中央人民政府高等教育部推薦

高等學校教材試用本

解析幾何

С. П. ФИНИКОВ著

葉述武等譯

商務印書館

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本

解析幾何

C. П. 芬尼可夫著
葉述武等譯

商務印書館

本書係根據蘇聯教育出版社（Учпедгиз）出版的芬尼可夫（С. П. Фиников）著“解析幾何”（Аналитическая геометрия）1952年第二版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定爲師範學院教學參考書。

解　析　幾　何

葉述武等譯

商　務　印　書　館　出　版

上海河南中路二一一號

中國圖書發行公司　總經售

商務印書館上海廠　印　刷

(52421·1)

1953年12月初版　版面字數303,000

印數1—7,000　定價¥17,500

上海市書刊出版業營業許可證出〇二五號

中央人民政府高等教育部推薦
高等學校教材試用本的說明

充分學習蘇聯的先進經驗，根據國家建設需要，設置專業，培養幹部，是全國高等學校院系調整後的一項重大工作。在我國高等學校裏，按照所設置的專業試用蘇聯教材，而不再使用以英美資產階級教育內容爲基礎的教材，是進一步改革教學內容和提高教學質量的正確方向。

一九五二年九月二十四日人民日報社論已經指出：'蘇聯各種專業的教學計劃和教材，基本上對我們是適用的。它是眞正科學的和密切聯系實際的。至於與中國實際結合的問題，則可在今後教學實踐中逐漸求得解決。'我們現在就是本着這種認識來組織人力，依照需要的緩急，有計劃地大量翻譯蘇聯高等學校的各科教材，並將繼續向全國推薦，作爲現階段我國高等學校教材的試用本。

我們希望：使用這一試用本及今後由我們繼續推薦的每一種試用本的教師和同學們，特別是各有關教研組的同志們，在教學過程中，對譯本的內容和譯文廣泛地認眞地提出修正意見，作爲該書再版時的參考。我們並希望各有關教研組在此基礎上逐步加以改進，使能結合中國實際，最後能編出完全適合我國需要的新教材來。

中央人民政府高等教育部

第二版序

在第二版中，爲了減去多餘的材料，圖形的度量性質放在直角坐標系裏去講。

爲使利用帶有一致的(啞的)指標的一項來記和數這種寫法不異於常用者，因此特別把一點的齊次坐標的指標升高到上面。

爲了在個別情況下修改或作不重要的補充起見，採納了俄羅斯蘇維埃聯邦社會主義共和國教育部學術委員會數學組的教科書討論會上所提出的意見：

1. 向量是作爲物理量而引入。
2. 在引入複比時強調它與點的正規化無關。
3. 在向量相乘的定義中，向量積之引入先於三向量的數性積。
4. 解析點的平直相關的幾何意義要從坐標矩陣的秩的考究中引出。
5. 引入了第三類自極四面角的概念（小型字體的）來包括所有這樣的四面角。
6. 引入了複點及複投射空間的概念(小型字體的)。

芬尼可夫

第一版序

這一本教程是根據最近四年來我在莫斯科市立師範學院所講的初級教程編成的。

在選擇材料當中有兩種的思想曾經指導着我，第一種思想是關於教程本身的內容方面，解析幾何在它的主要部份包含二階曲線及二階曲面的理論，如果始終停留在歐幾里得空間本義點的範疇之內的話，這

個理論將無法來解說。與其違反數的本性，在涉及漸近線時來說無窮遠點，我覺得就不如系統地利用齊次坐標，來更加簡單地引入廣義的點。

第二種思想就是關於解析幾何的特殊困難性，它的複雜的計算與麻煩的公式的衆多，我個人相信，很大部份這都是由於坐標系的不適當的使用而來。圖形的投射性質應該在關於坐標四面角的投射坐標裏來研究，仿射的性質應該在關於任意不同面的三個向量的仿射坐標系裏來研究，而度量的性質應該在關於直角三面角的卡氏坐標裏來研究，在這個計劃內卡氏斜角坐標系是沒有位置的，我相信，它之所以在解析幾何的教程內仍然能夠保留，只是因爲傳統的關係而已。爲着尊重這個傳統，在解析幾何的第一篇裏我保留了一系列的斜角坐標的公式，可是即使略去了它們也不會有任何的害處的。

這本書基本上只包含那些在講壇上所講的材料，然而，由於聽講人及另外一些原因，可能有必要把它精簡一下，所以對於那些可以略去但不致破壞本教程的一般結構而又有着不同價值的項目及問題，我都附以星點，在某些情況下，在星點下的是那些作爲參考的項目，例如愛拉角，它們在基礎的教本裏只有參考的價值的。

最後在這裏我謹對皮列皮爾金教授致以深厚的謝意，他曾經讀完這本書的全部手稿，並且交給我滿滿一册子的大小意見，其中有些是極其重要的。他又曾告訴我一些關於自極四面角頂點的意見。

芬尼可夫

目　錄

解 析 幾 何

第一篇 平面解析幾何

第一章 直線上的幾何學

為了決定直線上任意點 M 的位置,可以給出這點到同一直線上任意一定點 O(原點)的距離。可是不難見到,直線上有兩個與 O 等距離,而且在 O 的兩側的點 M 及 M'(圖 1):

圖 1

$$OM=OM',$$

因此,直線上一點位置的決定,不祇與 OM 線段的數量有關,而且與它的方向有關。

這種有方向的線段叫做向量。現在再轉回來引入向量的概念。

§1 向量的概念

當研究自然界時所遇到的量,可以分為兩類。其中一類可以完全用數來決定。例如在物理學中所遇到的物體的質量,物體上一點的溫度,電位或磁位等等就是這樣的量。另一類量彼此間不僅是數值上有不同,而且指向上亦不同(張力,模數)。物理的量中可以作為這種量的例子的有:力,速度,運動的加速度。前者由一個數來決定的叫做數量,後者叫做向量。幾何的向量可以用有指向的線段 $\overrightarrow{AB}$ 來表示,其中 A 及 B 是空間兩個依一定次序所取的點:A 是向量的始點,B 是向量的終點。線段 AB 的長(本質上是正數)叫做向量的長或模。這就是力,

速度或加速度的大小。直線 $\overrightarrow{AB}$ 與及由 A 至 B 的移動一齊決定向量的指向(力,速度,加速度等等)。

由於下列向量相等及向量之和的定義,可以見到向量概念的內容。

這意味着,任何物理的量,如果能滿足這相等的定義並且能遵照向量相加的規則來決定它的和的,都可以被承認爲向量。

定義 1. 二向量叫做相等

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$$

當它們適合下列三條件的時候:

(1)線段 AB 與線段 CD (向量之模)相等

$$AB=CD,$$

(2)直線 AB 平行於直線 CD

$$AB\parallel CD,$$

(3)在這些直線上的向量 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$, 有相同的指向。

在條件(1)及(2)之下❶,如果可以移動線 AB, 使始點 A 與始點 C 重合,而終點 B 與終點 D 重合,這時,二向量算是有相同的指向。

推論 1. 二向量中有一向量在空間移動,但移動時保留着它的長度及方向,那麼它們的相等不會受到破壞。

因此,所有的向量的始點,可以移到坐標軸的原點更準確地來說,則在所有拿坐標軸原點爲始點的向量中,可以找出一個向量,等於空間任意已知向量。

以原點爲始點的向量 $\overrightarrow{OM}$ 稱爲 M 點(向量的終點)的半徑向量,以一字母 $\overrightarrow{OM}=\mathbf{M}$ 來表示。$\mathbf{M}$ 向量之長(它的模)以同一個字母來表示,但用輕體字 M。

定義 2. 幾個向量之和仍爲一向量,它是從第一向量的始點出發去封閉以這些向量做邊的折線的向量。

例如圖 2 中, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$ 三向量之和就是 $\overrightarrow{AD}$ 向量

❶ (1)及(2)是譯者爲了使原文更加清楚起見而附加的。

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}。$$

這定義給出了求和的法則：

為了得到向量的和，要在第一向量的終點作一向量等於第二向量，又在這向量之終點，作一向量等於第三向量等等，那個連結第一向量的始點到最後一向量的終點的向量就是這些向量的和（圖 2）。

這法則對於二向量來說，與平行四邊形法則相同。

推論 2. 二向量的和是以它們為邊的平行四邊形的對角線。

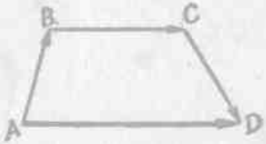

圖 2

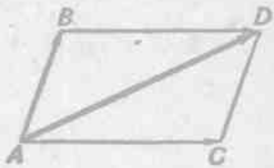

圖 3

實際上，由於平行四邊形之對邊平行而且相等，得到向量的等式（圖 3）

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}。$$

這意味着 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$。

結合定理 若干個向量相加，其中任意兩個向量（或多個）可以它們的和來代替。

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})。\qquad (2)$$

實際上，如果在折線 $ABCD$ 內，用直線連結 B 和 D（圖 4），則和

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD},$$

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD},$$

很顯然，因為

$$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD},$$

故等所求的等式（2）。

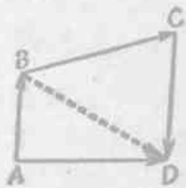

圖 4

這個定理的證明，可以用一系列的相加，即將