

分数应用题 学习指导

卓越義 著



广西教育出版社

前 言

应用题是小学数学的重要组成部分。学习应用题可以进一步加深理解所学过的数学基础知识，发展逻辑思维能力，提高分析问题和解决问题的能力，对全面提高数学学习质量，具有重要的意义。

在应用题中，分数应用题是学习重点，同时又是难点。解答分数应用题比其他类型应用题更要综合运用各方面的基础知识和技能，所以难度更大。为了帮助读者明确各种类型分数应用题的特点、解答规律，切实掌握解题思路和解答方法，特编写了这本书。书中对每一种类型都作了详细具体的辅导。

本书可供小学中高年级学生阅读，供家长辅导子女和教师教学参考。

为了便于学生自学，书末附有全部练习的解答过程 and 答案。

由于笔者水平所限，书中缺点错误在所难免，恳切期望读者批评指正。

作 者

1990年10月

目 录

一	分数基本应用题.....	(1)
	练习一.....	(11)
二	分数基本应用题的引伸题.....	(13)
	练习二.....	(29)
三	复杂分数应用题.....	(33)
	练习三.....	(69)
四	工程问题.....	(76)
	练习四.....	(93)
	综合练习.....	(96)
附录	练习参考解答及答案.....	(107)

一 分数基本应用题

【概述】

分数基本应用题包括三种。

1、求一个数是另一个数的几分之几。

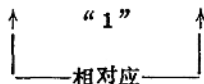
特点：把两个已知数进行比较，求一个数（比较数）是另一个数（标准数）的几分之几。所求的几分之几称为分率。

解答方法：首先找出标准数，以标准数作除数，然后把比较数除以标准数，即得分率。

两数相比时，同“谁”相比，“谁”就是标准数。在整数应用题中，“求甲数是乙数的几倍”，乙数是标准数，作除数；在分数应用题中，“求甲数是乙数的几分之几”，乙数也是标准数，作除数，同样用甲数除以乙数，比较的结果称为分率，表示它们之间的分数倍数关系。分率就是把标准数作为整体“1”时，比较数是标准数的几分之几。

数量关系是

$$\text{比较数} \div \text{标准数} = \text{分率}。$$



2、求一个数的几分之几是多少。

特点：已知标准数，求它的一部分是多少，即求比较数。

解答方法：求一个数的几分之几是多少，用乘法计算。
即把标准数乘以分率。

数量关系是

$$\begin{array}{ccc} \text{标准数} \times \text{分率} = \text{比较数} \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \text{"1"} \qquad \qquad \qquad \text{相对应} \end{array}$$

根据整数乘法的意义，在整数应用题中，求一个数的几倍用乘法计算。而根据“一个数乘以分数”的意义就是“求这个数的几分之几是多少”，所以，在分数应用题中，求一个数的几分之几是多少，就应该把这个数乘以分率。

另外，从第一种分数基本应用题的数量关系中，也可以推导出上述道理。即

$$\text{比较数} \div \text{标准数} = \text{分率},$$

由 除数 $\times$ 商 = 被除数，

得 标准数 $\times$ 分率 = 比较数。

3、已知一个数的几分之几是多少，求这个数。

特点：已知标准数的一部分，即比较数以及比较数是标准数的几分之几（分率）都是已知的，而求标准数。

解答方法：已知一个数的几分之几是多少，求这个数，用除法计算。即把比较数除以分率。

数量关系是

$$\text{比较数} \div \text{分率} = \text{标准数}.$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow \text{相对应} \uparrow & \text{"1"} \end{array}$$

在整数应用题中，已知一个数的几倍是多少，求这个数，用除法计算，因此，在分数应用题中，已知一个数的几分之几是多少，求这个数，也同样应该用除法计算。

上述三种分数基本题是互相联系的，可以互相变换的。从前两种题的数量关系中，就可以推导出第三种题的数量关系。

在上述三种分数基本应用题中，最后两种习惯上又称为“分数乘除应用题”。

例1 果园里有两种果树。苹果树有40棵，梨树有50棵。问：

(1) 苹果树棵数是梨树的几分之几？

(2) 梨树棵数是苹果树的几分之几？

(3) 苹果树棵数占果园果树总数的几分之几？

(4) 梨树棵数占果园果树总数的几分之几？

分析 解答这几道小题，关键在于认清以哪个数作标准数。第一问苹果树棵数同梨树比，所以，梨树棵数是标准数。同样道理，第二问中苹果树棵数是标准数。第三、四问中果园果树总数是标准数。再分别把比较数除以各自的标准数即得分率。

$$\text{解} \quad (1) \quad 40 \div 50 = \frac{4}{5},$$

$$(2) \quad 50 \div 40 = \frac{5}{4},$$

$$(3) \quad 40 \div (40 + 50) = \frac{4}{9},$$

$$(4) \quad 50 \div (40 + 50) = \frac{5}{9},$$

$$\text{或} \quad 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}.$$

答：苹果树棵数是梨树的 $\frac{4}{5}$ ，梨树棵数是苹果树的 $\frac{5}{4}$ （或 $1\frac{1}{4}$ 倍），苹果树棵数占果园果树总数的 $\frac{4}{9}$ ，梨树棵数

占果园果树总数的 $\frac{5}{9}$ 。

例2 (1) 学校买来50吨煤，烧去了 $\frac{2}{5}$ ，烧去了多少吨？

(2) 学校买来一批煤，烧去了20吨，占总数的 $\frac{2}{5}$ ，这批煤共有多少吨？

分析 这两小题中，标准数都是买煤吨数，基本数量关系都是

$$\text{买煤吨数} \times \frac{2}{5} = \text{烧去的吨数}。$$

(标准数) (比较数)

在第一小题中，标准数(50吨)是已知的。求50吨的 $\frac{2}{5}$ 是多少，是求两个因数的积，直接用乘法。所以，“求一个数的几分之几是多少，用乘法计算”。

在第二小题中，标准数是未知的，但是知道标准数的 $\frac{2}{5}$ 是20吨。根据积与因数的关系，必须用除法计算，即用比较数(烧去的吨数20)除以分率($\frac{2}{5}$)，才能求得标准数。所以，“已知一个数的几分之几是多少，求这个数，用除法计算”。

解 (1) $50 \times \frac{2}{5} = 20$ (吨)。

答：烧去了20吨。

(2) $20 \div \frac{2}{5} = 50$ (吨)。

答：这批煤共有50吨。

例3 五年级有男生40人和女生若干人。问

(1) 如果女生人数是男生的 $\frac{4}{5}$ ，求女生人数；

(2) 如果男生人数是女生的 $\frac{4}{5}$ ，求女生人数。

分析 这两道小题由于标准数不同，因而数量关系和计算方法都不相同。

第一小题的数量关系是

$$\text{男生人数 (40)} \times \frac{4}{5} = \text{女生人数 (?)。}$$

(标准数)

(比较数)

求女生人数，就是求两个因数的积，所以，用乘法运算。规律是已知标准数求比较数，用乘法计算。

第二小题的数量关系是

$$\text{女生人数 (?) } \times \frac{4}{5} = \text{男生人数 (40)。}$$

(标准数)

(比较数)

求女生人数，就是已知两数的积和其中一个因数，求另一个因数，所以用除法运算。规律是已知比较数求标准数，用除法计算。

解 (1) $40 \times \frac{4}{5} = 32 \text{ (人)}。$

答：五年级有女生32人。

(2) $40 \div \frac{4}{5} = 50 \text{ (人)}。$

答：五年级有女生50人。

【学习指导】

1、分数基本应用题是整数乘除应用题中倍数问题的扩展。如果把整数倍数扩充到分数倍数，把几分之几也看作倍数，那末，分数基本应用题所反映的数量关系就全部是倍数

关系。从而，整数中两个数的倍数关系应用题的解答方法，也同样适用于分数基本应用题。现列表对照如下。

整数中两个数的倍数关系应用题	乘法应用题	$\text{小数} \times \text{倍数} = \text{大数}$ ……求一个数的几倍是多少 $\text{(标准数)} \xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad}$
	除法应用题	$\text{大数} \div \text{小数} = \text{倍数}$ ……求一个数是另一个数的几倍 $\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \text{(标准数)} & & \end{array}$ $\xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad}$ $\text{大数} \div \text{倍数} = \text{小数}$ ……已知一个数的几倍求这个数 $\xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad} \text{(标准数)}$
分数基本应用题	乘法应用题	$\text{标准数} \times \text{分率} = \text{比较数}$ ……求一个数的几分之几是多少 $\xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad}$
	除法应用题	$\text{比较数} \div \text{标准数} = \text{分率}$ ……求一个数是另一个数的几分之几 $\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \end{array}$ $\xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad}$ $\text{比较数} \div \text{分率} = \text{标准数}$ ……已知一个数的几分之几是多少，求这个数 $\xleftarrow{\text{相对应}} \xrightarrow{\quad}$

对比上面两个表，就可以看出：

(1) 求一个数的几倍是多少，用乘法计算，因此，求一个数的几分之几是多少，也应该用乘法计算；

(2) 求一个数是另一个数的几倍，用除法计算，因此，求一个数是另一个数的几分之几，也应该用除法计算；

(3) 已知一个数的几倍求这个数，用除法计算，因此，已知一个数的几分之几是多少求这个数，也应该用除法计算。

2、分数基本应用题的结构特点。

任何一道分数基本应用题的数量关系中都有三个相关联

的数：标准、数比较数与分率；都有两组对应关系：标准数与整体“1”对应，比较数与它的分率对应。分率就是把标准数作为整体“1”时，比较数是标准数的几分之几。

3、分数基本应用题的解答关键有三：

(1) 认清标准数。

任何一道分数应用题必然要提到“几分之几”，因此，总要有个作为标准的数。凡是标准数，都作为整体“1”

（整体“1”又叫单位“1”，它的意思就是把一个整体看作“1”，而任何事物都可作为整体“1”）。别的数和标准数比较，才会形成“几分之几”。离开了标准数，也就不存在分率。所以，认清题目中提到的几分之几，究竟是以哪个数作为标准，这是首要问题。

寻找标准数的方法有以下几种：

第一种运用分数的概念从题意中寻找。在部分同整体比较时，被平均分成若干份的、作为整体“1”的数就是有关分率的标准数，而部分数是比较数。例如“走了全程的 $\frac{2}{3}$ ”。这里，路程全长就是标准数（整体“1”），已走的路程是比较数。在拿一个数去和另一个数作比较时，另一个被比较的数就是标准数。哪个数与标准数比，哪个数就是比较数。

第二种从语句的表现形式上去寻找。如果关键语句为“是谁的几分之几”、“占谁的几分之几”、“比谁多几分之几”等等，那末，在“是”、“占”、“比”字后面的哪个数就是标准数。例如“女生人数是男生的 $\frac{4}{5}$ ”，这里，“是”字后面的男生人数就是标准数。如果关键语句为“谁的几分之几”，那末，“的”字前面那个数就是标准数。例如“女

生人数的 $\frac{4}{5}$ 被评为优秀学生”，那末，女生人数就是标准数。

第三种根据题意仔细辨认。如前面例2的第一小题，“学校买来50吨煤，烧去了 $\frac{2}{5}$ ”。这里，烧去了什么的 $\frac{2}{5}$ ？

根据题意，当然是指烧去了50吨的 $\frac{2}{5}$ ，所以，煤的总吨数就是标准数。

认清标准数在解答分数应用题中具有重要作用。这是因为标准数确定后，就可以根据标准数是已知的或是未知的，来决定解题方法。

在分数应用题中，如果标准数是已知的，

① 求分率，就用除法：

比较数 $\div$ 标准数 = 分率；

② 求比较数，就用乘法：

标准数 $\times$ 分率 = 比较数。

如果标准数是未知的，求标准数就用除法：

比较数 $\div$ 分率 = 标准数。

(2) 辨别对应分率。

只要是标准数，都作为整体“1”。其他比较数与标准数比较，才会形成“几分之几”，这就是分率。辨别对应分率就是在确定标准数的前提下，认清谁是某一比较数所对应的分率。在一道题中，不同的比较数，都各有与之相对应的分率。例如“学校买来50吨煤，第一季度烧去了 $\frac{2}{5}$ ，第二季度烧去了 $\frac{3}{10}$ ”。如果求第一季度烧了多少吨，就应该用第一季度(比较数)的对应分率($\frac{2}{5}$)去乘标准数(50吨)，如果求第二季度烧了多少

吨，就要用第二季度（比较数）的对应分率 $\left(\frac{3}{10}\right)$ 去乘，如果求上半年共烧了多少吨，就要用上半年（比较数）的对应分率 $\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{10}\right)$ 去乘。另外，同一个数，相对于不同的标准数，它的分率各不相同。如例1中，苹果树棵数对梨树来说占 $\frac{4}{5}$ ，对果园果树总数来说，就占 $\frac{4}{9}$ 。

在解答第二种分数基本应用题时，用乘法计算，要找准和未知数（比较数）相对应的分率；在解答第三种基本题时，用除法计算，就要找准和已知数（比较数）相对应的分率。这两种题的解答，都离不开比较数的对应分率，所以，正确辨别比较数的对应分率也是解题的关键之一。

（3）正确掌握标准数、比较数与分率之间的相互关系，认真分清解答第二种和第三种分数基本应用题的区别。

上述三量之间的相互关系是

比较数 ÷ 标准数 = 分率，

标准数 × 分率 = 比较数，

比较数 ÷ 分率 = 标准数。

用算术方法解答第二种和第三种基本题很易混淆。在解题思路，可以都用“求一个数的几分之几是多少”类型为基础。不论解答这两种题中的哪一种，都可以先列出用乘法表达的基本数量关系式：

标准数 × 分率 = 比较数。

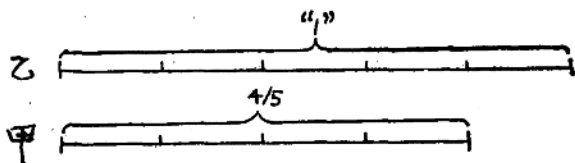
然后再根据未知数在上式中所处的地位决定解答方法。如果求比较数，即求积，就直接把标准数乘以分率，如例3的第一小题；如果求标准数，即求因数，就根据积与因数的关系，把比较数除以分率，如例3的第二小题。

求标准数时如果用方程解答，就假设这个标准数为 x ，仍根据前面用乘法表达的数量关系来列出方程。最后借助于解方程来求出未知数（标准数）。

4、明确标准数互相转化的方法。

标准数是可以转化的，但是标准数转化了，原来的分率也要随着改变。

例如，甲数是乙数的 $\frac{4}{5}$ ，如下图所示，可以转化成乙数是甲数的几分之几呢？



从图中可以看出，甲数是乙数的 $\frac{4}{5}$ ，那末，乙数就是甲数的 $\frac{5}{4}$ 。这是因为，当“甲数是乙数的 $\frac{4}{5}$ ”时，乙数是标准数，作为整体“1”，转化成“乙数是甲数的几分之几”时，甲数成为标准数了。所以，乙数是甲数的

$$1 \div \frac{4}{5} = \frac{5}{4}。$$

一般地，甲数是乙数的 $\frac{b}{a}$ ，则乙数是甲数的 $1 \div \frac{b}{a} = \frac{a}{b}$ 。

因此，把甲数是乙数的几分之几转化成乙数是甲数的几分之几时，只要求出原来分率的倒数即可。

练 习 一

1、1.5吨花生米能榨油487.5公斤，花生米的出油率是多少？

2、修路队修一条长1800米的公路。第一天修了全长的 $\frac{3}{10}$ ，第二天修了全长的 $\frac{9}{20}$ ，两天共修多少米？

3、一个小孩的体重是20.25公斤，正好是他妈妈体重的 $\frac{3}{8}$ 。妈妈的体重是多少公斤？

4、某地区去年春蚕产量是140吨，今年比去年增产 $\frac{1}{10}$ 。今年增产春蚕多少吨？

5、有麦田40公顷，其中60%每公顷产小麦7500公斤，其余的每公顷产6000公斤。平均每公顷产小麦多少公斤？

6、校办工厂上个月计划生产标准罗丝钉600公斤，结果多生产了80公斤，完成了计划的百分之几。（分子保留一位小数）

7、用小麦磨制标准面粉的出粉率是85%，磨制富强面粉的出粉率是70%。多少公斤小麦磨出的富强面粉与1000公斤小麦磨出的标准面粉的重量相等？（得数保留整数）

8、一篇稿件，上午抄1500字，下午抄2000字，这天恰好抄了稿件的 $\frac{5}{8}$ 。这篇稿件共有多少字？

9、100公斤水里放入10公斤盐，盐占盐水重量的几分之几？

10、一个农场今年计划种水稻85公顷，种棉花的面积是水稻的 $\frac{2}{5}$ ，种杂粮比水稻少70公顷。这个农场今年计划种多少公顷土地？

11、弟弟今年9岁，比哥哥年龄的 $\frac{2}{3}$ 多1岁。哥哥今年几岁？

12、某校教师人数占全校师生总数的 $\frac{1}{30}$ ，男学生人数占全校师生总数的 $\frac{3}{5}$ ，女学生比男学生少196人。已知教师有28人，问男女学生各有多少人？

13、7和11的积是最小四位奇数的几分之几？

14、一盒水果糖，连盒共重500克。如果吃去 $\frac{2}{5}$ ，剩下的糖果连盒共重340克。问盒内原有水果糖多少克？

15、某校去年被录取到重点中学的学生是参加考试人数的 $\frac{3}{8}$ 。已知参加考试人数的 $\frac{1}{6}$ 是32人，问被录取到重点中学的有多少人？

16、农场今年产小麦630000公斤，比去年增加了63000公斤。问增产了百分之几？（分子保留一位小数）

17、一根电线剪成两段，第一段比第二段长 $\frac{1}{4}$ ，第二段比第一段短12米。这根电线原来长多少米？

18、少先队员植树绿化，第一小队植54棵，比第二小队的2倍多4棵。第二小队植树棵数是第一小队的百分之几？（分子保留一位小数）

19、青年工人小王生产一批零件，其中100个合格，1个不合格。求这批零件的合格率。（分子保留整数）

20、有48朵红花和若干朵黄花。

（1）如果黄花的朵数比红花的 $\frac{3}{4}$ 少3朵，黄花有多少朵？

（2）如果红花的朵数比黄花的 $\frac{3}{4}$ 少3朵，黄花有多少朵？

二 分数基本应用题的引伸题

【概述】

分数基本应用题的引伸题包括三种。

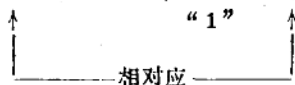
1、求一个数比另一个数多（或少）几分之几。

特点：把两个数的差与标准数进行比较，求差是标准数的几分之几。这种题目是“求一个数是另一个数的几分之几”类型的引伸。

解答方法：把两个数的差除以标准数。

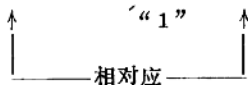
求一个数比另一个数多几分之几的数量关系是

$$\frac{(\text{大数} - \text{小数})}{\text{小数}} = \text{分率}。$$



求一个数比另一个数少几分之几的数量关系是

$$\frac{(\text{大数} - \text{小数})}{\text{大数}} = \text{分率}。$$



2、求一个数的（1 ± 几分之几）是多少。

特点：已知标准数，求它的（1 + 几分之几）或（1 - 几分之几）是多少。这种题目是“求一个数的几分之几是多少”类型的引伸。

解答方法：正确找出与比较数相对应的分率——（1 ± 几分之几），然后把分率乘标准数。

数量关系是

$$\text{标准数} \times (1 \pm \text{几分之几}) = \text{比较数}。$$



3、已知一个数的 $(1 \pm \text{几分之几})$ 是多少，求这个数。

特点：已知标准数的 $(1 \pm \text{几分之几})$ 是多少，而求标准数。这种题目是“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”类型的引伸。

解答方法：正确找出与比较数相对应的分率—— $(1 \pm \text{几分之几})$ ，然后把比较数除以分率。

数量关系是

$$\text{比较数} \div (1 \pm \text{几分之几}) = \text{标准数}。$$



分数基本应用题的引伸题，都要在弄清题意的基础上，分析题目的数量关系，把题目简化归结为三种基本题来解答。

例1 某人计划旅行400公里，已经走了 $\frac{3}{8}$ 。

(1) 剩下多少公里？

(2) 剩下的比走过的多几分之几？

(3) 走过的比剩下的少几分之几？

分析 (1) 把路程全长作为整体“1”，剩下的占全长的 $(1 - \frac{3}{8})$ 。求剩下多少公里，就是求400公里的 $(1 - \frac{3}{8})$ 是多少，用乘法计算即可。

(2) 求剩下的比走过的多几分之几，就是求剩下比