

提高學生數學成績 的方法

A·И·瑞庫思著
韓學玉譯

上海春明出版社出版

提高學生數學成績的方法

A · И · 瑞庫思著

韓 學 玉譯

上海春明出版社出版

А. И. Зыкус

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ
УСПЕВАЕМОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА 1952

提高學生數學成績的方法

原 著 者:	A · И · 瑞 庫 思
譯 者:	韓 學 玉
出 版 者:	泰 明 出 版 社 上海山西南路 10 弄 3 號
發 行 者:	通 聯 店 書 上海九江路 295 號
印 刷 者:	利 明 印 刷 廠 上海江寧路 1080 弄 17 號

書號: 201 開本: 1/32

面數: 40

字數: 22 千

出版年月: 1954 年 3 月

初版印數: 5000 冊

定價: 2000 元

代 序

這許多年來我一直做加里寧車站第五中學五年級至七年級的數學教師。這使我積累了一些經驗，我想報告的就是這些經驗。

要使學生的知識能夠深入而鞏固，必須從學年一開始就擬訂好系統的措施并考慮怎樣在每次上課中執行這些系統的措施。

必須特別注意和班上學生的初次見面，要慎重地準備前幾課，因為在這些課上形成師生間的相互關係，從而決定今後教學工作的質量。

在這本小冊子裏，我想說明我在教學工作中的一些方式，這些方式使我收到很好的效果。我把它分述於下：

1. 和學生的初次見面。
2. 備課和上課。
3. 發展學生的數學思維。
4. 學生的獨立作業。
5. 家庭作業。

和學生的初次見面

我在接受從小學升上來的學生或接受其他教師所教的一班學生的時候，很重視和學生的初次見面。教師應該知道自己教的是哪些學生，學生的知識怎樣，他們將要怎樣領會教材。學生也想知道他們的教師是誰，教師怎樣對待他們，怎樣教導他們。

對開頭幾課我準備得特別仔細。在第一課上，我要和學生談話，向他們說明本年級學習數學要達到的目標，介紹教學的預定計劃，談到向他們提出的要求（而且今後堅持地要求他們執行這些要求）。並說明怎樣寫作業簿本，哪裏簽名，哪裏寫作業的標題，哪裏寫日期。要向學生說明應該怎樣到黑板跟前來回答問題，在回答問題時舉止應該怎樣；要向學生指出到黑板跟前來的時候，應該把自己的作業簿和作業日記交給教師。我們特別注意對家庭作業的要求。預告學生全體都得要做家庭作業；在家沒有做好作業的學生，課後要留在教室裏做作業。

在開始的一個時期，我堅持地使學生履行這一切要求，以後學生就成了習慣，對履行這些要求就不需要我特別提醒他們了。在談話以後，我再講到教材。

對上年的教材，要按照計劃進行幾小時的複習。要選最基本的問題進行複習，沒有這些知識就不能學習以後的教材。

在五年級要複習整數運算，要特別注意乘數中有零的乘法，商數中有零的除法，解括號的運算次序，每項算法中的已知數和答數間的關聯。我按照學生在上課時的口頭回答和獨立作業來瞭解學生的知識水平。在五年級複習了四五小時的多位數的全部運算以後，舉行一次獨立的檢查作業。

在六年級，要複習百分數以及已知數和答數在每種運算法中的關聯。這些知識是根據定理和算術四則的性質來演算簡單等式時所必需的。

在七年級，要複習簡乘、多項式的因式分解、三角形全等的條件、平行直線。然後進行獨立的檢查作業，仔細地分析作業，指出教學大綱裏全班學生或部份學生所必須注意的地方。在檢查作業之後，我在作業簿上打上分數並寫明這個學生對教學大綱哪部份還沒有熟練，應該怎樣糾正自己的錯誤，在我的說明後面，他應該補做哪幾條應用題和式題。我自己也記錄好已給誰佈置了補充作業，以便記住要向誰要這項作業。這樣，學生就很快地消滅掉小的缺點。但是往往有這種情況：有些學生對教學大綱裏的整個一節學習得不好。對這種學生，我進行個別的教學。在 1951—52 這個學年度裏，七年級中來了兩個新生，他們對“多項式因式分解”這一部份學得不好。我給他們補充作業，檢查他們的成績，給他們講解他們所不理解的和感到困難的地方，把整個這一部份一直搞到徹底領會為止。補充作業做在另一本練習簿上。到第二學季，這兩個學生的代數成績已得到 4 分了。

在教學七年級教學大綱上的新課題時，我研究每人的作業並計算每個學生常發生的錯誤。例如，在學習“代數分式”這一課題時，學

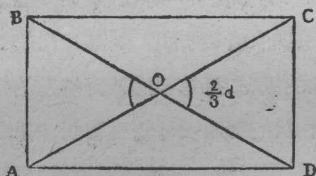
生M，在約分以及分數前面的變號上，犯了很多錯誤。我就給這學生進行補習，一直到他能牢固地和理解地掌握教材時為止。

我非常認真地分析學生的作業。我確信：當學生沒有什麼地方不明白，沒有什麼地方不領會而作業也適合他們能力的時候，他們的作業也就做得好。所以我對當堂分析學生的檢查作業和獨立作業的那一課，事前作好充份的準備。在檢查了學生的練習簿以後，我把學生所有的錯誤記在一張一定格式的表格裏，從這上面可以看出誰發生錯誤，在哪一法則上或在哪一步驟中發生錯誤。然後把錯誤之點分類總結起來，看看教學大綱上的那些部份，大家學習得好；哪些部份要使全班注意；哪些部份須要使個別學生注意。如果多數學生犯了同類的錯誤，我就考慮用哪種方法，再把這部份複習一次，因為這裏的過失顯然在我身上，我沒有使學生理解這一部份的教材，沒有及時發覺學生不懂的地方。然後在上課時，在發還學生練習簿之前，我給全班學生的作業做一個評定。指出作業裏哪部份做得最好，讀出優秀的作業；但不一定要取優等生的作業，也要取一些中等學生做得最好的作業。例如，在代數的檢查作業中，學生C在解答應用題上，驗算做得很好。我把它讀出來並指出這種驗算好在哪裏：練習簿中沒有做初步的、簡單的計算，而是用邏輯論證的方法來確證解答的正確性。

在幾何的檢查作業裏，學生M解答第24應用題（雷布庚編“幾何習題集”第1部份第5節），作了很好的說明：

“根據三角形全等的第一種條件， $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ （第1圖）是全等的。兩個三角形各邊之和等於3.6公尺，就是說，每個三角形的周長是1.8公尺。在 $\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = \frac{2}{3}d$ ，而其他兩角也各等於 $\frac{2}{3}d$ ，

所以這三角形是等邊三角形，而 $AO=0.6$ 公尺， $AC=1.2$ 公尺。我



們知道矩形的對角線是相等的，所以 BD 也等於 1.2 公尺。”

我指出這一說明的好處在哪裏。

以後再注意到大多數學生作業中的錯誤或缺點，設法使學生充份

第 1 圖

理解他們還沒有牢固掌握的部份。例如學生把加數進行約分（在初步學習“代數分式”的時候許多學生會犯這種錯誤）。我用算術的式題來說明，叫學生把 $\frac{12+32}{8}$ 進行約分。使學生複習：約分是什麼意思，怎樣把一數去除兩個相加的數，為什麼不能把分母跟分子中的一個加數相約。

如果學生在分數前面的符號變換上犯了錯誤，我也舉出數字的式題並用計算方法進行講解：如果整個分數前面的符號、分子的符號或分母的符號變換時，商數的符號將怎樣變化。例如：

$$-\frac{-4}{3} = -\left(-1\frac{1}{3}\right) = +1\frac{1}{3};$$

$$+\frac{+4}{+3} = +1\frac{1}{3};$$

$$+\frac{-4}{-3} = +1\frac{1}{3};$$

$$-\frac{+4}{-3} = -\left(-1\frac{1}{3}\right) = +1\frac{1}{3}.$$

這些講解應該不止作一次，而是好幾次；應該不止在一堂課上，而在每次發生錯誤的時候。我耐心地向學生說明：怎樣做、爲什麼這樣做而不用別的方法。主要的是要使學生能夠明瞭、認識自己的錯誤，然後使學生獨立地做幾個訓練性的例題。每次經過教師檢查的作業，學生必須改正。我要求學生在做作業的那本練習簿裏寫明“錯誤改正”，把做得不對的地方重新做一遍。在以後上課時，我特別注意學生在書面作業裏做錯的那些地方。

備課和上課

上課是教學工作的基本組織形式，因此，學生的成績決定於上課的質量。課堂中沒有紀律就談不到要學生很好地掌握教材。所以最重要的是要造成學習的氣氛，要使大家充份集中注意力。這只有當教師熟悉自己擔任的學科，計劃好上課的方法，善於使上課的內容充實而有趣，用學生可以理解的方法來講述教材的時候才能辦到。上課時全班學生沒有集中注意以前，我從不開始講新教材。這一點不是在任何班級裏一下子就能做到的。有些學生坐着不定心，他們想找點事兒消遣，分散隣座學生的注意力，和人家談話。碰到這種情況，我就說明：不聽我的講課，我就不能講下去；我的講解是爲了全班，所以全班都必須聽好。不但要知道有趣的知識，而且必須知道一切必要的知識。講課時，我常常注視那些破壞紀律的學生，吸引他們來回答問題，誘導他們參加到全班的共同作業中來。有時如果看到大家不注意聽課，我就停止講解，把秩序安定以後再繼續下去。學生很快地就習慣於這些要求，在我上課時也就沒有破壞紀律的現象。如果當我指示圖形或使班上學生注意筆記和表格的時候，在全部學生注視我所提出的東西以前，我不開始作說明。

整頓課堂秩序，本沒有一定的方案也沒有一成不變的法則，但有幾點是必須遵守的。教師走進教室時，就要立刻讓學生知道他是教

師。向學生提出的要求應該明確，並且馬上執行。教師的指示不須立刻執行的就不必說出——一經說出，就應當執行。大家都應該習慣於做到這一點。上課時學生的注意力有時很不穩定；單調的教學方法迅速地使學生疲勞。我常常記住這一點，努力使教學方法多樣化。例如，在解習題時，我指名學生朗讀習題的文字，或要他們默讀習題後再說出題意中已知道的是什麼條件，要求解答什麼；或者我自己讀出習題，而大家把條件簡要地寫在黑板上和練習簿裏；或者我簡要地寫出習題的條件，由學生根據這項筆記編成習題的文字。

檢查家庭作業時，我也運用不同的方式。有時由一個學生讀出做好的作業，而其餘的學生按照所讀的內容來檢查自己的練習簿；有時各學生輪流讀一項算法；有時只是學生回答教師的問題；有時在上課以前進行檢查。我在開始上課前半小時進教室，輪流檢查學生的作業，當場給做好作業的練習簿評分；往往在課後收作業練習簿，在課外檢查，在下一課進行作業分析。

要使學生的作業成績圓滿，應該使他們在上課時領會作業材料的基本部份，不要把它推到家庭作業中去，這是非常重要的；換句話說，就是須在上課時學好功課。我非常重視這一點，特別是在五六年級，那時學生須記住許多算術、代數、幾何的法則、公式、定義。一部份學生能夠獨立在課外做好指定的作業，而另一部份學生由於不同的原因，不能做好作業，因此我力求新教材能當堂鞏固。例如，上課時導出並組成簡乘的公式 $(a+b)^2$ 時，先用文字把公式記下來，叫學生輪流地讀出寫在黑板上的式子 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，也就是把數學的語言改成通常說話的語言。例如，學生指着自乘方的指數“2”時，說

出“平方”；指着 $(a+b)$ ，說出“兩數之和”等等。要一個、兩個、三個學生讀下去，一直讀到大多學生都能記熟怎樣說兩數之和的平方時為止。在以後幾課，我要求學生背誦出公式。上課開始時，檢查他們讀得怎樣；演算式題時，要學生先說出要寫的式子，而後再寫。如果學生做式題 $(4x+3y)^2$ 時，他應該先說出“兩數之和的平方等於第一數的平方”之後，再寫出 $16x^2$ ；說出“加上第一數乘第二數的兩倍”之後，再寫出 $+24xy$ ；說出“加上第二數的平方”之後，再寫出 $+9y^2$ 。如果這樣進行課堂教學工作，全體學生對“兩數之和的平方”都能夠鞏固。

五年級學生往往分不清“最大公約數”和“最小公倍數”的概念。我在全體學生牢固地掌握這教材之前，每課都進行訓練性的口算練習。例如求出 12 和 18 兩數的最大公約數和它們的最小公倍數。求出 35 和 14 兩數的最大公約數和最小公倍數的和等等。我也在以後的作業中佈置複習舊教材的練習。

在六年級幾何學習中，學生應該記住許多新詞和新概念。我在上課時堅持而耐心地使學生理解這些詞義并能畫出基本的幾何圖形。我收集許多口頭和書面練習，利用直觀教具，要他們做各種不同的作業。例如，有很長的時間內學生弄不清楚三角形的角平分線、中線和高。當三角形不照常見的形式安放時，學生就不能辨別這些線是在相同的三角形內還是在不同的三角形內。我在課堂和家庭作業中佈置這樣的練習：在黑板上畫上幾個不同的三角形（第 2 圖），要學生在這些三角形裏作出中線、高、角平分線。要求學生每作一線要寫出定義。

爲了使學生牢固地掌握幾何教材，我也運用了口頭檢查作業。預



第 2 圖

先佈置家庭作業：指定複習某一部份。預告學生，上課時要問問每人這一課題。我準備好一張學生名單，在名單上記載對教師問題的每個答案的分數。上課時，按照事先準備好的問題提問：要學生說出定義，解答習題，指出幾何圖形的性質等等。我向全班提問題，不要學生舉手，指名叫學生回答，被指名的學生就得要回答，如果答得不對或不明確，叫另外一個學生回答。給每人記分。查看名單，誰還沒有答過，誰的評分次數還太少。每個學生要在一堂課中得到三次至四次評分。課後把總的分數記在成績簿上。這樣的檢查作業在一學季或一學期中可舉行一次。茲舉六年級口頭檢查作業的典型問題於下：

1. 怎樣的幾何圖形叫做三角形？
2. 依照三角形各邊的比較長度，說出三角形的種類，並從現有的一套紙版三角形中，指出這幾類的三角形。
3. 依照角的大小說出三角形的種類，並從一套三角形中指出這幾類三角形。
4. 等腰三角形可不可以等邊？
5. 等腰三角形有沒有鈍角的？有沒有直角的？從一套紙版三角形中指出它們來。
6. 一等腰三角形的一腰等於 20 公分，第二腰是第三邊的 $\frac{2}{5}$ 。問

這等腰三角形的周長若干？

7. 說出三角形中的線段並把他們從幾個三角形中指出來（事先在黑板上畫好這幾個三角形）。

8. 讀出有關等腰三角形性質的定理。

9. 列舉兩三角形全等的幾種條件。

10. 哪樣的角叫做三角形的外角？用圖表明。

11. 三角形的邊和角之間有些什麼關係。

12. 用這三線段：8 公分，3 公分，2 公分，可以不可以作出一個三角形？

13. 讀出關於有兩邊對應相等的兩三角形的定理。

14. 由直線外一點引至這直線的垂線和斜線，讀出有關這種垂線和斜線的長度對比的定理。

15. 舉出兩直角三角形全等時無需特別證明的條件，再作出解釋，說明理由。

16. 讀出兩直角三角形全等時需要特別證明的條件。

17. 什麼是幾何上點的規跡？舉例說明。

18. 怎樣的一些直線叫做平行線？

19. 讀出兩直線平行的幾種條件。

20. 兩邊對應各各相互垂直的兩個角具有什麼特性？

21. 習題 $\angle A$ 等於 78° 。在角內取一點。再從這一點至角的兩邊作垂線。這兩條垂線形成了一個什麼角呢（教師先在黑板上畫好圖）？

22. 三角形內角之和等於多少？

23. 從上一條定理可以得到哪些系呢？

24. 如果一個等腰三角形的底角為頂角的四倍，確定這等腰三角形的各角有多麼大。

25. 等腰三角形底邊上的一外角等於 102° 。求出這三角形的各內角。

26. 等邊三角形的任一外角有多麼大？

27. 一直角三角形的兩銳角之比為 $1:3$ ，確定這些角有多大。

28. 如果直角三角形有一外角等於 144° ，求這直角三角形的各內角。

29. n 邊凸多角形內角之和等於多少？

30. 算出六邊形、八邊形的內角之和。

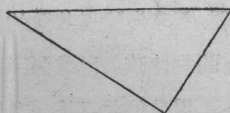
運用這樣的檢查作業，就可以使學生複習教學大綱中的一部分，檢查他們作出正確公式的技能。

學生練習演算作業可以幫助很理解地掌握教材。我解答幾何的作圖題時，在黑板上和練習簿上同時進行，學生要自己運用圓規和直尺，以便牢固地掌握知識和熟練技巧。我在進行“三角形的分類”這一課題時，作出各種三角形的定義，注意“直角的”“等腰的”等等詞彙，然後再指出這些三角形的圖和用紙版切成的圖形。在查問學生這些課題時，我讓他們拿着這些圖形，叫他們根據邊的長度和角的大小確定每個三角形。看起來似乎很容易確定三角形的種類。學生們熟悉各種三角形的定義。但是我拿了一些三角形的紙版，叫他們作出每個三角形的定義，才發現情況是這樣的：如果三角形的位置像第3圖那樣，學生才容易確定哪個是直角三角形；但當我把對直角的斜邊放在

上面，學生就看不出是直角。像第4圖那樣位置的三角形，學生就難於說出這是直角三角形。可見必須用具體的例子訓練學生目測角的大小和線段的長短。



第 3 圖



第 4 圖

在六年級須特別多研究怎樣使學生鞏固新的概念和定義，教會學生自由地運用這些含有確切意義的詞彙。

教師要運用各種不同的方式和方法，使學生得到最深入、最鞏固的知識和比較高的班級成績。但是課上得好、家庭作業正確地佈置還並不足夠。同一班級的兒童發展並不一致：有一些學生迅速地掌握新教材，對教師的提問迅速地找出答案；還有一些學生則學習得較慢，同一教材須解釋幾次。甚至在紀律最好的班級上，有幾個學生可能會忽略了教師一部份的講解，因為這些學生有時會“心不在焉”。並不是所有的學生都誠實地做家庭作業的。必須個別地瞭解他們。我給優秀的學生佈置較多的獨立作業：做註有星號的習題，做歷史資料上的習題，做研究大數學家的報告。（在我們班上曾做過兩個報告：關於洛巴柴夫斯基的和關於科瓦列夫斯基的。）

對於落後的學生我進行了另一種工作：常常檢查他們的家庭作業做得怎樣，常常吸引他們注意上課。教師必須知道每個學生知識上的缺陷。我化了很多力量緊密接近學生，我竭力採取這樣的態度，使學生坦白地告訴我，他哪裏不懂，哪一個學生不能獨立地做家庭作

業，得到某人的幫助才能完成的。在六年級我有一個學生M。他是一個用功的孩子，但是對新教材的領會很慢。所以我每天都問他，每一課問幾次，以便瞭解他怎樣理解教材的。如我看到他在普通分數除法上發生錯誤，那末做除以某數的分數除法時，我問他怎樣寫出除法的式子，一直問到他確信已掌握了這部份教材時為止。學生K是一個能力強的孩子，但是他並不是一直正確地完成家庭作業的。每次上課我一定注意他的作業，訓練他誠實地學習，為每課作好準備。

如果一個學生因為某種緣故落後了，我就給他補習。要他晚間到我那裏來20—30分鐘，我把他學得不好或不鞏固的部份重講一遍。課後我很少輔導學生。因為他們疲勞了，急於回家。我也感到困乏，可能沒有耐心講解，不知不覺地提高聲音，學生就不能說出他哪裏不懂，於是對課業也沒有好處。

教師備課必須考慮教學大綱裏學生最難懂、最難掌握的部份。這些課須特別仔細地考慮教學方法。例如六年級學生在因式分解，把公因式括到括號外併項變號時會感到困難。要機械地掌握這一部份是很快的，但這樣的“知識”靠不住，結果在學習“代數分式”時，學生將會在分式前面的變號上發生許多錯誤。我在開始教“因式分解”這個課題時，就告訴學生：這是教學大綱中困難的一部份，但必須克服它，每個學生必須掌握全部教材，否則到七年級不可能學習“代數分式”那一部份。我向學生舉例說明代數分式中的通分和分式乘法，都必須把多項式的分子分母進行因式分解。如果學生知道為什麼要學習，他們就比較容易而牢固地記住教材。上這樣的課，我特別仔細考慮教學的方法。