作用的粒子的坐标的函数。很容易看出，这种描述相互作用的方式，包含着一个假定，即假定相互作用是瞬时傳播的。事实上，按照上面的說法，每一个粒子在某一瞬时受到

其他各粒子的作用力，仅与那些粒子在该瞬时的位置有关。在这些相互作用的粒子中，如果有一个粒子改变了位置，立刻就会影响到其他各粒子。

然而，实验证明，瞬时的相互作用在自然界中是不存在的。因此，根据相互作用的瞬时传播观念的力学，本身就含有某些不准确性。实际上，如果相互作用的物体中的一个发生任何变动，仅仅在某一段时间过了以后才能影响到其他物体。只是在这段时间以后，由于最初变动所引起的过程，才开始在第二个物体上发生。用这段时间除两个物体间的距离，就得到“相互作用的传播速度”。

我们要注意，这种速度，严格地说，应该称为相互作用的最大传播速度。这种速度仅仅决定某一物体的变动开始表现在第二个物体上所需要的时间间隔。显然，相互作用的最大传播速度的存在，同时也就暗示着，在自然界中，物体运动的速度一般不可能大于这个速度。事实上，假若真的有这种运动存在，那么我们就可以利用这个运动实现一个相互作用，其传播速度比上面所说的最大传播速度还要大。

从一个粒子向另一个粒子传播的相互作用往往叫做“信号”，它由第一个粒子发出，将第一个粒子所经历的变化通知第二个粒子。我们以后称相互作用的传播速度为“信号速度”。

值得注意的是，由相对性原理可以推断相互作用的传播速度在所有惯性参考系统中都是一样的。因此，相互作用的传播速度是一个普适常数。

以后我们将要证明，这个恒定速度就是光在真空中的速度。我们通常用字母 c 来代表光速，而根据最近的测量，其值等于

$$c = 2.99776 \times 10^{10} \text{ 厘米/秒。} \quad (1-1)$$

这个速度很高，就说明了经典力学实际上在大多数情况下是十分准确的。我们有机会遇着的各种速度通常都比光速小得多，

因之，我們假設光速为无限大，实际上并不影响結果的准确性。

把相对性原理同相互作用傳播速度的有限性联合起来就是爱因斯坦的相对性原理(爱因斯坦在 1905 年提出这个原理)，它不同于伽利略的相对性原理，伽利略的相对性原理是以相互作用的傳播速度是无限大为出發点的。

以爱因斯坦的相对性原理(以后我們通常簡称它为相对性原理)为基础的力学，称为相对性力学。在極限情形下，当运动物体的速度比光速小很多时，我們就可以略去傳播速度的有限性对于运动的影响。这样一来，相对性力学就变为普通的力学了，普通的力学是根据相互作用是瞬息傳播这一假定的；这种力学称为牛頓力学或經典力学。在相对性力学的公式中，在形式上使 $c \rightarrow \infty$ ，就可由相对性力学过渡到經典力学。

在經典力学中，距离已經是相对的，就是說，不同事件的空間关系与为描述所用的参考系統有关。所以，說两件不同时的事件發生在空間同一点上(或者更广泛一些，說两件不同时的事件發生在彼此間有一定离距的两点上)，只有当我們指明了我們所用的是那一种参考系統时才有意义。

反之，在經典力学中，時間是絕对的，換句話說，假定時間的特性与参考系統无关，对所有参考系統來說，時間只有一个。这就是說，假如对于某一个观察者來說，有两个現象是同时發生的，那么，对所有其他观察者來說，这两个現象也是同时發生的。总之，两个給定事件發生的時間間隔在一切参考系統中必須一样。

然而，很容易証明，絕对時間的观念是与爱因斯坦的相对性原理完全冲突的。为了說明这一点，我們只須回忆一下，在以絕对時間的观念为基础的經典力学中，如所周知的速度合成的法則是有效的。按照这个法則，复杂运动的合速度簡單地等于組成这个运动的各个速度的矢量和。这个法則既然是普遍适用的，就應該可以

应用于相互作用的傳播。由此可以推出，傳播速度在不同的慣性参考系統中必定是不同的，这就与相对性原理冲突了。但是，实验完全証实了相对性原理。在 1881 年迈克尔孙首次測量的結果証明，光速与其傳播方向并无关系；然而，按照經典力学，光速在与地球运动方向相同的方向上，應該比在与地球运动方向相反的方向上为小。

因此，相对性原理导出一个結果，即時間不是絕对的。在不同的参考系統中，時間所經過的間隔也是不同的。所以，两件不同的事件中間有一定的時間間隔这一句話，仅在肯定地指明了所应用的是那一种参考系統的情况下，才有意义可言。特別是，在某一个参考系統內同时發生的事件，对另一个参考系統來說并不是同时的。

为了弄清楚这个观念，我們先考虑下面的簡單例子。我們来研究两个慣性参考系統 K 及 K' ，其坐标軸分別为 XYZ 及 $X'Y'Z'$ ，

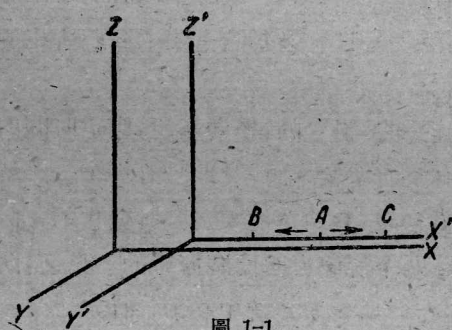


圖 1-1.

而 K' 則相对于 K 沿 X 和 X' 軸向右运动 (圖 1-1)。

設信号从 X' 軸上某一点 A 向两个相反的方向發出。既然信号在 K' 系統中的傳播速度，正如在所有慣性系統中一样，

在两个方向上都等于 c ，那么，它就会同时到达与 A 等距离的两点 B 及 C (在 K' 系統里)。但是，很显然地，同样的两事件 (信号到达 B 及 C 两点)，对于在 K 系統內的观察者來說，絕不是同时的。实际上，按照相对性原理，信号相对于 K 系統的速度也等于 c ，并且

因为 B 点对于 K 系統而言, 是对着向它發出的信号移动, 而 C 点则背离(由 A 向 C 發出的)信号移动, 所以在 K 系統中, 信号到达 B 点要比到达 C 点为早。

因此, 爱因斯坦的相对性原理使基本物理观念發生了極深刻的和根本的改变。由我們日常生活經驗所導出的空間和時間的观念, 仅仅是近似的, 因为我們日常生活所遇到的速度, 都比光速小得多。

§ 1-2. 間隔

以后我們常常要用“事件”这一观念。一个“事件”是由其發生的地点及其發生的時間來決定的。因此, 在某一粒子上所發生的事件可由粒子的三个坐标及事件發生的時間來決定。

为了表現便利起見, 我們利用一个虛構的四度空間常常是有益的, 在这个四度空間的四个軸上安置三个位标及一个时标。在这个空間內, 事件可用一点來代表, 这个点称为“世界点”。在这个虛構四度空間內, 对于每一个粒子來說, 都有一条綫, 称为“世界綫”。这条綫上的各点決定粒子在所有時間的位标。很容易証明, 与一个作匀速直綫运动的粒子相对应的世界綫是一条直綫。

現在我們用数学形式來表示光速不变原理。为此, 我們考虑两个彼此以恒定的速度作相对运动的参考系統 K 及 K' 。这时我們選擇 X 軸与 X' 軸疊合, 而 Y 和 Z 軸則分別与 Y' 和 Z' 軸平行, 并以 t 和 t' 分別表示在 K 和 K' 参考系統內的時間。

設第一个事件是, 从在 K 系統內的 t_1 时刻具有坐标 x_1, y_1, z_1 (在同一系統中) 的点以光速向外傳播的信号。我們就在 K 系統內观察这个信号的傳播。再設第二个事件是, 信号在 t_2 时刻, 到达点 x_2, y_2, z_2 。信号傳播的速度既然是 c , 所以它所經過的距离就是 $c(t_2 - t_1)$ 。另一方面, 这同一个距离又等于 $[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 -$

$-y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]^{\frac{1}{2}}$ 。因此，我們可以写出 K 系統內两个事件的坐标的如下关系：

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2 = 0. \quad (1-2)$$

同样两个事件，即信号的傳播，也可以在 K' 系統內观察到。

設第一个事件在 K' 內的坐标为 x'_1, y'_1, z'_1, t'_1 ，而第二个事件則为 x'_2, y'_2, z'_2, t'_2 。按照光速不变的原理，信号傳播的速度在 K' 系統內与在 K 系統內相同，所以我們得到与 (1-2) 式相似的方程

$$(x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 - c^2(t'_2 - t'_1)^2 = 0. \quad (1-3)$$

假如 x_1, y_1, z_1, t_1 及 x_2, y_2, z_2, t_2 是任何两个事件的坐标，則

$$s_{12} = [c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (1-4)$$

称为这两个事件的間隔。

因此，由光速不变的原理，我們可以断定，假如两个事件的間隔在某一个坐标系統內为零，那么，它在所有其他系統內均为零。

如果两个事件彼此无限地接近，那么，其間隔 ds 将滿足下面的方程：

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (1-5)$$

为了数学上的便利，即为了使我們的方程具有更对称的形式起見，我們以后将常常用另外一个变数 τ 来代替 t ，联系 τ 与 t 的关系式是

$$\tau = ict, \quad (1-6)$$

这样一来，

$$s_{12}^2 = -[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 + (\tau_2 - \tau_1)^2], \quad (1-7)$$

$$ds^2 = -(dx^2 + dy^2 + dz^2 + d\tau^2). \quad (1-8)$$

按照上面的推导，我們在虛构的四度空間的軸上将不安置 x, y, z, t ，而安置 x, y, z, τ 。很容易看出， $-s_{12}^2$ 可以解釋为在这个空間的两点 x_1, y_1, z_1, τ_1 及 x_2, y_2, z_2, τ_2 的距离的平方，而 $-ds^2$ 可以

解釋为綫元的平方^①。

上面已經証明，如果 ds 在某一慣性系統內为零，則 ds' 在另一系統內也是零。此外， ds 与 ds' 为同阶的两个无穷小量。由以上两个情况可以得出結論， ds 与 ds' 彼此必須成比例：

$$ds = a ds',$$

而且其中系数 a 仅与两个慣性系統的相对速度的絕對值有关。系数 a 不可能与位标或時間有关系，否則，空間的不同点及時間的不同时刻就不等价了，这是与時間及空間的均匀性相矛盾的。系数 a 也不可能与慣性系統的相对速度的方向有关，因为这就与空間的各向同性的性質相矛盾了。由于第一系統对于第二系統的相对运动的速度显然与第二系統对于第一系統的相对运动的速度相同，因此，根据写 $ds = a ds'$ 的同样理由，我們也可以写

$$ds' = a ds_0$$

将 $ds = a ds'$ 代入 $ds' = a ds$ ，則得 $a^2 = 1$ ，即 $a = \pm 1$ 。为了从两个值中选择一個，我們应注意， a 只可以永远等于 $+1$ ，或永远等于 -1 。假如 $a(v)$ 真的对于某些速度为 $+1$ ，而对于另外某些速度为 -1 ，那么，就一定有些速度存在，与这些速度相应的 $a(v)$ 是在 $+1$ 与 -1 之間，而这是不可能的。既然如此，那么 a 就應該永远为 $+1$ ，因为恒等式 $ds' \equiv ds$ 是变换式 $ds' = a ds$ 的一个特例，其中 $a = +1$ 。由 $ds' = ds$ 直接可得，对有限間隔來說， $s' = s$ 。

因此，我們得到一个很重要的結論：两个事件的間隔在所有慣性参考系統里都是一样的，即当由一个慣性参考系統变换到任何另一个慣性参考系統时，它是不变的。这种不变式也就是光速不变的数学表示。

再次假設 x_1, y_1, z_1, t_1 及 x_2, y_2, z_2, t_2 是在某一个参考系統 K

① 由二次式 (1-5) 或 (1-8) 所决定的四度几何，是明考夫斯基因相对論而介紹的。

内的两个事件的坐标。我們要問，是否有一个参考系統 K' 存在，在其中两个事件在同一空間点發生？

我們采用下面的符号：

$$t_2 - t_1 = t_{12}, \quad (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = l_{12}^2.$$

于是，在 K 系統內，事件与事件之間的間隔是：

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2,$$

而在 K' 系統內則是：

$$s_{12}'^2 = c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2,$$

并且因为間隔是不变式，所以

$$c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2.$$

我們要求两个事件在 K' 系統中的同一点發生，即要求 $l_{12}' = 0$ 。这时

$$s_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 > 0.$$

因之，如果 $s_{12}^2 > 0$ ，即如果两个事件的間隔是实数的話，則具有我們所要求的特性的参考系統是存在的。实数間隔称为类時間隔。

因此，若两个事件的間隔是类时的，那么就有一个参考系統存在，在其中两个事件發生于同一地点。在这个系統內，这两个事件的时间間隔等于

$$t_{12}' = \frac{1}{c} \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2} = \frac{s_{12}}{c}. \quad (1-9)$$

若任何两个事件在同一物体上發生，那么，它們的間隔将永为类时的。事实上，因为物体运动的速度不可能大于 c ，所以在两个事件之間，物体所行走的距离不可能大于 ct_{12} ，因此我們永远有

$$l_{12} < ct_{12}.$$

現在我們再問，我們能否找到一个参考系統，在其中，两个事件会同时發生。同上面一样，我們在 K 及 K' 两个系統中有 $c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2 = c^2 t_{12}'^2 - l_{12}'^2$ 。我們要求 $t_{12}' = 0$ ，从而