

全国教育科学【十一五】教育部规划课题



图解 新教材

高中数学必修2

配套江苏版教材

总主编 钟山

读图时代的学习方法

总策划 薛金星

北方联合出版传媒(集团)股份有限公司

 辽海出版社



学习新革命的引领者

全球权威心理学家、物理学家、生物学家及教育学家联合研究表明，图解的学习方法是最简单、最实用、最科学、最高效的学习方法。《图解新教材》丛书历经三年研发与打造，以图解的方式方法，创造性解决了目前学生陈旧低效的学习方式和繁杂抽象的学习内容问题。《图解新教材》丛书将带领广大学子运用最便捷的方法思考问题，站在更高的层面上分析问题，运用最恰当的方式解决问题。

本丛书将会使您轻松成为学习高手

本书讲解与呈现方式引入风靡欧美数十年的被誉为“打开大脑潜能的万能钥匙”和“21世纪风靡全球的学习方法与思维工具——概念地图与思维导图”，以图解方式科学地实现了知识的可视化，化深为浅、化繁为简、化抽象为形象、化理论为实例，实现基于脑神经生理特性的左右半脑互动学习模式，将高效的、可视化的学习策略、方法、技巧融入到日常学习中去，帮助你释放出难以置信的学习潜能，让你的学习、记忆、理解、应试更轻松、更快捷。

本丛书将会使您真正成为学考专家

本书立足于解决“如何学好、如何考好”两个学生最关心的问题，同步新课标教材，落实新课标学习与考试理念。内容讲解上知识与考点融为一体，突出深入浅出的学习特点；全面挖掘历年考题在教材中的典型原型和影子，与考例直线链接，达到快速融会贯通；总结学法与考法清晰明确，助学助考事半功倍；例题与习题突出方法总结，实现授之以渔，举一反三，学生能力与素质分阶段培养落实，全程循序渐进，系统提升。

本丛书将会使您体验到学习的轻松快捷

人类80%以上的信息是通过视觉获得的，常言道“百闻不如一见”“一图胜过千言”就是这个意思。本书采用轻松直观的图文并茂的编排形式，各类图示变繁杂抽象为直观快捷，各种插画变深奥冗烦为浅显愉悦，各种表格变枯燥乏味为清晰明了，充分开拓学生与生俱来的放射性思考能力和多感官学习潜能。

**全球超过2.5亿人使用的高效的学习方法，
你不想试一试吗？**



目 录

第1章 立体几何初步	(1)
1.1 空间几何体	(2)
1.1.1 棱柱、棱锥和棱台	(3)
知识方法能力图解	(3)
多元智能 知识点击	(3)
发散思维 题型方法	(9)
知识激活 学考相联	(12)
考场报告 误区警示	(13)
自主限时 精题精练	(13)
练后反思 / 答案详解	(15)
教材问题 详尽解答	(15)
附精品专题	(15)
1.1.2 圆柱、圆锥、圆台和球	(16)
知识方法能力图解	(16)
多元智能 知识点击	(17)
发散思维 题型方法	(21)
知识激活 学考相联	(24)
考场报告 误区警示	(25)
自主限时 精题精练	(25)
练后反思 / 答案详解	(26)
教材问题 详尽解答	(26)
1.1.3 中心投影和平行投影	(27)
知识方法能力图解	(27)
多元智能 知识点击	(27)
发散思维 题型方法	(31)
知识激活 学考相联	(33)
考场报告 误区警示	(34)
自主限时 精题精练	(34)
练后反思 / 答案详解	(35)
教材问题 详尽解答	(35)
附精品专题	(36)
1.1.4 直观图画法	(37)
知识方法能力图解	(37)
多元智能 知识点击	(37)
发散思维 题型方法	(39)
知识激活 学考相联	(42)
考场报告 误区警示	(43)
自主限时 精题精练	(43)
练后反思 / 答案详解	(44)
教材问题 详尽解答	(44)
1.2 点、线、面之间的位置关系	(46)
1.2.1 平面的基本性质	(47)
知识方法能力图解	(47)
多元智能 知识点击	(47)
发散思维 题型方法	(50)
知识激活 学考相联	(54)
考场报告 误区警示	(55)
自主限时 精题精练	(55)
练后反思 / 答案详解	(56)
教材问题 详尽解答	(57)
1.2.2 空间两条直线的位置关系	(57)
知识方法能力图解	(57)
多元智能 知识点击	(58)
发散思维 题型方法	(61)
知识激活 学考相联	(65)
考场报告 误区警示	(66)
自主限时 精题精练	(67)
练后反思 / 答案详解	(67)
教材问题 详尽解答	(67)



左脑+右脑>>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。

1.2.3 直线与平面的位置关系

..... (69)

知识方法能力图解 (69)

第1课时 直线与平面平行

..... (70)

多元智能 知识点击 (70)

发散思维 题型方法 (72)

知识激活 学考相联 (74)

自主限时 精题精练 (74)

练后反思 / 答案详解 (75)

教材问题 详尽解答 (76)

第2课时 直线与平面垂直

..... (76)

多元智能 知识点击 (76)

发散思维 题型方法 (81)

知识激活 学考相联 (83)

考场报告 误区警示 (84)

自主限时 精题精练 (84)

练后反思 / 答案详解 (86)

教材问题 详尽解答 (87)

1.2.4 平面与平面的位置关系

..... (88)

知识方法能力图解 (88)

第1课时 两平面平行

..... (89)

多元智能 知识点击 (89)

发散思维 题型方法 (92)

知识激活 学考相联 (94)

考场报告 误区警示 (95)

自主限时 精题精练 (95)

练后反思 / 答案详解 (95)

教材问题 详尽解答 (96)

第2课时 两平面垂直

..... (96)

多元智能 知识点击 (96)

发散思维 题型方法 (99)

知识激活 学考相联 (102)

考场报告 误区警示 (103)

自主限时 精题精练 (104)

练后反思 / 答案详解 (104)

教材问题 详尽解答 (105)

附精品专题 (106)

1.3 空间几何体的表面积和体积

..... (107)

1.3.1 空间几何体的表面积

..... (108)

知识方法能力图解 (108)

多元智能 知识点击 (108)

发散思维 题型方法 (112)

知识激活 学考相联 (116)

考场报告 误区警示 (117)

自主限时 精题精练 (117)

练后反思 / 答案详解 (118)

教材问题 详尽解答 (119)

附精品专题 (119)

1.3.2 空间几何体的体积

..... (120)

知识方法能力图解 (120)

多元智能 知识点击 (120)

发散思维 题型方法 (123)

知识激活 学考相联 (127)

考场报告 误区警示 (128)

自主限时 精题精练 (129)

练后反思 / 答案详解 (130)

教材问题 详尽解答 (131)

章末复习 (135)

构建体系 知识网络 (135)

综合拓展 专题专项 (135)

面向高考 阶段总结 (145)

自主限时 章末精练 (148)

练后反思 / 答案详解 (149)

教材问题 详尽解答 (151)

附精品专题 (152)



图解新教材

革命你的思维，改变你的世界。迈出思维一小步，导向人生远景图。

第2章 平面解析几何初步

- (156)
- 2.1 直线与方程 (157)
- 2.1.1 直线的斜率 (158)
- 知识方法能力图解 (158)
- 多元智能 知识点击 (158)
- 发散思维 题型方法 (162)
- 知识激活 学考相联 (165)
- 考场报告 误区警示 (166)
- 自主限时 精题精练 (166)
- 练后反思 / 答案详解 (167)
- 教材问题 详尽解答 (168)
- 2.1.2 直线的方程 (169)
- 知识方法能力图解 (169)
- 多元智能 知识点击 (169)
- 发散思维 题型方法 (175)
- 知识激活 学考相联 (179)
- 考场报告 误区警示 (180)
- 自主限时 精题精练 (181)
- 练后反思 / 答案详解 (181)
- 教材问题 详尽解答 (183)
- 2.1.3 两条直线的平行与垂直
..... (185)
- 知识方法能力图解 (185)
- 多元智能 知识点击 (185)
- 发散思维 题型方法 (188)
- 知识激活 学考相联 (193)
- 考场报告 误区警示 (194)
- 自主限时 精题精练 (194)
- 练后反思 / 答案详解 (195)
- 教材问题 详尽解答 (196)
- 附精品专题 (197)
- 2.1.4 两条直线的交点 (198)
- 知识方法能力图解 (198)
- 多元智能 知识点击 (198)
- 发散思维 题型方法 (201)
- 知识激活 学考相联 (205)
- 考场报告 误区警示 (206)
- 自主限时 精题精练 (206)
- 练后反思 / 答案详解 (207)
- 教材问题 详尽解答 (208)
- 2.1.5 平面上两点间的距离
..... (212)
- 知识方法能力图解 (212)
- 多元智能 知识点击 (212)
- 发散思维 题型方法 (215)
- 知识激活 学考相联 (218)
- 考场报告 误区警示 (219)
- 自主限时 精题精练 (219)
- 练后反思 / 答案详解 (220)
- 教材问题 详尽解答 (221)
- 2.1.6 点到直线的距离 (222)
- 知识方法能力图解 (222)
- 多元智能 知识点击 (222)
- 发散思维 题型方法 (224)
- 知识激活 学考相联 (228)
- 考场报告 误区警示 (229)
- 自主限时 精题精练 (230)
- 练后反思 / 答案详解 (230)
- 教材问题 详尽解答 (230)
- 2.2 圆与方程 (235)
- 2.2.1 圆的方程 (235)
- 知识方法能力图解 (236)
- 多元智能 知识点击 (236)
- 发散思维 题型方法 (239)
- 知识激活 学考相联 (243)
- 考场报告 误区警示 (243)
- 自主限时 精题精练 (244)
- 练后反思 / 答案详解 (244)
- 教材问题 详尽解答 (245)
- 附精品专题 (247)



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考, 图解是一种高效的方法, 更是一种成功的习惯。

2.2.2 直线与圆的位置关系 … (248)	自主限时 精题精练 …… (280)
知识方法能力图解 …… (248)	练后反思 / 答案详解 …… (281)
多元智能 知识点击 …… (248)	教材问题 详尽解答 …… (281)
发散思维 题型方法 …… (250)	2.3.2 空间两点间的距离 …… (282)
知识激活 学考相联 …… (256)	知识方法能力图解 …… (282)
考场报告 误区警示 …… (257)	多元智能 知识点击 …… (282)
自主限时 精题精练 …… (258)	发散思维 题型方法 …… (283)
练后反思 / 答案详解 …… (258)	知识激活 学考相联 …… (286)
教材问题 详尽解答 …… (259)	考场报告 误区警示 …… (287)
附精品专题 …… (259)	自主限时 精题精练 …… (288)
2.2.3 圆与圆的位置关系 …… (261)	练后反思 / 答案详解 …… (288)
知识方法能力图解 …… (261)	教材问题 详尽解答 …… (289)
多元智能 知识点击 …… (262)	章末复习 …… (290)
发散思维 题型方法 …… (263)	构建体系 知识网络 …… (290)
知识激活 学考相联 …… (267)	综合拓展 专题专项 …… (290)
考场报告 误区警示 …… (268)	面向高考 阶段总结 …… (295)
自主限时 精题精练 …… (268)	自主限时 章末精练 …… (297)
练后反思 / 答案详解 …… (269)	练后反思 / 答案详解 …… (298)
教材问题 详尽解答 …… (270)	教材问题 详尽解答 …… (299)
2.3 空间直角坐标系 …… (272)	本册知识大归纳 …… (302)
2.3.1 空间直角坐标系 …… (272)	一、必记知识点 …… (302)
知识方法能力图解 …… (272)	二、易错、易混、易误的 25 个问题
多元智能 知识点击 …… (273)	…………… (308)
发散思维 题型方法 …… (275)	三、四大综合性热点专题突破 …… (309)
知识激活 学考相联 …… (279)	
考场报告 误区警示 …… (280)	

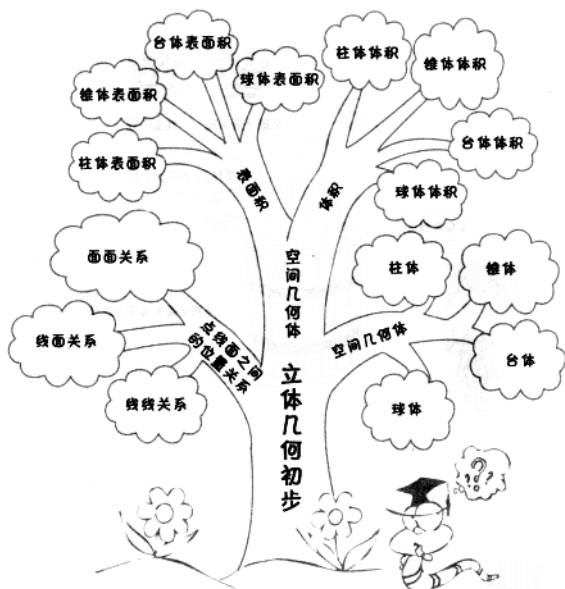




第1章 立体几何初步

右图为教材本章首页图片, 展现了“祈年殿”精美、规则的建筑, 我们可以感受到它的宏伟、壮观和气派! 实际上, 我们周围的现实空间及其形状各异的物体, 大多是由简单几何体构成的, 都是点、线、面的巧妙组合. 大到天体星球, 小至分子微粒, 无处不显示数学之美丽. “实用”的数学无处不在, 渗透到自然科学和社会科学以及日常生活的各个方面.





1.1 空间几何体

意大利米兰大教堂是欧洲中世纪最大的教堂,可容纳 35 000 万人举行宗教活动.它始建于 1386 年,到 1897 年才竣工.

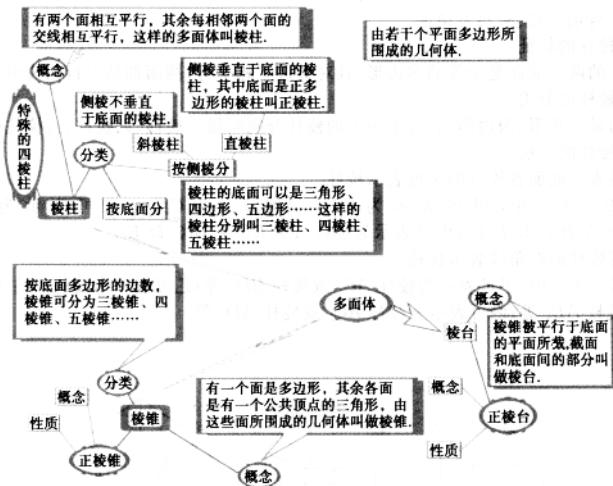
这座教堂全由白色大理石筑成,大厅宽达 59 米,长 130 米,中间拱顶最高 45 米.教堂的特点在于它的外形:尖拱、壁柱、花窗棂,有 135 个尖塔,像浓密的塔林刺向天空,而且在每个塔尖上有神的雕像,是世界上雕像最多的哥特式教堂.

这样的建筑物是由哪些空间几何体组成的? 它们又有怎样的结构特征呢?



1.1.1 棱柱、棱锥和棱台

知识方法能力图解

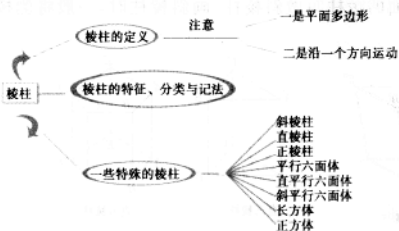


多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 棱柱

智能导航





各个击破

1. 定义

由一个平面多边形(一般指凸多边形)沿某一方向平移形成的空间几何体叫做棱柱;平移起止位置的两个面叫做底面;多边形的边平移形成的面叫做侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点;棱柱中不在同一平面上的两个顶点的连线叫做棱柱的对角线;过不相邻的两条侧棱所形成的面叫做棱柱的对角面。

提示:棱柱的定义包含两方面内容:一是一个平面多边形,二是沿一个方向运动.如果运动过程中改变了运动方向,就不是棱柱了,体现了运动的观点,面动成体。

2. 棱柱的特征、分类及记法

(1) 棱柱的特征

棱柱的两个底面是全等的多边形,且对应边互相平行,侧面都是平行四边形。

(2) 棱柱的分类

底面是三角形、四边形、五边形……的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

(3) 棱柱的记法

① 用表示底面各顶点的字母表示棱柱。

如图 1-1-1 中,甲可表示为棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$;乙可表示为棱柱 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$;丙可表示为棱柱 $ABCDE-A_1B_1C_1D_1E_1$ 。

② 用棱柱的对角线表示棱柱。

如图 1-1-1 中,甲可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 BD_1 等;乙可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 或棱柱 AE_1 等;丙可表示为棱柱 AC_1 或棱柱 AD_1 等。

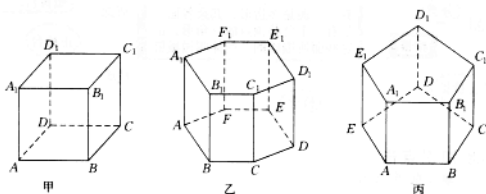


图 1-1-1

3. 一些特殊的棱柱

(1) 斜棱柱 侧棱不垂直于底面的棱柱叫做斜棱柱.画斜棱柱时,一般将侧棱画成不与底面垂直.如图 1-1-2.

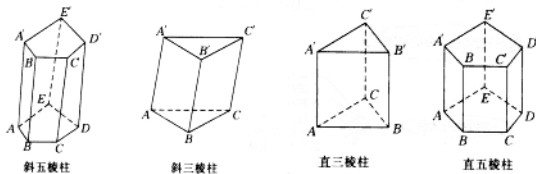


图 1-1-2

图 1-1-3

(2)直棱柱 侧棱垂直于底面的棱柱叫做直棱柱.画直棱柱时,应将侧棱画成与底面垂直.如图 1-1-3 所示, $AA' \perp$ 底面 ABC 或 $AA' \perp$ 底面 $ABCDE$.

(3)正棱柱 底面是正多边形的直棱柱叫做正棱柱.如图 1-1-4 所示, $AA' \perp$ 底面 AC ,且 $ABCD$ 是正方形(图 1-1-4①),或 $ABCDE$ 是正五边形(图 1-1-4②).

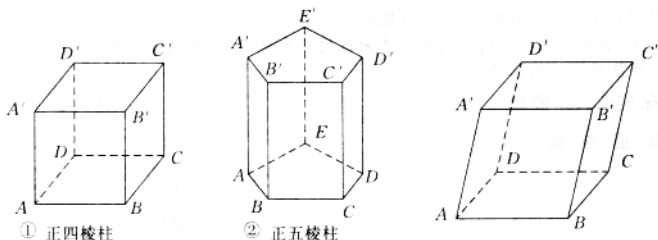


图 1-1-4

图 1-1-5

(4)平行六面体 底面是平行四边形的四棱柱叫做平行六面体,即平行六面体的六个面都是平行四边形.如图 1-1-5 所示,四棱柱中底面 $ABCD$ 和底面 $A'B'C'D'$ 都是平行四边形.

(5)直平行六面体 侧棱与底面垂直的平行六面体叫做直平行六面体.如图 1-1-6 所示,若 $ABCD-A'B'C'D'$ 是平行六面体,且侧棱 $AA' \perp$ 底面 $ABCD$,则 $ABCD-A'B'C'D'$ 是直平行六面体.

(6)斜平行六面体 侧棱与底面不垂直的平行六面体叫做斜平行六面体.

(7)长方体 底面是矩形的直平行六面体叫做长方体.如图 1-1-7 所示,直平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,底面 $ABCD$ 和底面 $A'B'C'D'$ 是矩形,那么直平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 是长方体.

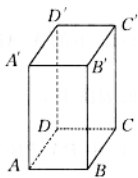


图 1-1-6

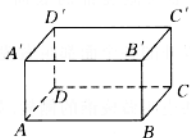


图 1-1-7

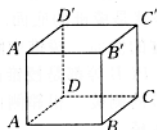


图 1-1-8

(8)正方体 棱长都相等的长方体叫做正方体.如图 1-1-8 所示,在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,若 $AB, BC, CD, DA, AA', BB', CC', DD', A'B', B'C', C'D', D'A'$ 都相等,则 $ABCD-A'B'C'D'$ 是正方体.

例 1 图 1-1-9 的(1)、(2)、(3)三个图形能否折叠成棱柱? 请试折一下,并回答为什么?

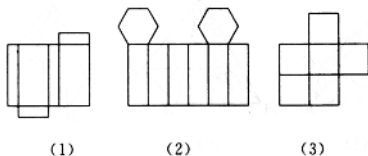


图 1-1-9



解:图(1)可折成一个四棱柱.

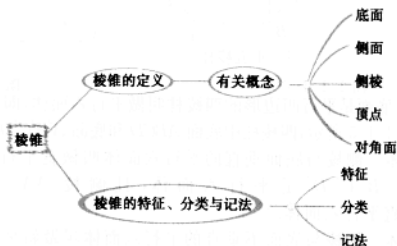
图(2)不能折成棱柱,因为折成后的几何体两底面不在两个平面内.

图(3)不能折成棱柱,因为与正方体的每个面相邻的面最多只有四个,因而展开后的图形中,任一个正方形在它的周围最多只应有四个正方形,而图中有 1 个正方形,在它的周围有了 5 个正方形,这是不可能的.

点拨:本例主要要求同学们把握多面体的基本情况,运用纸张折叠,结合想象,掌握棱柱这种简单的几何体的性质与构成.

探究二 棱锥

智能导航



各个击破

1. 定义

当棱柱的一个底面收缩为一个点时,得到的几何体叫做棱锥.

棱锥的底面 棱锥中的多边形叫做棱锥的底面.如图 1-1-10 中的面 ABC 、面 $ABCD$ 等就是棱锥的底面.

棱锥的侧面 棱锥中除底面以外的各个面都叫做棱锥的侧面.如图 1-1-10 中的面 PAB 、面 PCB 等都是棱锥的侧面.

棱锥的侧棱 相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.如图 1-1-10 中 PA 、 PB 等都是棱锥的侧棱.

棱锥的顶点 棱锥中各个侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点.如图 1-1-10 中 P 是各个侧面的公共顶点, P 是棱锥的顶点.

棱锥的对角面 棱锥中过不相邻的两条侧棱的截面叫做对角面.如图 1-1-10 中 (1) 没有对角面, (2) 的对角面为 PAC 、 PBD , (3) 的对角面有 PAC 、 PAD 、 PBE 、 PCE 等.

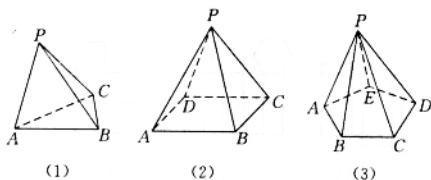


图 1-1-10

提示:棱锥是多面体中重要的一种,它有两个本质特征:(1)有一个面是多边形;(2)其余的各面是有一个公共顶点的三角形.二者缺一不可.因此棱锥有一个面是多边形,其余各面都是三角形,但是也要注意:“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥.

2. 棱锥的特征、分类及记法

(1) 棱锥的特征

底面是多边形,侧面是有一个公共顶点的三角形.

(2) 棱锥的分类

底面为三角形、四边形、五边形……的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中三棱锥又叫做四面体.

(3) 棱锥的记法

①用顶点和底面各顶点的字母表示.

如图 1-1-10 中,(1)可记为三棱锥 $P-ABC$;(2)可记为四棱锥 $P-ABCD$;(3)可记为五棱锥 $P-ABCDE$ 等.

②用对角面表示.

如图 1-1-10 中(2)可记为四棱锥 $P-AC$;(3)可记为五棱锥 $P-AC$ 等.

3.“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体是棱锥吗?为什么?

不一定是.由棱锥的特点知,有一个面是多边形,其余各面是有一个公共顶点的三角形的几何体才是棱锥,“其余各面都是三角形”并不能保证这些三角形有一个公共顶点.如图 1-1-11 中的几何体就不是棱锥.

在判断一个几何体是否是棱锥时,必须检验它是否同时满足棱锥的两个主要结构特征,二者缺一不可.

例 2 六根长度相等的火柴搭成正三角形,最多可搭成 _____ 个三角形.

解析:由于每个三角形必有三条边,而题中共给出了六根火柴,即仅有六条边.要使构成的三角形最多,必须保证共用的边最多.

因为三棱锥(如图 1-1-12)共有六条棱,它的每个面都是全等的等边三角形,且每条棱都是两个三角形的公共边,所以六根火柴最多可搭成 4 个正三角形. **答案:**4

探究三 棱台

智能导航

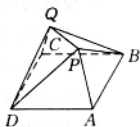
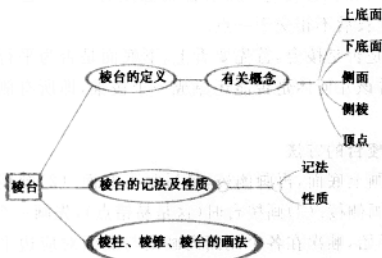


图 1-1-10

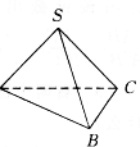


图 1-1-11

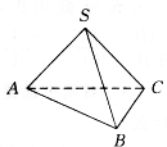


图 1-1-12



各个击破

1. 定义

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面和截面之间的几何体叫做棱台.

棱台的上、下底面 原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的

下底面和上底面.如图 1-1-13 中的面 $ABCD$, N 面 $A'B'C'D'$.

棱台的侧面 原棱锥的侧面被平面截去后剩余的平面叫做棱台的侧面.

棱台的侧棱 原棱锥的侧棱被平面截去后剩余的部分叫做棱台的侧棱.如图 1-1-13 中的侧棱 AA' 、 BB' 、 CC' 、 DD' .

棱台的顶点 棱台的侧面与底面的公共顶点叫做棱台的顶点.如图 1-1-13 中的 A 、 B 、 C 、 D 、 A' 、 B' 、 C' 、 D' .

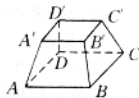


图 1-1-13

提示:棱台是由棱锥用一个平行于锥体的底面的平面截得的几何体.对于棱台,如果延长各侧棱必相交于一点,也就是说由棱台通过延长侧棱一定能得到一个棱锥,否则就不是棱台(可以叫做拟合体).

2. 棱台的记法及性质

(1) 棱台的记法

①用各顶点表示:如图 1-1-13 可记为四棱台 $ABCD-A'B'C'D'$.

②用对角面表示:如四棱台 AC' .

(2) 棱台的性质

棱台上、下底面平行,且对应边成比例.只有这样,才保证了各侧棱交于一点,它才是由棱锥截出的,这是一条很重要的性质.如在棱台 $ABC-A'B'C'$ 中,必有

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}, AB \parallel A'B', BC \parallel B'C', CA \parallel C'A'.$$

3. “有两个面是平行的相似多边形,其余各面都是梯形”的多面体是棱台吗?为什么?

不一定是.如图 1-1-14 中的几何体,令 $A_2B_2 \neq A_1B_1$, 则 $B_2C_2 \neq B_1C_1$, $C_2D_2 \neq C_1D_1$, $A_2D_2 \neq A_1D_1$. 这个几何体满足两平面 $A_1B_1C_1D_1$ 和 $A_2B_2C_2D_2$ 是平行的相似多边形,其余各面都是梯形,但它不是棱台,因为所有的侧棱延长后不相交于一点.

判断一个几何体是否是棱台,首先要看上、下底面是否为平行且相似的多边形,然后要看该几何体是否能还原成一个棱锥,即所有侧棱延长后是否交于一点.

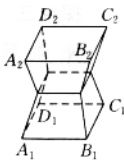


图 1-1-14

4. 画棱柱、棱锥、棱台的方法

(1)画棱柱时,先画上底面,再画侧棱,最后画下底面.(2)画棱锥时,先取一个点作顶点,再画底面,最后画侧棱.(3)画棱台时(这是易错点),先画一个棱锥,在它的一条侧棱上取一点,从这点开始,顺次在各个侧面内画出与底面对应边平行的线段,将多余的线段擦去.被遮挡的线要画成虚线.

例3 画一个三棱柱和一个四棱台.

解:如图 1-1-15 是所画的三棱柱:

第一步,画上底面——画一个三角形;



图 1-1-15

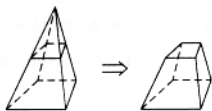


图 1-1-16

第二步,画侧棱——从三角形的每一个顶点画平行且相等的线段;

第三步,画下底面——顺次连结这些线段的另一端点.

画四棱台:先画一个四棱锥,然后在一条棱上取一点,从这点开始,顺次在各个侧面内画出与底面对应边平行的线段,将多余的线段擦去,如图 1-1-16.

探究四 多面体

智能导航

多面体

多面体的定义

对多面体的理解

各个击破

1. 定义

由若干个平面多边形所围成的几何体叫做多面体.如棱柱、棱锥、棱台、食盐的晶体、明矾的晶体等.

2. 不要认为多面体只指棱柱、棱锥、棱台,其实还有其他形形色色的多面体,但这些形形色色的多面体一般可以看成棱柱、棱锥、棱台的组合体.

发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 概念题

题型揭秘:根据条件判断是否为某一多面体,一般都要从定义出发,分析题目中的条件是否符合定义.解此题必须弄清楚直棱柱的概念,培养综合分析空间图形的能力.

例1 下列命题:①有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱;②有两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱;③有两个相邻侧面是矩形的棱柱是直棱柱;④有三个侧面是矩形的棱柱是直棱柱.其中正确命题的个数是()

A. 1

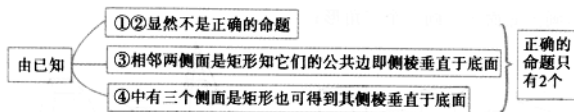
B. 2

C. 3

D. 4



思路图解



答案: B

题后小结

解决简单几何体的问题,需要对简单几何体的结构特征熟练掌握,如侧棱与底面的关系,底面、侧面的形状,截面面积、形状等.

题型二 正棱锥、正棱台的有关计算

题型揭秘:在求有关正棱锥、正棱台的问题时,正棱锥中构造直角三角形求解是关键,正棱台两底面中心连线,相应边心距和斜高组成一个直角梯形;两底面中心连线,侧棱和两底面相应的外接圆半径组成一个直角梯形.

例 2 已知正四棱锥 $V-ABCD$, 底面面积为 16, 一条侧棱长为 $2\sqrt{11}$, 计算它的高和斜高.

思路分析:把所求的量转化到直角三角形中求解.

解:如图 1-1-17, 设 VO 为正四棱锥 $V-ABCD$ 的高, 作 $OM \perp BC$ 于点 M , 则点 M 为 BC 的中点, 连结 OB , 则 $VO \perp OM, VO \perp OB$. 因为底面正方形 $ABCD$ 面积为 16, 所以 $BC = 4, BM = OM = 2, OB = \sqrt{BM^2 + OM^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$. 又因为 $VB = 2\sqrt{11}$, 在 $\text{Rt}\triangle VOB$ 中, 由勾股定理可得 $VO = \sqrt{VB^2 - OB^2} = \sqrt{(2\sqrt{11})^2 - (2\sqrt{2})^2} = 6$.

在 $\text{Rt}\triangle VOM$ (或 $\text{Rt}\triangle VBM$) 中, 由勾股定理可得

$$VM = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \text{ (或 } VM = \sqrt{(2\sqrt{11})^2 - 2^2} = 2\sqrt{10}\text{)}.$$

即正四棱锥的高为 6, 斜高为 $2\sqrt{10}$.

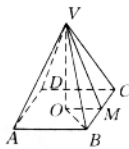


图 1-1-17

题后小结

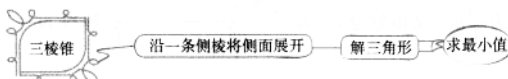
正四棱锥顶点与底面中心连线垂直于底面.

题型三 多面体表面上两点间的最短距离

题型揭秘:解答多面体表面上两点间的最短路线问题,一般都是将多面体展开,转化为求平面上两点间的线段的长.

例 3 如图 1-1-18(1), 已知三棱锥 $A-BCD$ 的底面是等边三角形, 三条侧棱长都等于 1, 且 $\angle BAC = 30^\circ$, M, N 分别在棱 AC 和 AD 上, 求 $BM + MN + NB$ 的最小值.

思路图解:



解:将三棱锥 $A-BCD$ 的侧面沿 AB 展开在同一平面上,如图 1-1-18(2),

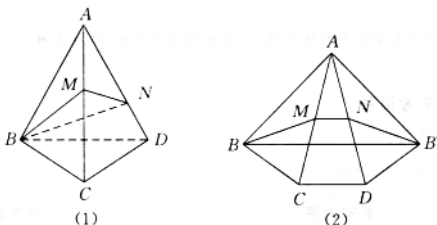


图 1-1-18

$\because AB=AC, AC=AD, BC=CD, \therefore \triangle ABC \cong \triangle ACD.$

$\therefore \angle CAD = \angle BAC = 30^\circ$, 同理 $\angle DAB' = 30^\circ.$

$\therefore \angle BAB' = \angle BAC + \angle CAD + \angle DAB' = 90^\circ.$

由图 1-1-18(2)可知,当 B, M, N, B' 四点共线时 $BM+MN+NB$ 取到最小值.

在 $\triangle ABB'$ 中, $AB=AB'=1, \angle BAB' = 90^\circ, \therefore BB' = \sqrt{2}.$

$\therefore BM+MN+NB$ 的最小值为 $\sqrt{2}.$

题后小结

平面上的两点之间线段最短,在展开图中利用解三角形的知识将问题解决.

题型四 探索应用

例 4 如图 1-1-19,三棱锥 $S-ABC$ 中,底面是边长为 m 的正三角形,三个侧面是全等

的等腰三角形, $SA=SB=SC = \frac{\sqrt{17}}{2}$,问是否存在实数 m ,使得三个侧面的面积和与底面三角形的面积之比为 $12 : \sqrt{3}$.

思路分析:首先用 m 表示出侧面面积,利用 $S_{\text{侧}} : S_{\text{底}} = 12 : \sqrt{3}$ 得到关于 m 的等式,若 m 有解则存在,若 m 无解则不存在.

解:假设存在实数 m ,使三棱锥的三个侧面面积和与底面面积之比为 $12 : \sqrt{3}$,取 AB 中点 E ,连结 SE . 三个侧面的面积之和为

$3 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 - AE^2} \cdot AB = \frac{3}{2} m \sqrt{\frac{17}{4} - \frac{m^2}{4}} = \frac{3}{4} m \sqrt{17 - m^2}$, 底面

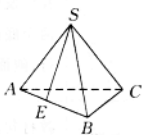


图 1-1-19