

中考数学 “压轴题”

新课标
红对钩系列

彭林主编

精选

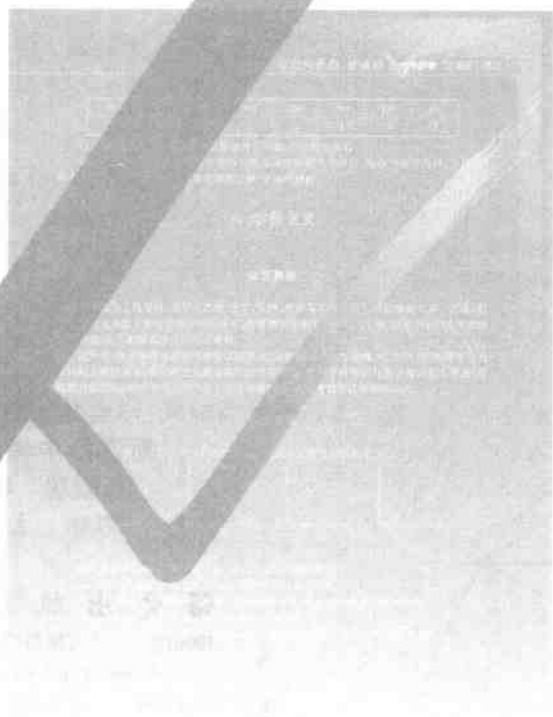
- ★ 汇集近年试题
- ★ 展示最新题型
- ★ 提供解题思路
- ★ 强化能力训练

 语文出版社



彭林 主编

中考数学 “压轴题” 精选



· 北京 ·  语文出版社

图书在版编目(CIP)数据

新课标中考数学“压轴题”精选/彭林主编. —北京:
语文出版社, 2006. 10 (2009. 5 重印)

(红对钩系列丛书)

ISBN 978-7-80184-824-6

I. 新… II. 彭… III. 数学课-初中-习题-升学参考
资料 IV. G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第117014号

红对钩系列
新课标中考数学
“压轴题”精选
彭林 主编

*

语文出版社出版

100010 北京朝阳门南小街51号

E-mail: ywcp@ywchs.com

新华书店经销 北京通州皇家印刷厂印刷

*

787毫米×1092毫米 16开本 20.25印张 518千字

2009年1月第3版 2009年5月第5次印刷

印数: 40,001 45,000 定价: 25.00元

本书如有缺页、倒页、脱页,请寄本社发行部调换。

前 言

中考是具有选拔功能的考试,一年一度的中考牵动着无数老师、家长、学生的心。这本《新课标中考数学“压轴题”精选》是供初三毕业生复习迎考、研究“压轴题”、挑战满分的书,它的特点是新颖、精炼、实用。新颖在于充分领会了中考与新课程改革的精神,瞄准新题型、新热点,把握新动态、新趋势,体现了“与时俱进”的精神;精炼在于例、习题具有典型性和代表性,对问题的分析一言中的,切中要害;实用在于对中考的动态和趋势把握准确,对新题型的研究深入透彻,使学生不仅掌握了解题的方法,而且提高了分析问题和解决问题的能力。

数学问题是数学教学改革的风向标,当新的《数学课程标准》在全国颁行之后,数学中考题型变得丰富多彩,呈现出百花齐放的局面。本书在编写过程中,编者不仅要求题型新颖,对所有题目的难度层次、知识含量和题目质量也有严格的把握,坚持一个宗旨,即保证学生做每一道题都能有所得。

我们真诚地希望《新课标中考数学“压轴题”精选》能让你美梦成真,能帮助你在中考数学复习中取得良好的效果,满怀信心地进入考场,在中考中取得优异的成绩,进入理想的学校,实现美好的愿望。

参加本书编写的还有刁卫东、秦书锋、薛海龙、刘杰、姚淑华、赵刚、童纪元、张永飞、哈磊、黄洋、黄炜、徐莹、韩瑞山、扎颖、贾海燕、于颖、蔡淑萍、贺捷、闫梅、钟春风、杨树青、徐菱、李世魁、孙晓英、和燕山、热比古丽·艾沙、李文明、李曹群、郭春利、王献利、唐梅、韩秀莉、王淑珍、郭彩霞、魏长虹、彭光进、林秀敏、李秀琴、王晗、韩苗苗、马慧、李杰、王禄绪、陈平、刁成文、彭颖心、马晖、马杰、杨丹、祈育才、张鹏、邢香凤、常玉香等老师。

编 者

2008年11月

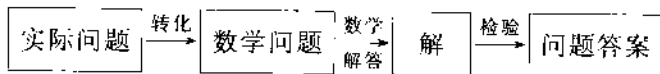
目 录

专题一	实际应用题	(1)
专题二	方案设计题	(17)
专题三	图表信息题	(31)
专题四	学科交叉题	(41)
专题五	实用几何题	(48)
专题六	创新填空题	(56)
专题七	阅读理解题	(62)
专题八	归纳猜想题	(82)
专题九	几何演变题	(98)
专题十	图形运动题	(107)
专题十一	坐标几何题	(149)
参考答案		(188)
专题一	实际应用题	(188)
专题二	方案设计题	(203)
专题三	图表信息题	(215)
专题四	学科交叉题	(220)
专题五	实用几何题	(221)
专题六	创新填空题	(225)
专题七	阅读理解题	(226)
专题八	归纳猜想题	(231)
专题九	几何演变题	(234)
专题十	图形运动题	(243)
专题十一	坐标几何题	(277)

专题一 实际应用题

命题聚焦

数学的实际应用型问题在近几年中考题中成为最引人关注的热点. 中考中的数学应用型问题有如下特点: 文字叙述贴近实际生活, 题目比较长, 数量较多, 数量关系显得分散隐蔽; 重视考查学生的收集处理信息能力、获取新知识能力、分析和解决问题能力; 重视考查转化、建模等数学思想. 数学应用型问题大致可分为方程(组)的应用、不等式(组)的应用、函数的应用、几何的应用等. 解决这类问题的一般步骤是:



在以上几个环节中, 最关键的是如何将实际问题转化为数学问题.

解题点拨

例 1 某地上年度电价为 0.8 元, 年用电量为 1 亿千瓦·时, 本年度计划将电价调至 0.55 ~ 0.75 元之间, 经测算, 若电价调至 x 元, 则本年度新增用电量 y (亿千瓦·时) 与 $(x-0.4)$ 元成反比例, 又当 $x=0.65$ 时, $y=0.8$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若每千瓦·时电的成本价为 0.3 元, 则电价调至多少元, 本年度电力部门的收益比上年度增加 20%? (收益 = 用电量 × (实际电价 - 成本电价))

分析: 本题是一个用电收益的核算问题, 数据较多, 关系也较复杂, 为此可以采取逐层分析, 各个击破的方法加以解决. 对于第(1)问先抓住求解内容, 利用条件不难解决. 对于第(2)问, 可将第(1)问的结果当成条件, 抓住“收益”的概念, 通过两个途径, 建立关于 x 的方程模型, 转化为数学问题. 在完成模型求解以后, 回归实际要考虑到“本年度计划将电价调至 0.55 ~ 0.75 元之间”的条件, 对方程的解进行取舍, 使之符合实际.

解: (1) 根据题意, 设 $y = \frac{k}{x-0.4}$

∵ 当 $x=0.65$ 时, $y=0.8$.

∴ $0.8 = \frac{k}{0.65-0.4}$, 解得 $k=0.2$.

∴ y 与 x 之间的函数关系式为: $y = \frac{0.2}{x-0.4}$.

(2) 根据题意, 得

$$\left(1 + \frac{0.2}{x-0.4}\right) \cdot (x-0.3) = 1 \cdot (0.8-0.3)(1+20\%).$$

整理, 得 $x^2 - 1.1x + 0.3 = 0$. 解得 $x_1 = 0.5, x_2 = 0.6$.

经检验, $x=0.5$ 或 $x=0.6$ 都是所求方程的根.

$\therefore x$ 的取值只能在 $0.55 \sim 0.75$ 之间.

\therefore 只取 $x=0.6$.

答: 当电价调至 0.6 元时, 本年度电力部门的收益将比上年度增加 20% .

说明: 本题的困难在于建立方程的数学模型. 等量关系比较隐蔽, 一个是收益的计算公式, 另一个是“收益将比上一年增加 20% ”的条件, 把它们分别用代数式表示出来, 列出关于 x 的分式方程是解答本题的关键.

例 2 某企业为了适应市场经济的需要, 决定进行人员结构的调整. 该企业现有生产性行业人员 100 人, 平均每人每年可创造产值 a 元, 现欲从中分流 x 人去从事服务性行业. 假设分流后, 继续从事生产性行业的人员平均每人全年创造产值可增加 20% , 而分流从事服务性行业的人员平均每人全年可创造产值 $3.5a$ 元. 如果要保证分流后, 该厂生产性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值, 而服务性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值的一半, 试确定分流后从事服务性行业的人数.

分析: 阅读此题后会发现问题只有一个未知数, 含有两个不等关系, 即“生产性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值”, “服务性行业的全年总产值不少于分流前生产性行业的全年总产值的一半”, 容易联想建立不等式组的数学模型. 值得注意的是 a 要看成常量, 要正确地用代数式表达问题中的数量关系.

解: 设分流后从事服务性行业的有 x 人.

由题意, 得

$$\begin{cases} (100-x)(1+20\%)a \geq 100a, \\ 3.5ax \geq \frac{1}{2} \cdot 100a. \end{cases}$$

$\therefore a > 0$,

\therefore 整理后, 得

$$\begin{cases} 1.2(100-x) \geq 100, \\ 3.5x \geq 50. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \frac{100}{7} \leq x \leq \frac{50}{3}.$$

$\therefore x$ 为正整数,

$\therefore x$ 取值为 $15, 16$.

答: 从事服务性行业的人员为 15 人或 16 人.

说明: 从不等式组得到的是实数解, 但考虑实际问题的意义, x 只能取正整数. 这是由数学模型的解到实际问题的解的区别, 应在解题时给予充分的注意. 另外, 解不等式时, 不等号两边分别约去 a , 要考虑到字母 a 的正负, 正确地运用不等式的性质, 保证解题过程的严谨性.

例 3 某灯具店采购了一批某种型号的节能灯, 共用去 400 元, 在搬运过程中不慎打碎了 5 盏, 该店把余下的灯每盏加价 4 元全部售出, 然后用所得的钱又采购了一批这种节能灯, 且进价与上次相同, 但购买的数量比上次多了 9 盏, 求每盏灯的进价.

分析: 第二次购买的节能灯数量比第一次多了 9 盏, 但进价都相同, 这说明这 9 盏灯的进价就是第一次买卖过程中的利润.

解: 设每盏灯的进价为 x 元.

根据题意, 得

$$4\left(\frac{400}{x} - 5\right) = 5x - 9x.$$

解这个方程,得 $x_1 = 10, x_2 = -\frac{80}{7}$.

经检验,这两个根都是原方程的根,但进价不能为负数,故只能取 $x = 10$.

答:每盏灯的进价为 10 元.

说明:本题的解决过程不是十分复杂,要善于从整体上把握本题中存在的各种关系,建立联系.

例 4 商场出售的 A 型冰箱每台销售价为 2190 元,每日耗电量为 1 度,而 B 型节能冰箱每台售价虽比 A 型冰箱高出 10%,但每日耗电量却为 0.55 度,现将 A 型冰箱打折出售(打一折后的售价为原价的 $\frac{1}{10}$),问商场至少打几折,消费者购买才合算(按使用期为 10 年,每年 365 天,每度电 0.40 元计算)?

分析:按使用期为 10 年计算,分别计算出消费者购买 A 型冰箱、B 型冰箱的耗资量,再建立起不等关系.

解:设商场将 A 型冰箱打 x 折出售,则

消费者购买 A 型冰箱需耗资: $2190 \times \frac{x}{10} + 365 \times 10 \times 1 \times 0.4$ (元); 购买 B 型冰箱需耗资: $2190 \cdot (1 + 10\%) + 365 \times 10 \times 0.55 \times 0.4$ (元).

依题意,得

$$2190 \times \frac{x}{10} + 365 \times 10 \times 1 \times 0.4 \leq 2190 \times (1 + 10\%) + 365 \times 10 \times 0.55 \times 0.4,$$

解不等式,得 $x \leq 8$.

答:商场应将 A 型冰箱至少打八折,消费者购买才合算.

说明:本题的关键在于对“合算”一词的理解,以及如何将“合算”转化为数学“式子”,其实只须核算 A 型冰箱打几折后才与 B 型冰箱具有同样的使用功效即可.

例 5 某地的大樱桃闻名全国,今年又喜获丰收,某大型超市从大樱桃生产基地购进一批大樱桃,运输过程中质量损失 5%.(超市不负责其他费用)

(1)如果超市把售价在进价的基础上提高 5%,超市是否亏本?通过计算说明.

(2)如果超市要获得至少 20% 的利润,那么大樱桃售价最低应提高百分之几?(结果精确到 0.1%).

分析:在超市销售过程中,有两个量至关重要,即购进大樱桃的数量与进价,因此不妨假设购进大樱桃 P 千克,每千克 Q 元,这样出售时,大樱桃只剩下 $P(1 - 5\%)$ 千克,而每千克的售价为 $Q(1 + 5\%)$ 元,于是比较一下 PQ 元与 $P(1 - 5\%) \cdot Q(1 + 5\%)$ 元,即可判断超市是否亏本.

解:(1)设超市购进大樱桃 P 千克,每千克 Q 元,则购进大樱桃用去 PQ 元,但在出售时,大樱桃只剩下 $P(1 - 5\%)$ 千克,而每千克的售价为 $Q(1 + 5\%)$ 元,于是售出后可得款 $P(1 - 5\%) \cdot Q(1 + 5\%) = PQ[1 - (5\%)^2]$ 元.

$$\because 0 < 5\% < 1, \therefore 0 < (5\%)^2 < 1,$$

$$\therefore 0 < 1 - (5\%)^2 < 1,$$

$$\therefore PQ[1 - (5\%)^2] < PQ.$$

这就说明超市要亏本.

(2) 设大樱桃售价应提高 $x\%$.

则有 $P(1-5\%) \cdot Q(1+x\%) \geq PQ(1+20\%)$,

即 $(1-5\%)(1+x\%) \geq 1+20\%$,

$$\therefore 1+x\% \geq \frac{120}{95}.$$

$$\therefore x\% \geq \frac{25}{95} \approx 26.3\%.$$

答: 售价最低应提高约 26.3%.

说明: 本题通过引入参数 P, Q , 使问题迎刃而解.

例 6 某商店将甲、乙两种糖果混合销售, 并按以下公式确定混合糖果的单价:

$$\text{单价} = \frac{a_1 m_1 + a_2 m_2}{m_1 + m_2} \text{ (元/千克)},$$

这里 m_1, m_2 分别是甲、乙两种糖果的重量(千克), a_1, a_2 分别是甲、乙两种糖果的单价(元/千克).

已知甲种糖果单价为 20 元/千克, 乙种糖果单价为 16 元/千克. 现将 10 千克乙种糖果和一箱甲种糖果混合(搅拌均匀)销售, 售出 5 千克后, 又在混合糖果中加入 5 千克乙种糖果, 再出售时, 混合糖果的单价为 17.5 元/千克, 问这箱甲种糖果有多少千克?

分析: 本题文字叙述较长, 把握各种量之间的相互关系比较困难, 要注意第一次混合后, 出售了 5 千克, 然后又混合进 5 千克乙种糖果, 因而再出售时的总重量没有变化, 可以利用再出售时, 出售前后的糖果总价值相等来列方程.

下列表格可进一步帮助我们分析各种量之间的关系:

	甲种糖果	乙种糖果	再出售时
重量(千克)	x	10	$10+x$
单价(元)	20	16	17.5
总价值(元)	$20x$	160	$17.5(10+x)$

解: 设这箱甲种糖果 x 千克.

由题意, 得

$$\frac{20x+160}{x+10} \cdot (x+5) + 16 \times 5 = 17.5(x+10).$$

整理, 得 $x^2 - 4x - 60 = 0$.

解得 $x_1 = 10, x_2 = -6$ (舍).

答: 这箱甲种糖果有 10 千克.

说明: 本题在分析过程中使用了列表的方法引导我们较方便地发现解题的思路.

例 7 将进货单价为 40 元的商品按 50 元售出时, 能卖出 500 个. 已知这种商品每涨价 1 元, 其销售量就减少 10 个. 问: 为了赚到 8000 元的利润, 售价应定为多少? 这时应进货多少个?

分析: 如果按单价 50 出售, 出售每个商品的利润是 10 元, 但只能卖出 500 个, 故最多只能赚 5000 元的利润. 为了赚得 8000 元的利润, 必须提高销售价(显然单价高于 50 元), 当然售价每涨价 1 元, 销售量就减少 10 个, 但只要适当的控制单价, 仍可获得 8000 元的利润.

解: 设商品的单价是 $(50+x)$ 元, 则每个商品的利润是 $[(50+x)-40]$ 元, 销售量是 $(500-10x)$ 个.

由题意, 得

$$[(50+x)-40](500-10x)=8000,$$

整理, 得 $x^2-40x+300=0$.

解这个方程, 得 $x_1=10, x_2=30$.

故商品的单价可定为:

$$50+10=60(\text{元}), \text{或 } 50+30=80(\text{元}).$$

当商品每个单价为 60 元时, 其进货量只能是 $500-10 \times 10=400$ (个);

当商品每个单价为 80 元时, 其进货量只能是 $500-10 \times 30=200$ (个).

答: 为了赚到 8000 元的利润, 售价应定为 60 元或 80 元, 相应的进货量为 400 个或 200 个.

说明: (1) 商品的定价和进货量应根据市场行情而定, 定价过高, 违背客观规律, 超越了消费者的心理承受能力, 这样的商品往往会滞销, 吃亏的是经营者; 而定价太低, 利润偏薄且销量十分有限的商品一般也很少有商人经营, 如本例中的商品进价为每个 40 元, 售价为每个 60 元较为适宜.

(2) 事实上, 单价定在 60 元~80 元之间, 可获得更大的利润. 当定价为多少时, 可获得最大利润? 留给读者解决.

例 8 一商场计划到计算器生产厂家购进一批 A、B 两种型号的计算器. 经过商谈, A 型计算器单价为 50 元, 100 只起售, 超过 100 只的超过部分, 每只优惠 20%; B 型计算器单价为 22 元, 150 只起售, 超过 150 只的超过部分, 每只优惠 2 元. 如果商场计划购进计算器的总量既不少于 700 只, 又不多于 800 只, 且分别用于购买 A、B 这两种型号的计算器的金额相等, 那么该商场至少需要准备多少资金?

分析: 根据题意, 由“用于购买 A、B…金额相等”中的相等关系, 建立下列方程①; 由“商场计划购进…既不少于 700 只, 又不多于 800 只”中的不等关系, 建立下列不等式②; 由“资金随购买的计算器的只数的变化而变化”的变化规律, 建立下列函数③.

解: 设购买 A 型计算器 x 只, B 型计算器 y 只, 则

$$\begin{cases} 100 \times 50 + (x-100) \times 50 \times (1-20\%) = 150 \times 22 + (y-150)(22-2), & \text{①} \\ 700 \leq x+y \leq 800. & \text{②} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} y = 2x - 35, \\ 700 \leq x + y \leq 800. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \frac{665}{3} \leq x \leq 255.$$

设所需资金为 P 元, 则 $P-2[100 \times 50 + (x-100) \times 50 \times (1-20\%)] = 80x + 2000$. ③

因为 x 为整数, 且 P 随 x 的增大而增大, 所以当 $x=222$ 时, P 的最小值为 19760.

说明: 解决本题需要同时建立方程、不等式、函数三种模型. 像这样一类重点考查学生综合建模解决问题能力的试题, 已成为中考的热点考题.

例 9 某高速公路收费站, 有 $m(m>0)$ 辆汽车排队等候收费通过. 假设通过收费站的车流量(每分钟通过的汽车数量)保持不变, 每个收费窗口的收费检票的速度也是不变的. 若开放一个收费窗口, 则需 20 分钟才可能将原来排队等候的汽车以及后来接上来的汽车全部收费通

过;若同时开放两个收费窗口,则只需 8 分钟也可将原来排队等候的汽车以及后来接上来的汽车全部收费通过.若要求在 3 分钟内将排队等候收费的汽车全部通过,并使后来到站的汽车也随到随时收费通过,请问至少要同时开放几个收费窗口?

分析:由题意“若开放一个收费窗口,则需 20 分钟才…全部收费通过;若同时开放两个收费窗口,则只需 8 分钟也可…汽车全部收费通过”中的相等关系,建立下列方程①、②;由题意“若要求在 3 分钟内…请问至少要同时开放几个收费窗口?”中的不等关系,建立下列不等式③.

解:设每个收费窗口每分钟可收费通过 x 辆汽车,每分钟的车流量为 y 辆,又设需开放 n 个收费窗口,才能在 3 分钟内将排队等候的汽车全部收费通过,根据题意得

$$\begin{cases} m+20y=20x, & \text{①} \\ m+8y=2 \times 8x. & \text{②} \\ m+3y \leq n \cdot 3x. & \text{③} \end{cases}$$

$$\text{由①、②可得: } x = \frac{3}{40}m, y = \frac{1}{40}m, \quad \text{④}$$

将④代入③得: $m + \frac{3}{40}m \leq n \cdot \frac{9}{40}m$, 因为 $m > 0$, 所以 $n \geq \frac{43}{9}$, n 取最小整数值, 所以 $n = 5$.

例 10 某蔬菜基地加工厂有工人 100 人,现对 100 人进行工作分工,或采摘蔬菜,或对当日采摘的蔬菜进行精加工.每人每天只能做一项工作,若采摘蔬菜,每人每天平均采摘 48 千克;若对采摘后的蔬菜进行精加工,每人每天可精加工 32 千克(每天精加工的蔬菜和没来得及精加工的蔬菜全部售出).已知每千克蔬菜直接出售可获得利润 1 元,精加工后出售,每千克可获得利润 3 元.设每天安排 x 名工人进行蔬菜精加工,如果每天精加工的蔬菜和没来得及精加工的蔬菜全部售出的利润为 w 元,求 w 与 x 之间的函数关系式,并说明如何安排精加工人数才能使一天所获得的利润最大? 最大利润为多少?

分析:(1)依据已知的数量关系“每天精加工的蔬菜和没来得及精加工的蔬菜全部售出的利润为 W 元”,建立下列函数①.

(2)根据题意“若对采摘后的蔬菜进行精加工”,发现不等关系:精加工的蔬菜总质量不超过其余工人采摘的蔬菜总质量,建立下列不等式②,并解得 x 的取值范围,从而结合建立的函数①及其性质,求出最大利润.

$$\text{解: } w = 96x + 48(100 - x) - 32x \times 1, \text{ 即 } w = 16x + 4800. \quad \text{①}$$

$$\text{由题意知: } 32x \leq 48(100 - x), \quad \text{②}$$

解得 $x \leq 60$.

$\because w = 16x + 4800, k = 16 > 0, \therefore w$ 随 x 的增大而增大.

\therefore 当 $x = 60$ 时, w 有最大值, $w_{\text{最大}} = 16 \times 60 + 4800 = 5760$ (元).

\therefore 安排 60 人进行精加工,40 人采摘蔬菜,一天所获利润最大,最大利润为 5760 元.

考题精选

1. (2008·长沙市中考题)“5·12”汶川大地震后,灾区急需大量帐篷,某服装厂原有 4 条成衣生产线和 5 条童装生产线,工厂决定转产,计划用 3 天时间赶制 1000 顶帐篷支援灾区.若启用 1 条成衣生产线和 2 条童装生产线,一天可以生产帐篷 105 顶;若启用 2 条成衣生产线和 3 条童装生产线,一天可以生产帐篷 178 顶.

(1) 每条成衣生产线和童装生产线平均每天生产帐篷各多少顶?

(2) 工厂满负荷全面转产, 是否可以如期完成任务? 如果你是厂长, 你会怎样体现你的社会责任感?

2. (2008·成都市中考题) 金泉街道改建工程指挥部, 要对某路段工程进行招标, 接到了甲、乙两个工程队的投标书, 从投标书中得知: 甲队单独完成这项工程所需天数是乙队单独完成这项工程所需天数的 $\frac{2}{3}$; 若由甲队先做 10 天, 剩下的工程再由甲、乙两队合作 30 天可以完成.

(1) 求甲、乙两队单独完成这项工程各需要多少天?

(2) 已知甲队每天的施工费用为 0.84 万元, 乙队每天的施工费用为 0.56 万元, 工程预算的施工费用为 50 万元. 为缩短工期以减少对住户的影响, 拟安排甲、乙两队合作完成这项工程, 则工程预算的施工费用是否够用? 若不够用, 需追加预算多少万元? 请给出你的判断并说明理由.

3. (2008·武汉市中考题) 某商品的进价为每件 30 元, 现在的售价为每件 40 元, 每星期可卖出 150 件. 市场调查反映: 如果每件的售价每涨 1 元 (售价每件不能高于 45 元), 那么每星期少卖 10 件. 设每件涨价 x 元 (x 为非负整数), 每星期的销量为 y 件.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;

(2) 如何定价才能使每星期的利润最大且每星期销量较大? 每星期的最大利润是多少?

4. (2008·河南省中考题) 某校八年级举行英语演讲比赛, 派了两位老师去学校附近的超市购买笔记本作为奖品. 经过了解得知, 该超市的 A、B 两种笔记本的价格分别是 12 元和 8 元, 他们准备购买这两种笔记本共 30 本.

(1) 如果他们计划用 300 元购买奖品, 那么能买这两种笔记本各多少本?

(2) 两位老师根据演讲比赛的设奖情况, 决定所购买的 A 种笔记本的数量要少于 B 种笔记本数量的 $\frac{2}{3}$, 但又不少于 B 种笔记本数量的 $\frac{1}{3}$. 如果设他们买 A 种笔记本 n 本, 买这两种笔记本共花费 w 元.

① 请写出 w (元) 关于 n (本) 的函数关系式, 并求出自变量 n 的取值范围;

② 请你帮他们计算, 购买这两种笔记本各多少时, 花费最少, 此时的花费是多少元?

5. (2008·潍坊市中考题) 一家化工厂原来每月利润为 120 万元. 从今年一月起安装使用回收净化设备 (安装时间不计), 一方面改善了环境, 另一方面大大降低原料成本. 据测算, 使用回收净化设备后的 1 至 x 月 ($1 \leq x \leq 12$) 的利润的月平均值 w (万元) 满足 $w = 10x + 90$, 第 2 年的月利润稳定在第 1 年的第 12 个月的水平.

(1) 设使用回收净化设备后的 1 至 x 月 ($1 \leq x \leq 12$) 的利润和为 y , 写出 y 关于 x 的函数关系式, 并求前几个月的利润和等于 700 万元?

(2) 当 x 为何值时, 使用回收净化设备后的 1 至 x 月的利润和与不安装回收净化设备时 x 个月的利润和相等?

(3) 求使用回收净化设备后两年的利润总和.

6. (2008·贵阳市中考题) 某宾馆客房部有 60 个房间供游客居住, 当每个房间的定价为每天 200 元时, 房间可以住满. 当每个房间每天的定价每增加 10 元时, 就会有一个房间空闲, 对有游客入住的房间, 宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用.

设每个房间每天的定价增加 x 元, 求:

(1) 房间每天的入住量 y (间) 关于 x (元) 的函数关系式;

(2) 该宾馆每天的房间收费 z (元) 关于 x (元) 的函数关系式;

(3) 该宾馆客房部每天的利润 w (元) 关于 x (元) 的函数关系式; 当每个房间的定价为每天多少元时, w 有最大值? 最大值是多少?

7. (2008·沈阳市中考题) 一辆经营长途运输的货车在高速公路的 A 处加满油后, 以每小时 80 千米的速度匀速行驶, 前往与 A 处相距 636 千米的 B 地, 下表记录的是货车一次加满油后油箱内余油量 y (升) 与行驶时间 x (时) 之间的关系:

行驶时间 x (时)	0	1	2	2.5
余油量 y (升)	100	80	60	50

(1) 请你认真分析上表中所给的数据, 用你学过的一次函数、反比例函数和二次函数中的一种来表示 y 与 x 之间的变化规律, 说明选择这种函数的理由, 并求出它的函数表达式 (不要求写出自变量的取值范围);

(2) 按照 (1) 中的变化规律, 货车从 A 处出发行驶 4.2 小时到达 C 处, 求此时油箱内余油多少升?

(3) 在 (2) 的前提下, C 处前方 18 千米的 D 处有一加油站, 根据实际经验此货车在行驶中油箱内至少保证有 10 升油, 如果货车的速度和每小时的耗油量不变, 那么在 D 处至少加多少升油, 才能使货车到达 B 地. (货车在 D 处加油过程中的时间和路程忽略不计)

8. (2006·浙江省台州市中考题) 近阶段国际石油价格猛涨, 中国也受其影响. 为了降低运行成本, 部分出租车公司将出租车由使用汽油改装为使用液化气. 如果一辆出租车日平均行程为 300 千米.

(1) 假设当前的汽油价格为 4.6 元/升, 每升汽油能行驶 12 千米, 使用汽油的出租车行驶 t 天所耗的汽油费用为 w 元, 请写出 w 关于 t 的函数关系式;

(2) 假设当前的液化气价格为 4.95 元/千克, 每千克液化气能行驶 15 千米, 使用液化气的出租车行驶 t 天所耗的液化气费用为 P 元, 请写出 P 关于 t 的函数关系式;

(3) 若出租车由使用汽油改装为使用液化气, 每辆需要成本 8000 元, 根据上面第 (1)、(2) 题的假设, 问需要几天才能收回改装成本?

9. (2006·杭州市中考题) 杭州市休博会期间, 嘉年华游乐场投资 150 万元引进一项大型游乐设施, 若不计维修保养费用, 预计开放后每月可创收 33 万元. 而该游乐设施开放后, 从第 1 个月到第 x 个月的维修保养费用累计为 y (万元), 且 $y = ax^2 + bx$; 若将创收扣除投资和维修保养费用称为游乐场的纯收益 g (万元), g 也是关于 x 的二次函数.

(1) 若维修保养费用第 1 个月为 2 万元, 第 2 个月为 4 万元, 求 y 关于 x 的解析式;

(2) 求纯收益 g 关于 x 的解析式;

(3) 问设施开放几个月后, 游乐场的纯收益达到最大? 几个月后, 能收回投资?

10. (2006·安徽省中考题) 某公司年初推出一种高新技术产品, 该产品销售的累积利润 y (万元) 与销售时间 x (月) 之间的关系 (即前 x 个月的利润总和 y 与 x 之间的关系) 为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x (x > 0)$.

(1) 求出这个函数图象的顶点坐标和对称轴;

(2) 请在所给坐标系中 (如图 1-1), 画出这个函数图象的简图;

(3)根据函数图象,你能否判断出公司的这种新产品销售累积利润是从什么时候开始盈利的?

(4)这个公司第6个月所获的利润是多少?

11. (2006·湖北省荆门市中考题)某环保器材公司销售一种市场需求较大的新型产品,已知每件产品的进价为40元,经销过程中测出销售量 y (万元)与销售单价 x (元)存在如图1-2所示的一次函数关系,每年销售该种产品的总开支 z (万元)(不含进价)与年销售量 y (万件)存在函数关系 $z=10y+42.5$.

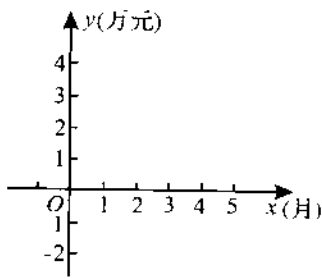


图 1-1

(1)求 y 关于 x 的函数关系式;

(2)试写出该公司销售该种产品年获利 w (万元)关于销售单价 x (元)的函数关系式;(年获利=年销售总金额-年销售产品的总进价-年总开支金额)当销售单价 x 为何值时,年获利最大?最大值是多少?

(3)若公司希望该种产品一年的销售获利不低于57.5万元,请你利用(2)小题中的函数图象帮助该公司确定这种产品的销售单价的范围.在此条件下要使产品的销售量最大,你认为销售单价应定为多少元?

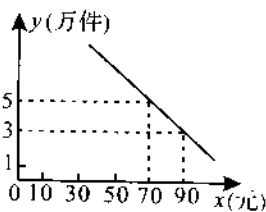


图 1-2

12. (2006·南宁市中考题)南博汽车城销售某种型号的汽车,每辆进货价为25万元,市场调研表明:当销售价为29万元时,平均每周能售出8辆,而当销售价每降低0.5万元时,平均每周能多售出4辆.如果设每辆汽车降价 x 万元,每辆汽车的销售利润为 y 万元.

(销售利润=销售价-进货价)

(1)求 y 与 x 的函数关系式;在保证商家不亏本的前提下,写出 x 的取值范围;

(2)假设这种汽车平均每周的销售利润为 z 万元,试写出 z 与 x 之间的函数关系式;

(3)当每辆汽车的定价为多少万元时,平均每周的销售利润最大?最大利润是多少?

13. (2007·山东省中考题)某公司专销产品A,第一批产品A上市40天内全部售完.该公司对第一批产品A上市后的市场销售情况进行了跟踪调查,调查结果如图所示,其中图1-3中的折线表示的是市场日销售量与上市时间的关系;图1-4中的折线表示的是每件产品A的销售利润与上市时间的关系.

(1)试写出第一批产品A的市场日销售量 y 与上市时间 t 的关系式;

(2)第一批产品A上市后,哪一天这家公司市场日销售利润最大?最大利润是多少万元?

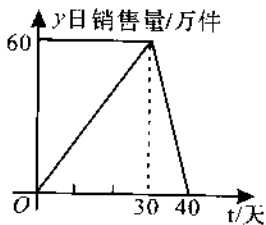


图 1-3

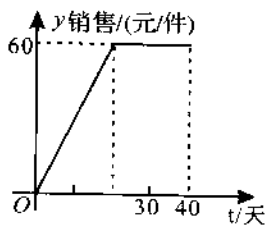


图 1-4

14. (2007·福州市中考题)李晖到“宇泉牌”服装专卖店作社会调查,了解到商店为了激励营业员的工作积极性,实行“月总收入=基本工资+计件奖金”的方法,并获得如下信息:

营业员	小 俐	小 花
月销售件数(件)	200	150
月总收入(元)	1 400	1 250

假设月销售件数为 x 件,月总收入为 y 元,销售每件奖励 a 元,营业员月基本工资为 b 元.

(1)求 a 、 b 的值;

(2)若营业员小俐某月总收入不低于 1 800 元,那么小俐当月至少要卖服装多少件?

15. (2007·河南省中考题)某商场用 36 万元购进 A、B 两种商品,销售完后共获利 6 万元,其进价和售价如下表:

	A	B
进价(元/件)	1200	1000
售价(元/件)	1380	1200

(注:获利=售价-进价)

(1)该商场购进 A、B 两种商品各多少件;

(2)商场第二次以原进价购进 A、B 两种商品,购进 B 种商品的件数不变,而购进 A 种商品的件数是第一次的 2 倍,A 种商品按原售价出售,而 B 种商品打折销售.若两种商品销售完毕,要使第二次销售完后获利不少于 81 600 元,B 种商品最低售价为每件多少元?

16. (2007·贵阳市中考题)某水果批发商销售每箱进价为 40 元的苹果,物价部门规定每箱售价不得高于 55 元,市场调查发现,若每箱以 50 元的价格销售,平均每天销售 90 箱,价格每提高 1 元,平均每天少销售 3 箱.

(1)求平均每天销售量 y (箱)与销售价 x (元/箱)之间的函数关系式.

(2)求该批发商平均每天的销售利润 w (元)与销售价 x (元/箱)之间的函数关系式.

(3)当每箱苹果的销售价为多少元时,可以获得最大利润? 最大利润是多少?

17. (2006·深圳市中考题)工艺商场按标价销售某种工艺品时,每件可获利 45 元;按标价的八五折销售该工艺品 8 件与将标价降低 35 元销售该工艺品 12 件所获利润相等.

(1)该工艺品每件的进价、标价分别是多少元?

(2)若每件工艺品按(1)中求得的进价进货,标价售出,工艺商场每天可售出该工艺品 100 件.若每件工艺品降价 1 元,则每天可多售出该工艺品 4 件.问每件工艺品降价多少元出售,每天获得的利润最大? 获得的最大利润是多少元?

18. (2006·临汾市中考题)某公司试销一种成本为 30 元/件的新产品,按规定试销时的销售单价不低于成本单价,又不高于 80 元/件,试销中每天的销售量 y (件)与销售单价 x (元/件)满足下表中的函数关系.

x (元/件)	35	40	45	50	55
y (件)	550	500	450	400	350

(1)试求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2)设公司试销该产品每天获得的毛利润为 S (元),求 S 与 x 之间的函数表达式(毛利润=销售总价-成本总价);

(3)当销售单价定为多少时,该公司试销这种产品每天获得的毛利润最大? 最大毛利润是多少? 此时每天的销售量是多少?

19. (2006·青岛市中考题)在2006年青岛崂山北宅樱桃节前夕,某果品批发公司为指导今年的樱桃销售,对往年的市场销售情况进行了调查统计,得到如下数据:

销售价 x (元/千克)	...	25	24	23	22	...
销售量 y (千克)	...	2000	2500	3000	3500	...

(1)在如图1-5的直角坐标系内,作出各组有序数对 (x, y) 所对应的点,连接各点并观察所得的图形,判断 y 与 x 之间的函数关系,并求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2)若樱桃进价为13元/千克,试求销售利润 P (元)与销售价 x (元/千克)之间的函数关系式,并求出当 x 取何值时, P 的值最大?

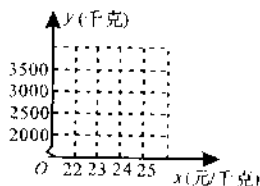


图 1-5

20. (2006·河北省中考题)利达经销店为某工厂代销一种建筑材料(这里的代销是指厂家先免费提供货源,待货物售出后再进行结算,未售出的由厂家负责处理).当每吨售价为260元时,月销售量为45吨.该经销店为提高经营利润,准备采取降价的方式进行促销.经市场调查发现:当每吨售价每下降10元时,月销售量就会增加7.5吨.综合考虑各种因素,每售出一吨建筑材料共需支付厂家及其他费用100元.设每吨材料售价为 x (元),该经销店的月利润为 y (元).

(1)当每吨售价是240元时,计算此时的月销售量;

(2)求出 y 与 x 的函数关系式(不要求写出 x 的取值范围);

(3)该经销店要获得最大月利润,售价应定为每吨多少元?

(4)小静说:“当月利润最大时,月销售额也最大.”你认为对吗?请说明理由

21. (2006·武汉市中考题)某公司以每吨200元的价格购进某种矿石原料300吨,用于生产甲、乙两种产品.生产1吨甲产品或1吨乙产品所需该矿石和煤原料的吨数如下表:

资源	产品	甲	乙
	矿石(t)	10	4
	煤(t)	4	8

煤的价格为400元/吨.生产1吨甲产品除原料费用外,还需其他费用400元,甲产品每吨售价4600元;生产1吨乙产品除原料费用外,还需其他费用500元,乙产品每吨售价5500元.现将该矿石原料全部用完.设生产甲产品 x 吨,乙产品 m 吨,公司获得的总利润为 y 元.

(1)写出 m 与 x 之间的关系式;

(2)写出 y 与 x 的函数表达式(不要求写自变量的范围);

(3)若用煤不超过200吨,生产甲产品多少吨时,公司获得的总利润最大?最大利润是多少?

22. (2007·沈阳市中考题)化工商店销售某种新型化工原料,其市场指导价是每千克160元(化工商店的售价还可以在市场指导价的基础上进行浮动),这种原料的进货价是市场指导价的75%.

(1)为了扩大销售量,化工商店决定适当调整价格,调整后的价格按八折销售,仍可获得实际售价的20%的利润.求化工商店调整价格后的标价是多少元?打折后的实际售价是多少元?

(2)化工商店为了解这种原料的月销售量 y (千克)与实际售价 x (元/千克)之间的关系,

每个月调整一次实际售价,试销一段时间后,部门负责人把试销情况列成下表:

实际售价 x (元/千克)	...	150	160	170	180	...
月销售量 y (千克)	...	500	480	464	440	...

①请你在所给如图 1-6 的平面直角坐标系中,以实际售价 x (元/千克)为横坐标,月销售量 y (千克)为纵坐标描出各点,观察这些点的发展趋势,猜想 y 与 x 之间可能存在怎样的函数关系;

②请你用所学过的函数知识确定一个满足这些数据的 y 与 x 之间的函数表达式,并验证你在①中的猜想;

③若化工商店某月按同一实际售价共卖出这种原料 450 千克,请你求出化工商店这个月销售这种原料的利润是多少元?

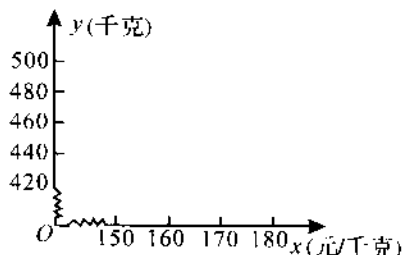


图 1-6

模拟训练

1. 某音乐厅五月初决定在暑假期间举办学生专场音乐会,入场券分为团体票和零售票,其中团体票占总票数的 $\frac{2}{3}$. 若提前购票,则给予不同程度的优惠,在五月份内,团体票每张 12 元,共售出团体票数的 $\frac{3}{5}$;零售票每张 16 元,共售出零售票数的一半. 如果在六月份内,团体票按每张 16 元出售,并计划在六月份出售出全部余票,那么零售票应按每张多少元定价才能使这两个月的票款收入持平?

2. 在社会实践活动中,某校甲、乙、丙三位同学一同调查了高峰时段北京的二环路、三环路、四环路的车流量(每小时通过观测点的汽车车辆数),三位同学汇报高峰时段的车流量情况如下:

甲同学说:“二环路车流量为每小时 10000 辆.”

乙同学说:“四环路比三环路车流量每小时多 2000 辆.”

丙同学说:“三环路流量的 3 倍与四环路车流量的差是二环路车流量的 2 倍.”

请你根据他们所提供的信息,求出高峰时段的二环路、四环路的车流量各是多少.

3. 国家规定个人发表文章、出版图书获得稿费的纳税计算方法是:

①稿费不高于 800 元的不纳税;

②稿费高于 800 元又不高于 4000 元的应缴纳超过 800 元的那部分稿费的 14% 的税;

③稿费高于 4000 元的应缴纳全部稿费的 11% 的税,今知丁老师获得一笔稿费,并交纳个人所得税 420 元,问丁老师这笔稿费有多少元?

4. “五一”期间,某商场搞优惠促销,决定由顾客抽奖确定折扣:某顾客购买甲、乙两种商品,分别抽到七折(按售价的 70% 销售)和九折(按售价的 90% 销售),共付款 386 元,这两种商品原销售价之和为 500 元. 问:这两种商品的原销售价分别为多少元?

5. 某商场在促销期间规定:商场内所有商品按标价的 85% 出售;同时,当顾客在该商场消费满一定金额后,按如下方案获得相应金额的奖券(奖券购物不再享受优惠):