金土地

新农村书屋丛书

怎样学丛书

函数及其图像的认识和应用

康平爽　张福凤　主编

河北人民出版社

责任编辑　周建图　张艳茹　唐　丽　李　莉
美术编辑　李　欣
封面设计　馨　宇
责任校对　曹玉萍

ISBN 978-7-202-05104-7
9 787202 051047 >
定价：7.50元

怎样学丛书

函数及其图像的认识和应用

康平爽　张福凤　主编

河北人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

函数及其图像的认识和应用/康平爽，张福凤主编．
石家庄：河北人民出版社，2009.2
（怎样学丛书）
ISBN 978-7-202-05104-7

Ⅰ.函… Ⅱ.①康…②张… Ⅲ.代数课—初中—课外
读物 Ⅳ.G634.623

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 201442 号

编　委　康平爽　丁　虹　李红凝　成翠格　王玉娟
　　　　阎雅玲　史红霞　康　宏　杜素格　梁　昕

丛 书 名　怎样学丛书
书　　名　函数及其图像的认识和应用
主　　编　康平爽　张福凤

出版发行　河北人民出版社（石家庄市友谊北大街 330 号）
印　　刷　河北新华印刷一厂
开　　本　787×1092 毫米　1/32
印　　张　4.375
字　　数　91 000
版　　次　2009 年 2 月第 1 版　　2009 年 2 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-202-05104-7/G·1698
定　　价　7.50 元

目　　录

第一章　平面直角坐标系

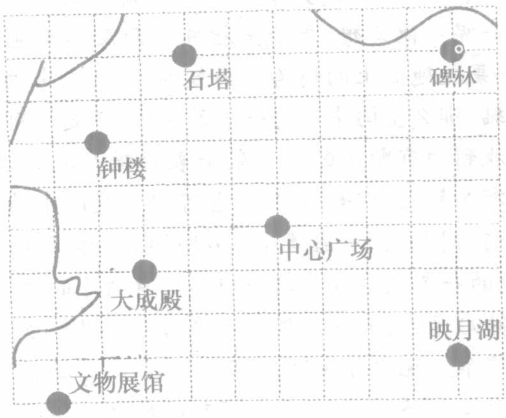


图 1－1

如图是王明在某市旅游景点看到的示意图，你知道他回去后怎样向同伴描述各景点的位置吗？

现实生活中，可以用“第几排第几列”来确定同学的位置，还可以用经纬度表示地理位置．

下面就让我们认识笛卡尔，详细了解平面直角坐标系吧．

传说中有这么一个故事：有一天，笛卡尔（1596－1650，法国哲学家、数学家、物理学家）生病卧床，但他头脑一直没有休息，在反复思考一个问题：几何图形是直观的，而代数方程则

比较抽象,能不能用几何图形来表示方程呢?这里,关键是如何把组成几何的图形的点和满足方程的每一组"数"挂上钩.他就拼命琢磨通过什么样的办法,才能把"点"和"数"联系起来.突然,他看见屋顶角上的一只蜘蛛,拉着丝垂了下来,一会儿,蜘蛛又顺着丝爬上去,在上边左右拉丝.蜘蛛的"表演",使笛卡尔思路豁然开朗.他想,可以把蜘蛛看做一个点,它在屋子里可以上、下、左、右运动,能不能把蜘蛛的每个位置用一组数确定下来呢?他又想,屋子里相邻的两面墙与地面交出了三条线,如果把地面上的墙角作为起点,把交出来的三条线作为三根数轴,那么空间中任意一点的位置,不是都可以用这三根数轴上找到的有顺序的三个数来表示吗?反过来,任意给一组三个有序的数,例如3、2、1,也可以用空间中的一个点P来表示它们.同样,用一组数(a,b)可以表示平面上的一个点,平面上的一个点也可以用一组二个有顺序的数来表示.于是在蜘蛛的启示下,笛卡尔创建了平面直角坐标系.

无论这个传说的可能性如何,有一点是可以肯定的,就是笛卡尔是个勤于思考的人.这个有趣的传说,就像瓦特看到蒸汽冲开水壶盖发明了蒸汽机一样,说明笛卡尔在创建直角坐标系的过程中,很可能是受到周围一些事物的启发,触发了灵感.接下来我们一起温习平面直角坐标系全章的知识.

第一节　确定平面上物体的位置

知识回顾

1. 要确定教室里座位的位置,我们需知道有序实数对,我们把这种有顺序的两个数a与b组成的数对,叫做有序实

数对，记作(a,b).

2. 要确定地图上以石家庄为参照点，衡水的位置，需要知道方位角和实际点与参照点之间的距离.

知识应用

例1 如图1－2所示，已知A、B、C、D分别表示四座城市的位置，且图中的1cm代表实际的1km，请观察此图并用语言叙述这四座城市的位置关系.（可具体测量）

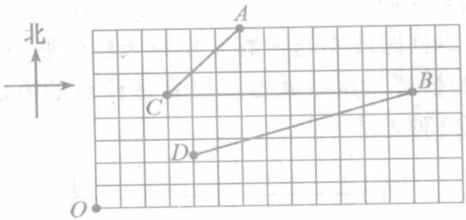


图1－2

解：略.

例2 如图1－3，甲处表示2街与5巷的十字路口，乙处表示5街与2巷的十字路口，如果用(2,5)表示甲处的位置，那么“(2, 5)→(3, 5)→(4, 5)→(5, 5)→(5, 4)→(5, 3)→

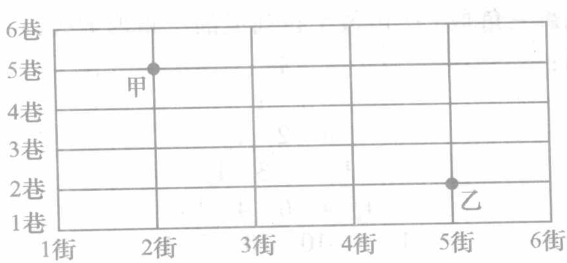


图1－3

(5,2)”表示从甲处到乙处的一种路线，如果我们规定由甲向乙只能向右、向下走，请你用有序实数对写出另一种从甲处到乙处的路线.

解：另一种走法是：(2,5)→(2,4)→(2,3)→(2,2)→(3,2)→(4,2)→(5,2).

拓展：你知道由甲向乙且只能向右、向下走的走法共有多少种吗？

答：如果我们一条一条地写那样会很麻烦，而且也不容易数对. 这个纵横路线图与杨辉三角有天然的联系，一般地，每个交点上的杨辉三角数就是从甲到达该点的方法数，如图 1－4，共有 20 种走法.

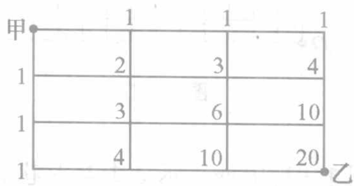


图 1－4

下面让我们一起来了解杨辉三角.

杨辉三角是一个由数字排列成的三角形数表，一般形式如下图：

1

1　1

1　2　1

1　3　3　1

1　4　6　4　1

1　5　10　10　5　1

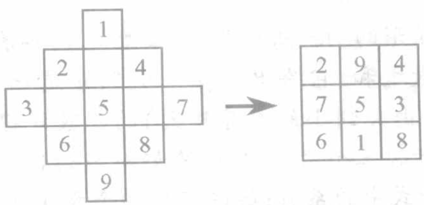
1　6　15　20　15　6　1

……

杨辉三角本质的特征是，它的两条腰都是由数字1组成的，而其余的数则是等于它肩上的两个数之和．而这样一个三角在奥数竞赛中经常用到，也可以用它来找规律．

杨辉的另一个贡献是对“幻方”的研究．杨辉对幻方的研究源于一个小故事，当时杨辉是台州的地方官，一次外出巡游，碰到一孩童挡道，杨辉问明原因方知是这一孩童在地上做一道数学题，杨辉一听来了兴趣，下轿来到孩童旁问是什么题，原来，这个孩童在做一位老先生的一道趣题：把1到9的数字分行排列，不论竖着加、横着加，还是斜着加，结果都等于15.

杨辉看到这道题时想起来他在西汉学者戴德编纂的《大戴礼》一书中也见过．杨辉想到这儿，和孩童一起算了起来，直到午后，两人终于将算式摆了出来．后来，杨辉随孩童来到老先生家里，与老先生谈论起数学问题来．老先生说：“北周的甄鸾注《数术记遗》一书中写过‘九宫者，二四为肩，六八为足，左三右七，戴九履一，五居中央’．”杨辉听了，这与自己与孩童摆出来的完全一样．便问老先生：“你可知这个九宫图是如何造出来的？”老先生说不知道．



杨辉回到家中，反复琢磨．一天，他终于发现一条规律，并总结成四句话：“九子斜排，上下对易，左右相更，四维挺出．”这就是说：先把1～9九个数依次斜排，再把上1下9两数对

调，左 7 右 3 两数对调，最后把四面的 2、4、6、8 向外面挺出，这样三阶幻方就填好了.

阅读与思考

杨辉三角

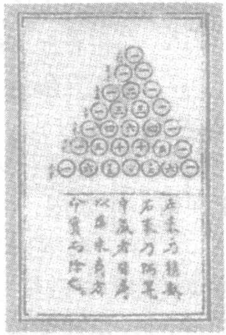
我国著名数学家华罗庚教授，曾在给青少年撰写的《数学是我国人民所擅长的学科》一文中谈到，我国古代数学的许多创新与发现都曾居世界前列. 华老说："实际上我们祖国伟大人民在人类历史上，有过无比睿智的成就"，其中"杨辉三角"(见下表)就是一例.

$$
\begin{array}{ccccccccccccccl}
&&&&&&1&&&&&&&&\\
&&&&&1&&1&&&&&&&\cdots\cdots(a+b)^1\\
&&&&1&&2&&1&&&&&&\cdots\cdots(a+b)^2\\
&&&1&&3&&3&&1&&&&&\cdots\cdots(a+b)^3\\
&&1&&4&&6&&4&&1&&&&\cdots\cdots(a+b)^4\\
&1&&5&&10&&10&&5&&1&&&\cdots\cdots(a+b)^5\\
1&&6&&15&&20&&15&&6&&1&&\cdots\cdots(a+b)^6
\end{array}
$$

这个三角形的构造法则是：两腰都是 1，其余每个数为其上方左右两数之和. 它给出了 $(a+b)^n$（n 是正整数）展开式（按 a 的次数由大到小的顺序排列）的系数规律. 例如，在三角形中第三行的三个数 1，2，1，恰好对应着 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 展开式中的系数；第四行的四个数 1，3，3，1，恰好对应着 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 展开式中的系数等等.

根据上面的三角形，你能写出 $(a+b)^4$、$(a+b)^5$ 的展开式吗？请利用多项式的乘法验证你的结果.

上面的三角形在我国宋朝数学家杨辉所著的《详解九章算术》(1261 年)一书中用过，杨辉在注释中提到，贾宪也用过上述方法．因此我们称这个三角形为“杨辉三角”或“贾宪三角”．



这个三角形被欧洲学者称为“帕斯卡三角”，这是因为法国数学家帕斯卡于 1654 年发现了此表，他这一成果比杨辉晚了近 400 年，比贾宪晚了近 600 年．

第二节　平面直角坐标系

知识回顾

1．在平面内画两条相互垂直的数轴，就构成了平面直角坐标系，这个平面叫坐标平面．

2．两条数轴叫做坐标轴，水平的叫 x 轴(横轴)，向右为正方向；与 x 轴垂直的数轴叫做 y 轴(纵轴)，取向上为正方向．

3．横轴与纵轴的公共原点，叫做坐标原点．

4．在平面直角坐标系里，根据点 A 的位置写出其坐标的方法是：从点 A 分别向 x 轴和 y 轴作垂线，垂足在 x 轴和 y 轴上对应的数分别是 x_0(叫做点 A 的横坐标)和 y_0(叫做点 A 的纵坐标)，有序实数对 (x_0, y_0) 叫做点 A 的坐标，记为 $A(x_0, y_0)$，这样就可以由点找到坐标了．

5．由坐标找点可以这样进行，如 (x_0, y_0)，在横轴上找到 x_0，过 x_0 作横轴的垂线，在纵轴上找到 y_0，过 y_0 作纵轴的垂

线，这两条直线的交点就是坐标为(x_0, y_0)对应的点.

6. 点和有序实数对是一一对应的关系.

7. 平面直角坐标系的横轴与纵轴将平面分成了四个部分，从右上方的部分说起，按逆时针方向，各部分依次叫做第一象限、第二象限、第三象限和第四象限. 坐标轴上的点不属于任何一个象限.

8. 第一象限内的点的横纵坐标均为正数，第二象限的点的横坐标为负数纵坐标为正数，第三象限内的点的横纵坐标均为负数，第四象限内的点的横坐标为正数纵坐标为负数.

9. 横轴上的点纵坐标为0，纵轴上的点横坐标为0，坐标原点记为(0,0).

10. 平行于x轴的直线上的点的纵坐标都相同.

11. 平行于y轴的直线上的点的横坐标都相同.

12. 点$A(a,b)$关于x轴对称的点的坐标为$(a,-b)$；点$A(a,b)$关于y轴对称的点的坐标为$(-a,b)$；点$A(a,b)$关于原点对称的点的坐标为$(-a,-b)$.

13. 第一、三象限的角平分线上的点横、纵坐标相同，第二、四象限的角平分线上的点横、纵坐标互为相反数.

知识应用

例1 如图1－5所示，已知平面直角坐标系中，B、D、G、H的坐标分别是什么？(1, 3),

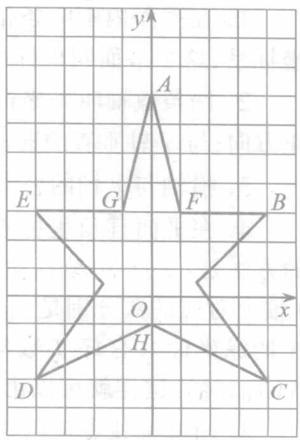


图1－5

$(-4,3)$，$(4,-3)$分别代表哪个点？

解：$B(4,3)$，$D(-4,-3)$，$G(-1,3)$，$H(0,-1)$，$(1,3)$代表F，$(-4,3)$代表E，$(4,-3)$代表C.

例2 如图1－6，如果士所在位置的坐标为$(-1,-2)$，相所在位置的坐标为$(2,-2)$，那么，炮所在位置的坐标为______.

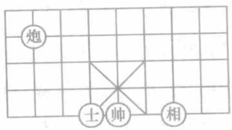


图1－6

解：$(-3,1)$.

例3 已知点$P(m+3,m+1)$在x轴上，那么点P的坐标为______.

解：据题意得：$m+1=0$，$\therefore m=-1$，$\therefore P(2,0)$.

例4 已知点P在第二象限，且到x轴距离是2，到y轴距离是3，则点P坐标是______.

解：$P(-3,2)$.

5. 设点$P(-1-2a,2a-4)$关于原点对称的点在第一象限内，则a的整数解有(　　).

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

解：据题意点P在第三象限.

$\therefore \begin{cases} -1-2a<0 \\ 2a-4<0 \end{cases}$ 解之得：$-\frac{1}{2}<a<2$

$\therefore$整数解为$a=0,1$

$\therefore$共有2个，选B.

知识拓展

用经纬度表示地理位置

怎样表示地理位置呢？通过地球上的经度和纬度，人们可以确定一个地点在地球上的位置.

不管在地球仪上，还是在各种地图上都布满了细线网，这就是经线和纬线.地图上水平线是纬线，它是用度(°)来表示地理纬度.赤道上所有的点是0纬度，北极对应北纬90°，南极对应南纬90°.北京位于北纬39.9°，但仅用纬度确定北京的位置还是不够的，还需要第二个坐标——经度.

地图上竖直方向的线是经线，经过英国格林尼治(Green Wich)天文台的经线是初始经线(0经度).它东面的所有点有东经度值(从0°到180°)，西面的点有西经度值.例如北京位于东京116.4°，再加上北京位于北纬39.9°，就能确定北京在地球上的位置了.

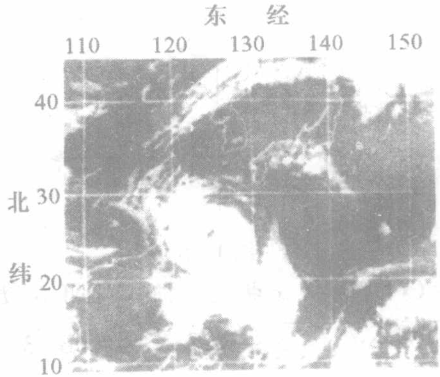
由于地球可近似地看作一个球体，所以经线和纬线在地球表面构成一个坐标网.经线沿东西方向分布，从地球南北极经过；纬线沿南北方向分布，是平行于赤道的环线，指明一点的经度和纬度，就可以确定这一点在地球上的位置.

以下是某气象台发布的有关2002年第20号热带风暴“米克拉”风暴中心位置的一些信息：

9月25日16时：北纬17.9°，东经119.4°

9月27日11时：北纬21.4°，东经118.6°

下图是利用经纬度画出的地图的部分，你能在它上面找到“米克拉”风暴中心在上述两个时刻的位置吗？



第三节　图形与坐标

知识回顾

我们把图形放在平面直角坐标系中，图形上的点就有了相应的坐标，但建立恰当的平面直角坐标系可以简练地表示点，其遵循的原则有：①坐标轴上的点越多越好；②第一象限内的点不易出符号的错误；③形成关于 x 轴、y 轴、原点对称的点可较简单地表示点的坐标.

知识应用

例　如图 1－7，等边三角形 ABC 的边长为 6，建立适当的平面直角坐标系，写出各个顶点的坐标.

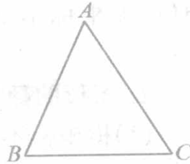


图 1－7

解：以 BC 所在的直线为 x 轴，BC 边