



21世纪普通高等教育规划教材

自动控制原理

第2版

孙炳达 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



TP13
S900

21 世纪普通高等教育规划教材

自动控制原理

第 2 版

主编 孙炳达

参编 张 森 谢莉萍 王明诚



机械工业出版社

第 1 版前言

为了满足教材内容适用的专业面宽、授课时数少的精神，我们编写了这本能适用于工科大学多种学科的“自动控制原理”课程的教材。

本教材的特点是：在内容编排上，既考虑到理论体系的系统性和完整性，又力求做到少而精，删除了那些在现代控制工程应用中不用或与后续课程无联系的内容；突出重点，理论联系工程实际；在撰写方法上，层次分明、深入浅出；论述简明、通俗易懂、概念清晰、使读者对经典控制理论的体系有清楚、完整的概念，并能学会处理实际控制工程的综合方法。书中列举了一定数量的例题，每章的后面附有习题。

全书共分八章。其中：第一章介绍有关自动控制系统的基本概念。第二章讨论了求取线性定常系统数学模型的方法。第三章介绍线性定常系统的时域分析方法。重点讨论了典型一、二阶系统的性能指标的计算，系统参数与性能之间的关系，高阶系统的分析方法及系统稳定性的判定和控制精度的计算等有关问题。第四章介绍了系统的根轨迹分析方法，重点介绍系统根轨迹图的绘制，定性分析和根轨迹图的改造。第五章介绍系统的频率特性分析方法，重点讨论了频率特性分析法的基本原理、系统开环频率特性的绘制以及在频率特性图上进行系统稳定性的分析和性能计算的方法。第六章讨论了用频率法校正。第七章介绍了非线性系统的特点及用描述函数分析的方法。第八章是有关采样控制系统分析与综合的内容。

本书的第一、三、五章由孙炳达编写；第二、四章由张森编写；第六章由谢莉萍编写；第七、八章由梁志坤编写。全书由孙炳达教授、梁志坤副教授任主编。

在编写本书的过程中，参考和吸收了兄弟院校教材的部分内容，并得到广东工业大学教务处、自动化系、自动化教研室等单位及有关同志的鼓励及支持。在审稿的过程中，汤荣江副教授、梁慧冰教授和符曦教授提出了不少宝贵的修改意见，在此向上述有关同志、单位谨致衷心的感谢！本书的出版还得到省重点学科、省重点课程基金的资助，在此一并表示衷心的感谢！

限于编者的水平，特别是编写时间仓促，书中可能存在不妥之处，恳请广大读者、专家和学者予以批评、指正。

编者

1999年10月

第2版前言

本书第1版于2000年初出版。自出版以来,一直受到广大有关读者的欢迎和喜爱,并被不少兄弟院校选作为电类、机电类有关专业“自动控制原理”课程的教材或主要的参考书。为了更好地适应21世纪教材的学时少、内容全、目标高的要求,对第1版的内容进行了部分调整、补充,部分章节进行了重写,使全书的内容更完整、更精炼、更系统。

在修订本书的过程中,继续保留原版的特色:突出三基(基本概念、基本原理及基本的分析与综合)。本书内容层次分明、内容精炼、重点突出;论述简明易懂、概念清晰;理论联系实际,例题贴切,既方便教学,也便于自学。

本书经修订后仍保留八章。第一~六章为线性连续控制系统内容;第七章为非线性控制系统内容;第八章为线性离散控制系统内容。其中,第一、五章由孙炳达编写;第二、四章由张森编写;第三章由王明诚、孙炳达编写;第六章由谢莉萍编写;第七章由王明诚编写;第八章由谢莉萍、孙炳达编写。章节前标有“*”号的内容可选讲。孙炳达教授担任主编,负责全书编写大纲的制定及统稿工作。

本书的编写及修订参考和吸收了兄弟院校教材的部分内容;得到广东工业大学、广东技术师范学院教务处、自动化院(系)有关同志的大力支持。本书出版曾得到广东省重点学科及重点课程基金的资助;在编写大纲的制定及审稿过程中,广东工业大学自动化学院符曦教授、梁慧冰教授、程汉湘教授、陈林康副教授、陈瑞(博士)副教授、信息学院的查晓春副教授、计算机学院的汤荣江副教授;广东技术师范学院自动化系梁荣新教授、郑巍副教授、李虎山副教授、张华副教授、祁伟副教授、于文胜副教授、何仲副教授、陈光明副教授,电子信息系杨振野教授;华南理工大学的李迪教授对本书都曾提出过不少宝贵的意见和建议,在此向上述有关单位及同志,表示衷心的感谢!

虽然编者在修订过程中花了不少精力,但仍难免有不妥之处,恳请广大读者、专家予以批评指正。

编者
2005年5月

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

第一章 自动控制系统的基本概念 1

第一节 自动控制的基本方式 1

第二节 闭环控制系统的基本组成 4

第三节 自动控制系统的分类 5

第四节 对控制系统的基本要求 6

习题 6

第二章 线性连续系统的数学模型 9

第一节 动态微分方程的编写 9

第二节 非线性数学模型的线性化 13

第三节 传递函数 16

第四节 系统动态结构图 24

第五节 信号流程图 33

第六节 脉冲响应函数 36

* 第七节 系统状态方程的描述 37

习题 44

第三章 控制系统的时域分析法 48

第一节 典型输入信号和时域性能指标 48

第二节 一阶系统分析 50

第三节 二阶系统分析 53

第四节 高阶系统分析 62

第五节 稳定性分析及代数判据 65

第六节 稳态误差分析及计算 69

习题 76

第四章 控制系统的根轨迹分析法 79

第一节 根轨迹的基本概念 79

第二节 绘制根轨迹的基本条件和基本规则 80

第三节 系统根轨迹绘制和开环零、极点对根轨迹的影响 86

第四节 参量根轨迹 88

第五节 系统性能的根轨迹分析 89

习题 91

第五章 控制系统的频率特性分析法 93

第一节 频率特性的基本概念 93

第二节 频率特性的表示方法 95

第三节 典型环节的频率特性 97

第四节 系统开环频率特性绘制 105

第五节 用频率法分析系统的稳定性 110

第六节 用频率法分析系统的稳态性能 117

第七节 用开环频率特性分析系统的动态性能 119

第八节 用闭环频率特性分析系统性能 123

第九节 传递函数的实验求取 126

习题 128

第六章 频率法校正 131

第一节 频率法校正的基本概念 131

第二节 串联超前校正 132

第三节 串联滞后校正 136

第四节 相位滞后-超前校正 139

第五节 期望串联校正 144

第六节 并联校正 147

第七节 PID 控制器 151

习题 153

第七章 非线性系统分析	155	模型	190
第一节 控制系统中的典型非线性特性	155	第五节 离散控制系统稳定性分析	195
第二节 描述函数法	157	第六节 离散控制系统的稳态误差分析	197
第三节 用描述函数法分析非线性系统	162	第七节 离散控制系统的动态性能分析	200
第四节 改善非线性系统性能的方法	167	第八节 数字控制器的模拟化设计	205
* 第五节 相平面分析法	171	第九节 数字控制器的离散化设计	208
* 第六节 非线性系统的相平面分析	176	习题	211
习题	179	附录	213
第八章 线性离散控制系统的分析与综合	181	附表-1 常用函数拉氏变换表	213
第一节 离散控制系统概述	181	附表-2 拉氏变换的一些定理	214
第二节 连续信号的采样与复现	182	附表-3 Z 变换表	214
第三节 Z 变换及 Z 反变换	186	参考文献	216
第四节 线性离散系统的数学			

第一章 自动控制系统的基本概念

在工程和科学的发展中，自动控制技术起着极其重要的作用。“自动控制原理”是自动控制技术的基础理论，是研究自动控制共同规律的理论性较强的一门技术学科。根据自动控制技术发展的不同阶段，目前自动控制原理一般分为“经典控制理论”和“现代控制理论”两大部分。经典控制理论以传递函数为基础，主要研究单输入、单输出线性定常系统的控制及综合问题。在工程实践中，经典控制理论已得到许多成功的应用，而且今后还将继续发挥其理论的指导作用。现代控制理论是 20 世纪 60 年代初为适应宇航技术发展需要而出现的新理论。它是以状态方程为基础，主要研究具有高性能的多输入、多输出、变参数系统的控制和综合问题。现代控制理论能解决经典控制理论难以解决的一些问题，而且随着计算机技术和现代应用数学研究的发展，目前现代控制理论正向大系统和人工智能理论等方面深入发展。

本教材仅涉及经典控制理论内容，主要介绍其基本概念、基本原理和分析、综合系统的基本方法。

第一节 自动控制的基本方式

自动控制，就是在没有人的直接参与的情况下，利用控制装置使某种设备、工作机械或生产过程的某些物理量或工作状态能自动地按照预定的规律运行或变化。通常，把控制的装置称为控制器；把被控制的设备或工作机械称为被控对象；被控对象内要求实现自动控制的物理量称为被控量或系统的输出量；控制器和被控对象的总体，称为自动控制系统。在控制系统中，把影响系统输出量的外界输入称为系统的输入量。系统的输入量，通常指两种，即给定输入量和扰动输入量。给定输入，又称为参考输入，它决定系统输出量的变化规律或要求值。扰动输入是系统不希望但又客观存在的外作用。例如电源电压的波动，环境温度、压力的变化，电动机拖动负载的变化等等，都是实际系统中存在的扰动作用。扰动输入影响给定输入对系统输出量的控制。

自动控制系统的种类繁多、形式多样、任务不一，但从控制的基本方式看，可分为开环控制、闭环控制和复合控制。

一、开环控制

开环控制是指系统输出端与输入端之间不存在反馈回路，或者说，系统的输出量不对系统的控制产生任何作用的控制过程。

图 1-1 所示的直流电动机调速系统是开环控制的一个例子。电动机拖动生产机械或其他部件运转，生产机械是被控对象，转速 n 是系统的被控量或输出量。电压 u_g

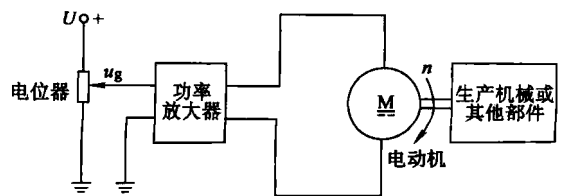


图 1-1 直流电动机开环调速系统

是系统的给定输入量。当改变电位器滑动端的位置时，相应地改变了给定输入量和电动机电枢两端的电压。由于电动机具有恒定的励磁电流，因此，随着电枢电压不同，电动机便以不同的转速带动生产机械运转。对应电位器滑动端的一个固定位置，换句话说，一个固定的给定输入量，生产机械就以一个相对应的转速要求值运转，从而达到了控制目的。

可以看出，上述控制系统的输出端与输入端之间没有反馈回路。系统只是根据给定输入量 u_g 进行控制，而输出量 n 在整个过程中对控制作用都没有影响。由定义可知，它属于开环控制的系统。开环控制系统的职能框图可用图 1-2 表示。

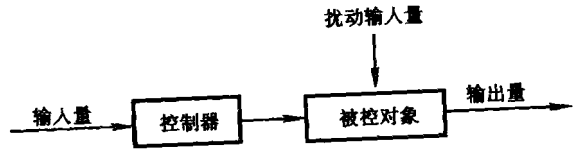


图 1-2 开环控制系统职能框图

值得指出，当出现外部扰动输入或内部扰动作用时，若没有人的直接干预，开环控制系统的输出量将不能按照给定输入量所对应的希望值或状态运行。例如，在上例中当输入量 u_g 不变时，若功率放大器的供电电压突然下降或电动机负载突然上升，电动机的转速即系统的输出量都会下降。输出量的下降使它偏离了给定输入量 u_g 对应的期望值。这时，若要维持原输出值，操作人员就必须重新调整电位器滑动端位置，增加给定输入电压值后才能达到。

二、闭环控制

闭环控制是指系统输出端与输入端之间存在反馈回路，或者说，系统的输出量直接或间接地参与了系统的控制作用。

图 1-3 所示的直流电动机调速系统，是闭环控制的一个例子。实际上，它是在开环调速系统的基础上引入一台测速发电机(TG)构成的。测速发电机起着检测系统输出量即转速 n 并把它转换成与给定电压 u_g 物理量相同的反馈电压 u_f 。反馈电压 u_f 与给定输入电压 u_g 相比较后产生一偏差电压 $\Delta u (= u_g - u_f)$ ，再经过放大器放大后去控制直流电动机的转速。当电位器滑动端处在某一位置时，电动机就以一个相对应的希望转速值带动生产机械运转。当出现外部或内部扰动时，例如，功率放大器的输出电压下降，或者电动机的拖动负载突然增加，电动机的转速就会下降。电动机转速的变化会被测速发电机检测出来，相应地使反馈电压 u_f 的值下降。这时，反馈电压与给定输入电压比较后使偏差电压值 Δu 增大，经放大器放大后，电动机电枢电压增加使转速回升。从而减小或消除了由于系统外部或内部的各种扰动所造成的输出量转速的偏差。

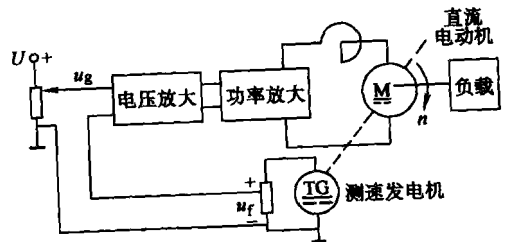


图 1-3 直流电动机闭环调速系统

从上述分析看出，闭环控制实际上是根据负反馈原理，按偏差量进行控制的。系统中无论是内部还是外部扰动引起输出量偏离期望值而产生偏差时，就会有相应的控制作用产生去消除偏差，使输出量重新恢复到希望值上。因此，闭环控制也称为反馈控制或偏差控制。闭环控制的职能框图，如图 1-4 所示。

闭环控制系统广泛地应用于各工业部门。图 1-5 所示的发电机励磁控制系统

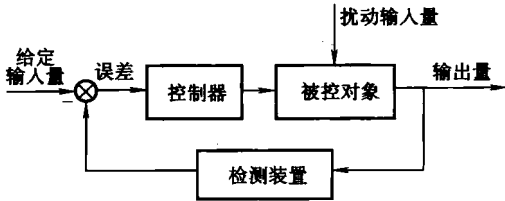


图 1-4 闭环控制系统框图

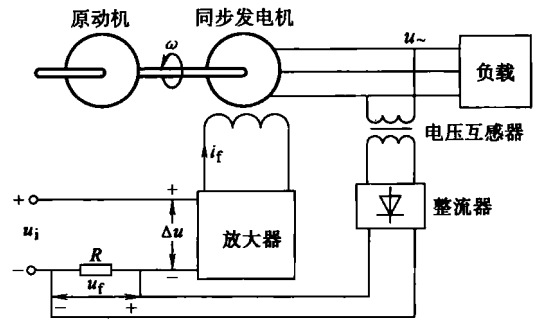


图 1-5 发电机励磁控制系统

图 1-5 中，三相交流同步发电机由原动机带动作恒速旋转，并向负载供给电力。系统的被控对象是发电机，系统的输出量是发电机端电压 u_{\sim} 。电压 u_i 是系统的给定输入量。电压互感器检测发电机端电压 u_{\sim} ，经整流后获得与发电机端电压 u_{\sim} 成比例的直流反馈电压 u_f 。输入电压 u_i 与反馈电压 u_f 相减后产生偏差电压 Δu ， Δu 经放大器放大去控制发电机的励磁电流。通过改变发电机的励磁电流去控制发电机的机端电压，使机端电压在系统受到各种干扰时，例如负载波动，都能使它维持在输入电压 u_i 对应的希望值上。

三、复合控制

复合控制是开环和闭环控制相结合的一种控制方式。实际上，它是在闭环控制基础上再引入一条由给定输入信号或扰动作用所构成的顺馈通路。顺馈通路相当于开环控制。复合控制通常有两种典型结构，分别称为按输入信号补偿结构和按扰动作用补偿结构，如图 1-6 所示。

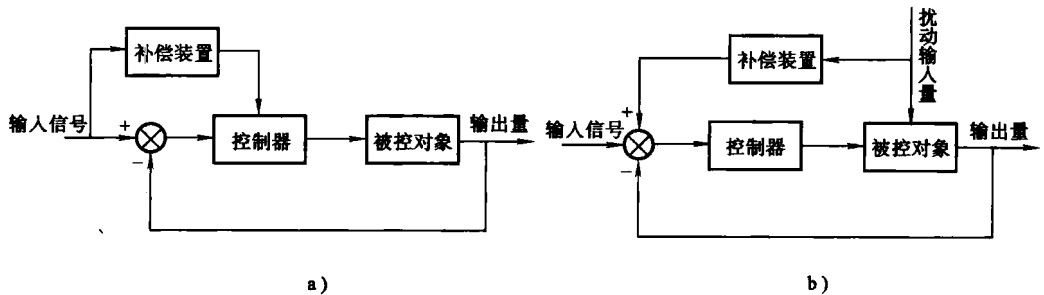


图 1-6 复合控制结构框图

a) 按输入信号补偿结构 b) 按扰动作用补偿结构

按输入信号补偿的复合控制系统，其补偿装置提供了一条顺馈控制信号，此信号与原控制信号一起对被控对象进行控制以提高系统跟踪输入信号的能力(精度)。按扰动作用补偿的复合控制系统，其补偿装置利用干扰信号产生一控制作用以补偿或抵消干扰信号对被控量的影响，增强系统的抗干扰能力。两种补偿的原理及设计方法详见第三章。

上面介绍了三种基本的控制方式。实际上目前许多新型的控制系统都是在这三种基本的控制方式上发展而成的。对于这三种控制方式，一般来说，开环控制的结构简单、成本低廉、调试容易，但控制精度较差，抗干扰能力不强，只适用于性能要求不高的控制系统；闭环控制的结构较复杂，成本相对较高，调试较困难，但具有自动修正系统输出量偏差的能

力，能克服系统内部元部件参数变化或外界扰动所引起的误差，其控制精度较高。闭环控制系统最广泛地应用于工业的各个部门；若要求实现较复杂且精度更高的控制任务，可采用复合控制结构或其他新型的控制策略。

第二节 闭环控制系统的基本组成

根据被控对象和使用的元部件不同，闭环控制系统有各种不同的形式，但是就其职能来看，一般均由以下的基本环节组成。

(1) 被控对象 是指要进行控制的设备或过程。

(2) 测量装置 对系统输出量进行测量。因为测量元件的精度直接影响系统精度，所以应尽可能采用精度高的测量元件和合理的测量线路。

(3) 给定环节 产生系统给定输入信号。给定环节的精度对系统的控制精度会有较大影响，因此应采用高精度元件构成给定环节。

(4) 比较环节 对系统输出量与输入量进行比较，产生偏差信号，起信号的综合作用。在大多数控制系统中，比较环节常常是和测量环节或其线路结合在一起的，往往并不单独存在。

(5) 放大环节 对偏差信号进行放大并进行能量形式的转换，使之适合于控制执行机构工作的信号。

(6) 执行机构 对被控对象进行控制的装置或元件。

(7) 校正装置 用于改善系统的性能。校正环节可以加在由偏差信号至输出信号之间的通道内。这种校正方式，又称为串联校正；校正装置也可以加在某一局部反馈通道内，这种校正方式，也称为反馈校正或并联校正。某些情况下，可以同时应用串联校正及并联校正以进一步提高控制系统的性能。

由上述基本环节组成的闭环控制系统职能框图如图 1-7 所示。图中，系统的基本元部件用框表示；信号的传输方向，用箭头表示；信号的综合，用带“ \times ”的圆圈表示，“+”号表示两信号相加，即正反馈。正反馈只能在系统中的某局部环节间使用。“-”号表示两信号相减，即负反馈。信号从输入端沿箭头方向到达系统输出端的传输通道，称它为前向通路或正向通道。系统输出量经由测量装置反馈到系统输入端的传输通道，称它为主反馈通路或主反馈通道，而其他的反馈通道，称为副反馈或局部反馈通道。只有一个反馈通道的系统，称为单回路系统，有两个以上反馈通道的系统，称为多回路系统。

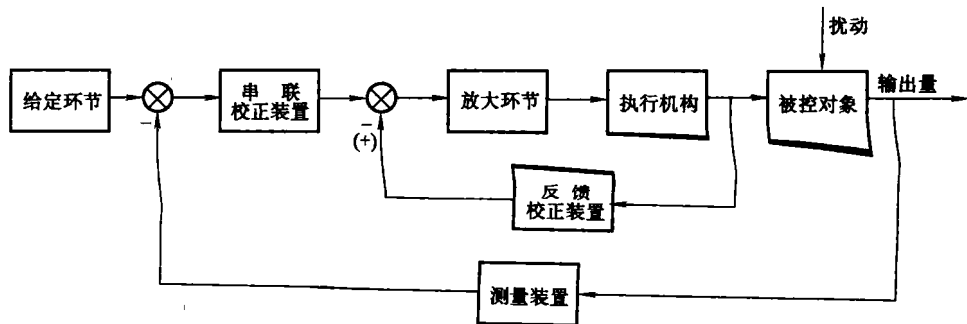


图 1-7 典型闭环系统框图

第三节 自动控制系统的分类

控制系统的分类方法不少。但是，通常人们很难确切地对自动控制系统进行分类，一是因为同一系统按不同的分类方法，其属性不同；二是由于控制技术发展很快，各式各样的新系统不断产生和发展。这里仅介绍常见的两种分类方法。

一、按使用的数学模型分类

1. 线性系统和非线性系统

(1) 线性系统 系统输入量与输出量之间的关系可用线性微分方程或线性差分方程描述的系统。若方程的系数与时间 t 无关即为定常数，则该系统又称为线性定常系统。若方程的系数值随时间 t 变化而变化，则称该系统为线性时变系统。

线性系统有两个重要特性：叠加性和齐次性。

1) 叠加性 当系统同时存在几个输入量作用时，其输出量等于各输入量单独作用时所产生的输出量之和。

2) 齐次性 当系统的输入量增大或缩小若干倍时，系统输出量也按同一倍数增大或缩小。齐次性又称为均匀性。

(2) 非线性系统 系统输入量与输出量之间的关系可用非线性微分方程或非线性差分方程描述的系统。

应注意，在自动控制系统中，即使只含有一个非线性环节，这一系统也是属于非线性的；其次，目前对于非线性系统的理论研究远不如线性系统那样完整和完善；严格来说，任何物理系统的特性，都是非线性的，但在一定的条件下若可以将某些非线性特性线性化，近似地用线性微分方程去描述，这样就可以按照线性系统来处理。

2. 连续系统和离散系统

(1) 连续系统 若系统中各元件的输入量和输出量均为时间 t 的连续函数时，称该系统为连续系统。连续系统的运动规律可用微分方程描述，系统中各部分信号都是模拟量。

(2) 离散系统 若系统中某一处或几处的信号是以脉冲系列或数码的形式传递的系统，称为离散系统。离散系统的运动规律可用差分方程描述。计算机控制系统就是典型的离散系统。

二、按给定输入信号特征分类

(1) 恒值系统 给定输入为恒值，要求系统在任何扰动作用下，系统输出量能以一定精度接近给定希望值的系统，称为恒值系统。如生产过程中的温度、压力、流量、液位高度、电机转速等自动控制系统属于恒值系统。

(2) 随动系统 给定输入量是未知的的时间函数，要求系统输出量跟随输入量变化的系统，称为随动系统。如雷达天线跟踪系统、卫星跟踪、自动火炮自动控制系统等属于随动系统。

(3) 程序控制系统 给定输入量是按照已知的时间函数变化的系统，称为程序控制系统。如程序控制车床、热处理炉温度的升温、保温、降温过程等都是按照预先设定的规律进行控制的，它们都属于程序控制系统。

第四节 对控制系统的基本要求

在分析和设计自动控制系统时,需要有一个评价系统优劣的标准,这个标准通常用性能指标来表示。不同的被控对象、不同的工作方式和控制任务,对系统的性能要求往往有所不同。但是,归结起来对系统的基本要求体现在稳定性、动态特性和稳态特性三个方面,或简称为“稳”、“快”、“准”。

一、稳定性

一个处于静止或平衡工作状态的系统,当受到任何输入(给定信号或干扰)作用后,就可能偏离原平衡状态。当作用消失后,系统中的状态和输出都能恢复到原来平衡状态的系统,称为稳定的。若作用消失后系统中的状态和输出发生增幅振荡或单调增长现象的系统,称为不稳定的。

显然,要想使系统正常工作,系统必须是稳定的,而且必须有一定的稳定裕量。稳定性是对系统的最起码的要求,是系统能否正常工作的前提条件。

二、动态特性

稳定的控制系统受到外加输入(给定或扰动)作用后,系统最终会恢复稳定或达到一新的平衡状态。但是,由于系统内机械部件存在质量和惯量、电路中存在储能元件,如电容和电感、以及能量功率的限制,使得系统中的状态和输出不能瞬时变化,而要经历一个过程。系统状态或输出随时间 t 变化的这一过程称为动态过程或过渡过程。动态特性就是反映系统在动态过程中,系统跟踪控制信号或抑制扰动的能力。动态特性好的系统,既要求过渡过程时间短,又要求过程平稳、振荡幅度小。

三、稳态特性

系统在过渡过程结束后,其输出量的状态值,一般用稳态误差来描述。稳态误差的大小反映了系统控制的精确程度。稳态误差值越小的系统,说明系统的控制精度越高,稳态特性越好。

值得注意的是,对于同一个系统体现稳定性、动态特性和稳态特性的稳(定)、快(速)、准(确)这三个要求是互相制约的。提高响应的快速性,可能会引起系统的强烈振动;改善系统相对稳定性,则又可能会使控制过程时间延长,反应迟缓以及精度变差;提高系统的稳态精度,则可能会引起动态特性(平稳性及过渡过程时间)变坏。分析和解决这些矛盾,将是本学科讨论的重要内容。

习 题

1-1 有一水位控制装置如图 1-8 所示。试分析它的控制原理,指出它是开环控制系统还是闭环控制系统?说出它的被控量、输入量及扰动输入量是什么?绘制出其系统框图。

1-2 某生产机械的恒速控制系统原理如图 1-9 所示。系统中除速度反馈外,还设置了电流正反馈以补偿负载变化的影响。试标出速度负反馈、电流正反馈的信号的正、负号并画出框图。

1-3 图 1-10 为温度控制系统的原理图。指出系统的输入量、被控量和控制原理,并画出系统框图。

1-4 图 1-11 是船舶驾驶角位置跟踪系统的原理图。给定值 θ_c 表示命令的角位置,被控量 θ_o 为船舵角位置。说明系统的工作原理,画出系统框图。

1-5 洗衣机控制系统框图如图 1-12 所示。试设计一个闭环控制的洗衣机系统框图。

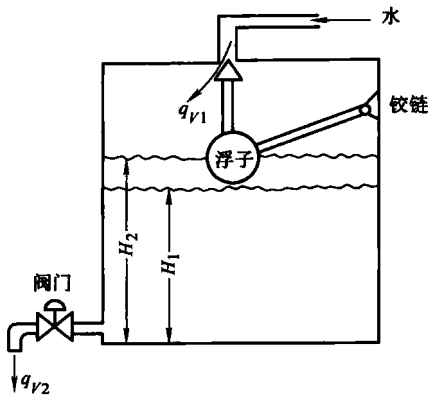


图 1-8 题 1-1 图

q_{v1} —输入流量 q_{v2} —输出流量
 H_1 —实际水位 H_2 —希望水位

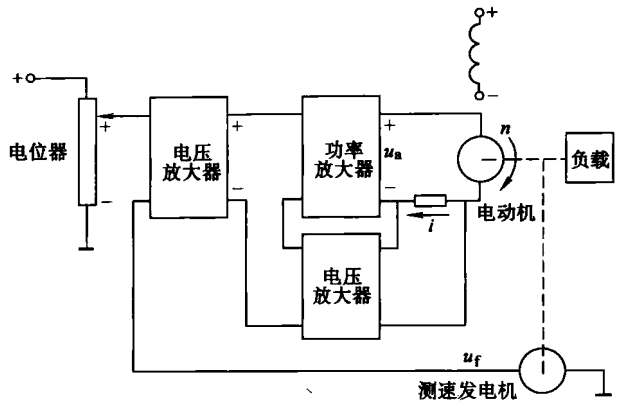


图 1-9 题 1-2 图

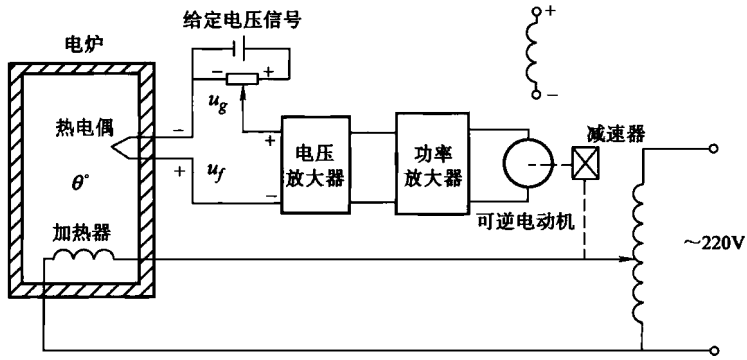


图 1-10 题 1-3 图

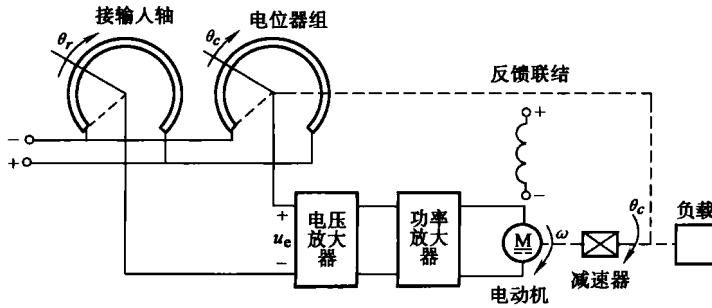


图 1-11 题 1-4 图



图 1-12 题 1-5 图

1-6 有两台汽轮发电机组转速调节系统如图 1-13 所示。试分析它们的控制原理，并指出它们是开环控制还是闭环控制系统？画出系统框图。

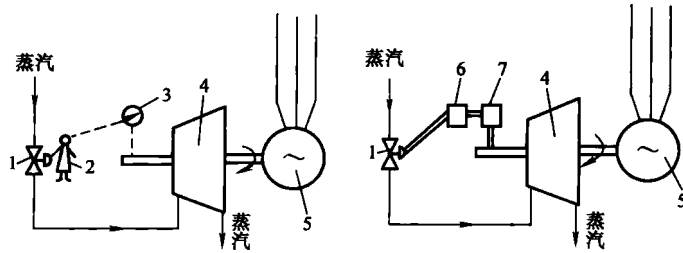


图 1-13 题 1-6 图

1—进气阀 2—操作人 3—转速表 4—汽轮机
5—同步发电机 6—调节器 7—转速检测元件

第二章 线性连续系统的数学模型

控制系统的种类很多，如物理的，生物的，社会经济的等。对于一个具体的系统来讲，其最终目的是能够完成某些规定的任务，达到一定的要求，例如建造一个室内恒温系统，是为了保持室内温度的恒定。人们在设计或检验一个控制系统性能时，主要从动态性能和稳态性能两方面来考虑。为了能较好地利用控制系统为我们服务，就必须掌握其内在规律。为了便于分析，人们常将描述系统工作状态的各物理量随时间变化的规律用数学表达式或图形表示出来，这种描述系统各个物理量之间关系的数学表达式或图形称为系统的数学模型。

当系统的数学模型可以由线性微分方程来描述时，这种系统称为线性系统；反之，则称为非线性系统。严格地讲，实际物理系统都是非线性系统，只是非线性的程度有所不同而已。但是许多系统在一定条件下可以近似地视作线性系统。控制工程中常用的方法就是在简化的线性化模型基础上求得系统的近似特性。

建立数学模型有两种基本方法：机理分析法和实验辨识法。机理分析法是通过理论推导出，这种方法是根据各环节所遵循的物理规律(如力学、运动学、电磁学、热学等)来编写；实验辨识法是由实验求取，即根据实验数据通过整理编写出来。在实际工作中，这两种方法是相辅相成的。由于理论推导是基本的常用方法，本章着重讨论这种方法。

第一节 动态微分方程的编写

编写系统的微分方程，其目的在于通过该方程确定被控量与给定量及扰动量之间的函数关系，为分析或设计系统创造条件。具体步骤是：

首先，要确定系统的输入量和输出量；其次，通过分析研究，根据力学、运动学、电磁学、热学等规律列出描述系统运行规律的一组微分方程；最后，消去中间变量，求出描述系统输入与输出关系的微分方程。

通常，我们把系统的给定量和扰动量作为系统的输入量，被控量为系统的输出量。在输入信号的作用下，系统相应的输出也称为系统的响应。

下面通过举例说明用机理分析法建立系统微分方程的方法和步骤。

例 2-1 编写如图 2-1 所示 RC 电路的微分方程式，步骤如下：

解 (1) 确定电路的输入量和输出量 由图 2-1 可知，当电压 u_i 变化时，将引起电路中电流 i 和电压 u_o 的变化。在这里，取电路的 u_i 为输入量，取 u_o 为输出量，则回路中电流 i 为联系输入和输出的中间变量。

(2) 列出原始微分方程式 根据电路理论得

$$u_i = Ri + u_o$$

$$i = C \frac{du_o}{dt}$$

(3) 消去中间变量 联立以上两个方程式，消去中间变量 i ，可得电路微分方程式：

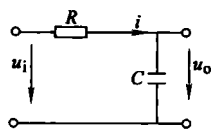


图 2-1 RC 电路原理图

$$RC \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i \quad (2-1)$$

式(2-1)表达了 RC 电路的输入量 u_i 与输出量 u_o 之间的关系。

例 2-2 图 2-2 所示为一弹簧阻尼系统，图中质量为 m 的物体受到外力 F 的作用，产生位移 y ，求该系统以外力 F 为输入， y 为输出的微分方程。

解 (1) 确定电路的输入量和输出量 由已知条件可得，系统外力 F 为输入量，位移 y 为输出量。

(2) 根据力学、运动学原理列写方程式 根据牛顿定律，由图 2-2 所示系统可得系统的外力 F 与系统的弹簧阻力 F_s 及阻尼器的粘性摩擦阻力 F_f 应满足方程：

$$ma = F - F_s - F_f \quad (2-2)$$

式中 m ——物体质量；
 a ——物体的加速度。

而且

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$F_s = ky$$

$$F_f = f \frac{dy}{dt}$$

式中 k ——弹簧系数；
 f ——阻尼器的阻尼系数。

(3) 消去中间变量得出微分方程 将以上三式代入式(2-2)，可得

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + f \frac{dy}{dt} + ky = F \quad (2-3)$$

式(2-3)即为描述该弹簧阻尼系统输入与输出关系的微分方程。

例 2-3 他励式直流电动机是控制系统中常用的执行机构或控制对象。当电枢电压 u_d 发生变化时，则其转速 n 以及角位移 θ 产生相应的变化。

解 (1) 确定输入量和输出量 取输入量为电动机的电枢电压 u_d ，输出量为电动机的转速 n 。

(2) 列写微分方程式 根据回路电压定律由图 2-3 可得电枢回路的微分方程式：

$$e_d + i_d R_d + L_d \frac{di_d}{dt} = u_d \quad (2-4)$$

式中 e_d ——电动机电枢反电动势；
 R_d ——电动机电枢回路电阻；
 L_d ——电动机电枢回路电感；
 i_d ——电动机电枢回路电流。

因为反电动势 e_d 与电动机的转速 n 成正比，可取

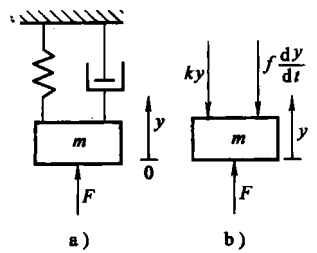


图 2-2 弹簧阻尼系统
a) 原理图 b) 受力图

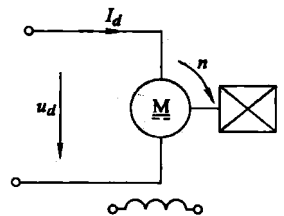


图 2-3 直流电动机电枢回路

$$e_d = C_e n$$

式中 C_e ——电动机电动势常数 $V/(r \cdot \text{min}^{-1})$ 。

因此式(2-4)可以改写为

$$C_e n + i_d R_d + L_d \frac{di_d}{dt} = u_d \quad (2-5)$$

当略去电动机的负载力矩和粘性摩擦力矩时, 机械运动微分方程式(数值方程式)为

$$M = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} \quad (2-6)$$

式中 M ——电动机的转矩($N \cdot m$);

GD^2 ——电动机的飞轮矩($N \cdot m^2$);

t ——时间(s)。

当电动机的励磁不变时, 电动机的转矩与电枢电流成正比, 即电动机转矩为

$$M = C_m i_d \quad (2-7)$$

式中 C_m ——电动机转矩常数。

上述三个方程式为电动机暂态过程的方程式组, 其中电枢电流 i_d 和电动机转矩 M 是中间变量。

(3) 消去中间变量 将式(2-7)代入式(2-6)得

$$i_d = \frac{GD^2}{375 C_m} \frac{dn}{dt}$$

由此得

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{GD^2}{375 C_m} \frac{d^2 n}{dt^2}$$

将上述两式代入式(2-5)并整理, 得

$$\frac{L_d}{R_d} \frac{GD^2}{375} \frac{R_d}{C_m C_e} \frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{GD^2 R_d}{375 C_m C_e} \frac{dn}{dt} + n = \frac{u_d}{C_e}$$

令 $\frac{L_d}{R_d} = T_d$ ——电动机电磁时间常数(s);

$\frac{GD^2}{375} \frac{R_d}{C_m C_e} = T_m$ ——电动机的机电时间常数(s)。

则得

$$T_d T_m \frac{d^2 n}{dt^2} + T_m \frac{dn}{dt} + n = \frac{u_d}{C_e} \quad (2-8)$$

式(2-8)即为电动机的动态微分方程式。

例 2-4 图 2-4 所示为一电阻、电感、电容串联网络, 其中 u 为输入电压, 求以电容两端电压 u_C 为输出的微分方程。

解 根据基尔霍夫回路电压定律, 可列出此电路的电压平衡方程式

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_C = u \quad (2-9)$$

式中 L ——电感;

R ——电阻。

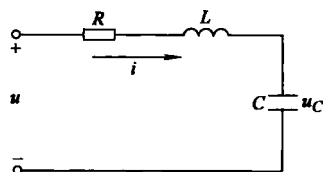


图 2-4 RLC 串联网络