

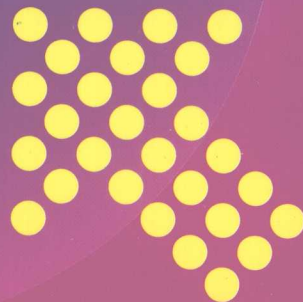
21世纪高等学校规划教材



GAODENG SHUXUE TONGBU LIANXICE

高等数学同步练习册

张建军 主编
王振福 副主编



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

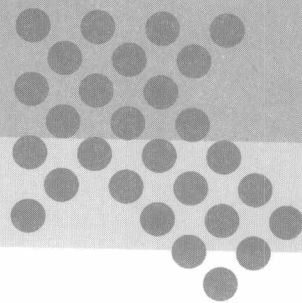
21世纪高等学校规划教材



GAODENG SHUXUE TONGBU LIANXICE

高等数学同步练习册

主 编 张建军
副主编 王振福
编 写 张 杰 王 林 陈海峰 王丽娟 董晓红
 高 吉 马先超 白红光
主 审 哈 斯



中国电力出版社

<http://jc.cepp.com.cn>

内 容 提 要

本书为 21 世纪高等学校规划教材。

本书共分 13 章, 主要内容包括函数、极限与连续, 导数与微分, 导数的应用, 不定积分, 定积分及其应用, 常微分方程, 无穷级数, 拉普拉斯变换, 空间解析几何, 多元函数微分学, 多元函数的积分学, 概率, 数理统计的习题和部分复习题、自测题。本书充分考虑了高职学生的数学基础, 习题结构合理, 适用的专业面宽, 有利于培养学生数学建模的能力。

本书可作为高职高专院校高等数学课程学习的辅导用书, 也可作为高等数学学习者的练习和自测用书。

图书在版编目 (CIP) 数据

高等数学同步练习册/张建军主编. —北京: 中国电力出版社,
2009

21 世纪高等学校规划教材

ISBN 978 - 7 - 5083 - 8960 - 8

I. 高… II. 张… III. 高等数学—高等学校—习题 IV. 013—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 097310 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://jc.cepp.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 7 月第一版 2009 年 7 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12 印张 287 千字

定价 19.20 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签, 加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

前 言

高等数学课程是高等职业教育各专业必修的重要基础课。它对培养学生的理性思维、科学精神、治学态度以及用数学解决实际问题的能力都有着非常重要的作用。为了适应高等职业教育快速发展的需要,真正落实高等职业教育的培养目标,结合高职数学课的特点,编写了这本与《高等数学》配套的同步练习册。

本练习册充分考虑了高职学生的数学基础,习题结构合理,既有基础练习题,也有结合实际的应用性的练习题,适用的专业面宽,与专业结合更为紧密;突出数学与实际问题的联系,培养学生数学建模的能力,从而提高学生处理专业学习中遇到的数学问题的能力。书中部分习题涉及一些专业知识,还需对相关专业知识有所了解。

本书由包头职业技术学院数学教研室的老师编写,张建军担任主编,王振福担任副主编。张建军编写了第八章,王振福编写了第十章,张杰编写了第十二、十三章,王林编写了第四章,陈海峰编写了第五、七章,王丽娟编写了第三、六章,董晓红编写了第二章,高吉编写了第一章,马先超编写了第九章,白红光编写了第十一章。

本书由包头职业技术学院哈斯副教授主审,并对本书提出了宝贵意见,在此致谢。由于水平有限,书中难免出现不妥、错漏之处,恳请广大读者提出宝贵意见。

编 者

2009年5月

目 录

前言	
第一章 函数、极限与连续	1
习题一 函数	1
习题二 数列的极限	3
习题三 函数的极限	4
习题四 无穷大与无穷小	5
习题五 极限的运算法则	7
习题六 两个重要极限	8
习题七 函数的连续性	11
习题八 初等函数的连续性	12
复习题	14
自测题	18
第二章 导数与微分	20
习题九 导数的概念	20
习题十 函数的和、差、积、商的求导法则	22
习题十一 复合函数的求导法则	24
习题十二 初等函数的导数	27
习题十三 高阶导数	29
习题十四 隐函数的导数	31
习题十五 变化率问题举例	32
习题十六 函数的微分	34
习题十七 曲线的曲率	37
复习题	39
第三章 导数的应用	44
习题十八 中值定理	44
习题十九 函数的单调性与极值	45
习题二十 函数的最大值与最小值	47
习题二十一 函数的凹凸性	49
习题二十二 函数图形	50
习题二十三 罗必达法则	51
复习题	53
自测题	56

第四章 不定积分	59
习题二十四 不定积分的概念与性质	59
习题二十五 换元积分法	61
习题二十六 分部积分法	65
复习题	68
自测题	72
第五章 定积分及其应用	75
习题二十七 定积分的概念	75
习题二十八 定积分的性质	76
习题二十九 牛顿—莱布尼兹公式	77
习题三十 定积分的换元法与分部积分法	79
习题三十一 广义积分	82
习题三十二 定积分在几何上的应用	84
习题三十三 定积分在物理及电学上的应用	87
复习题	88
自测题	93
第六章 常微分方程	96
习题三十四 微分方程的概念	96
习题三十五 一阶微分方程	97
习题三十六 可降阶的高阶微分方程	99
习题三十七 二阶常系数齐次线性微分方程	100
习题三十八 二阶常系数非齐次线性微分方程	101
习题三十九 微分方程的应用	102
复习题	103
自测题	106
第七章 无穷级数	108
习题四十 无穷级数的概念和性质	108
习题四十一 数项级数的审敛法	111
习题四十二 幂级数	113
习题四十三 函数的幂级数展开式	115
习题四十四 傅里叶级数	117
习题四十五 周期为 $2l$ 的函数展开为傅里叶级数	119
复习题	120
自测题	126
第八章 拉普拉斯变换	131
习题四十六 拉普拉斯变换的概念	131
习题四十七 拉氏变换的性质	132
习题四十八 拉氏变换的逆变换	133
习题四十九 拉氏变换的应用	134

第九章 空间解析几何	136
习题五十 向量及其线性运算.....	136
习题五十一 两个向量的数量积与向量积.....	137
习题五十二 平面及直线.....	138
习题五十三 曲面及其方程.....	141
习题五十四 空间曲线及其方程.....	142
复习题.....	143
第十章 多元函数微分学	147
习题五十五 多元函数的概念.....	147
习题五十六 偏导数与全微分.....	148
习题五十七 复合函数与隐函数微分法.....	151
习题五十八 多元函数的极值和条件极值.....	154
复习题.....	155
第十一章 多元函数的积分学	158
习题五十九 二重积分的概念与性质.....	158
习题六十 二重积分的计算法.....	159
习题六十一 二重积分的应用.....	160
第十二章 概率	162
习题六十二 随机事件.....	162
习题六十三 随机事件的概率.....	163
习题六十四 随机事件的独立性.....	165
习题六十五 随机变量及其分布.....	167
习题六十六 随机变量的数字特征.....	173
第十三章 数理统计	178
习题六十七 基本知识.....	178
习题六十八 参数估计.....	179
习题六十九 假设检验.....	181

第一章 函数、极限与连续

习题一 函 数

一、填空题:

1. 设 $f(-x) = x - 2$, 则 $f[f(x) - x] =$ _____.

2. 若 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 那么 $f(x^2)$ 的定义域为 _____.

3. 函数 $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ 的定义域是 _____, 在区间 _____ 内单调增加, 在区间 _____ 内单调减少.

4. 若 $f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \leq 1 \\ 2-x, & |x| > 1 \end{cases}$, 则 $f\{f[f(3)]\} =$ _____.

5. $y = \sin x - \cos x$ 的周期是 _____.

6. $y = \frac{1-2x}{1+2x}$ 的反函数是 _____.

二、求下列函数的定义域:

1. $y = \sqrt{2+x-x^2}$

2. $y = \ln \sin 2x$

3. $y = \frac{2x}{x^2 - x + 2}$

4. $y = \arccos \sqrt{\frac{x-2}{3}}$

三、指出下列函数的复合过程：

1. $y = 4\sin \sqrt{2-x^2}$

2. $y = [\arccos(1-x^2)]^3$

3. $y = 5^{(2x-1)^3}$

4. $y = \tan^3(2x+1)$

四、设函数 $f(x) = \begin{cases} -1-x, & -3 < x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ ，作函数图像，写出函数的定义域，并

求 $f[f(0)]$ 。

五、一物体作直线运动，已知阻力 F 的大小与物体运动的速度 v 成正比，但方向相反。当物体以 2m/s 的速度运动时，阻力为 $1.96 \times 10^{-2}\text{N}$ ，试建立阻力与速度之间的函数关系。

六、将半径为 R ，中心角为 α 的扇形，做成一个以母线长为 R 的无底正圆锥体，试将这个圆锥体的体积 V 表示为 α 的函数，并指明定义域。

习题二 数列的极限

一、观察下列数列，当 $n \rightarrow \infty$ 时的变化趋势，写出它们的极限：

1. $x_n = 1 + \frac{1}{3^n}$

2. $y_n = \cos n\pi$

3. $x_n = \frac{1-n}{2n}$

4. $x_n = \frac{n+1}{n^2+1}$

二、求下列极限：

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+2}{n}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-4}{n^2-1}$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - 3n + 2}{4 - 2n^2}$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - n + 1}{n^3 + n^2 + 2}$

三、求下列无穷递缩等比数列的和：

1. $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

2. $\sqrt{2}, 1, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \dots$

四、将下列循环小数化为分数：

1. $0.\dot{5}$

2. $0.3\dot{1}4$

习题三 函数的极限

一、判断题：

1. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在，则 $f(x_0)$ 有意义。 ()

2. 若 $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ 存在，则极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 一定存在。 ()

3. 如果 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ，那么 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 。 ()

4. 如果 $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 3}$, 那么 $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ 不存在. ()

二、观察并写出下列极限值:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)$

3. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \tan x$

4. $\lim_{x \rightarrow 0-0} e^{\frac{1}{x}}$

三、证明: 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1 - x, & x < 0 \end{cases}$ 当 $x \rightarrow 0$ 时极限不存在.

习题四 无穷大与无穷小

一、指出下列变量哪些为无穷小? 哪些为无穷大?

1. $\frac{1+2x}{x}$, 当 $x \rightarrow 0$ 时.

2. $\frac{1+2x}{x^2}$, 当 $x \rightarrow \infty$ 时.

3. $e^{\frac{1}{x}}$, 当 $x \rightarrow 0-0$ 时.

4. $x \cos x$, 当 $x \rightarrow 0$ 时.

二、利用无穷小的性质求极限:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sin x}$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \sin \left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

三、下列函数在自变量怎样变化时是无穷小? 怎样变化时是无穷大?

1. $y = \frac{x+1}{x-1}$

2. $y = \frac{x+2}{x}$

3. $y = 2^x$

4. $y = \ln x^2$

习题五 极限的运算法则

一、计算下列极限：

1. $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 4)$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-5}{2x^2+1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x+2}{x^2-x-2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x^2-x-2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^3-x^2+3x}{2x^2+x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

8. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{1+x}-2}{x-3}$

二、计算下列极限:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-5}{x+3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+6}{5x^2-4x-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+2x+1}{x^4+2x^2-5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(2 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^n}\right)$$

习题六 两个重要极限

一、计算下列极限:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 9x}$$

3.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\tan 4x}$$

4.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x}$$

5.
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{\pi}{2} - x}$$

6.
$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2} \quad (a \neq 0)$$

7.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2x+5)}{\tan x}$$

8.
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot \tan 2x}{x^2}$$

二、计算下列极限：

1.
$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+5x)^{\frac{1}{x}}$$

2.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+x}{x} \right)^{3x}$

4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cot x)^{\tan x}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^x$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^{x+\frac{3}{2}}$

三、用等价无穷小代换，求下列极限：

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{\sin 9x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \cdot \tan 3x}{1 - \cos x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{(\sin x)^3}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-3x} - 1}{2x}$