



完全突破

初中新教材精讲精析

丛书主编：张文龙

九年级（上）

数学

配北师大版



接力出版社
Jieli Publishing House

全国优秀出版社
SPLENDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA



配套北京师范大学出版社实验教科书

完全突破

初中新教材精讲精析

丛书主编：张文龙

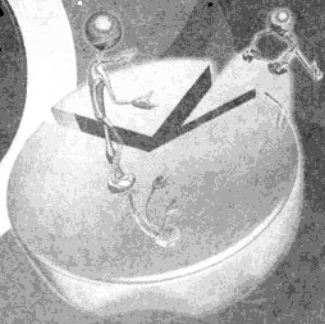
本册主编：高 丽 李 鲁

编 委：邓 彬 冯 丽 贺光耀

九年级（上）

数学

配北师大版



接力出版社 | 全国优秀出版社
Jiali Publishing House | SPANDID PUBLISHING HOUSE IN CHINA

责任编辑:李朝晖

责任校对:李青云

封面设计:王建华

WANQUAN TUPO
CHUZHONG SHUXUE

完全突破

初中数学 九年级(上) 配北师大版

丛书主编:张文龙 本册主编:高丽李鲁

社长:黄俭 总编辑:白冰

接力出版社出版发行

广西南宁市园湖南路9号 邮编:530022

E-mail:jielipub@public.nn.gx.cn

济南申汇印务有限责任公司印刷 全国新华书店经销

开本:889毫米×1240毫米 1/32 印张:9.875 字数:271.5千

2009年5月第1版 2009年5月第1次印刷

ISBN 978-7-5448-0793-7

定价:17.70元

如有印装质量问题,可直接与本社调换。如发现画面模糊,字迹不清,断笔缺画,严重重影等疑似盗版图书,请拨打举报电话。

盗版举报电话:0771-5849336 5849378

读者服务热线:0531-87102305

说
明

本套丛书的具体栏目按学科特点分别设置，充分考虑各学科的区别与内在联系，各栏目层层递进，环环相扣，自成一体，有利于学生系统地全面地学习。



本章综合解说

- * 趣味情境导入
- * 本章内容综述
- * 本章学法指导



课标要求导读 学习目标突破

- (1) 了解作为证明基础的几条公理的内容，掌握证明的基本步骤和书写格式。
- (2) 进一步提高推理论证能力。
- (3) 经历“探索—发现—猜想—证明”的过程，能够用综合法证明等腰三角形的有关性质和判定定理。



教材知识详解 新知识突破

突破 几个有关全等三角形的公理

- (1) 有两边及其夹角对应相等的两个三角形全等(SAS)。
- (2) 有两角及其夹边对应相等的两个三角形全等(ASA)。
- (3) 有三边对应相等的两个三角形全等(SSS)。



综合应用剖析 运用能力突破

综合应用一 数字问题

例4 一个两位数等于它的个位上的数字与十位上的数字积的3倍，并且十位上的数字比个位上的数字小2，求这个两位数(只列出方程，不求解)。



思维误区警示 疑难盲区突破

误区一 在等腰三角形中，易出现思维定势性错误，误把已知边角特定化，而忽略了分情况讨论。

例14 已知等腰三角形的两边长分别为2和5，则它的周长为

- A. 12 或 9 B. 12 C. 9 D. 7



学业水平测试 自主评价突破 (时间:30分钟 满分:50分)

一、选择题 (每题3分,共18分)

1. 已知等腰三角形的两个角之比为1:2,则顶角的度数是 ().
- A. 90° B. 36° C. 36° 或 90° D. 120°

本章综合解说

该部分通过生动有趣的情境故事，激发学生学习数学的兴趣；分析了本章的主要内容、重点、难点；最后介绍了学习本章所要用的具体的学习方法。

课标要求导读

让学生充分了解本节学习的目标及重、难点。

教材知识详解

通过对教材内容进行详细、深刻、透彻的讲解，激发学生对未知事物、现象的探究精神，使学生对知识点的理解更加深入。

综合应用剖析

创设问题情境，将实际生活中的一些事例与本节知识相结合，引导学生实现从知识到能力的过渡。

思维误区警示

通过具体实例剖析本节内容中的易错点，并对出错原因进行分析，帮助学生夯实基础，掌握基本的解题方法。

学业水平测试

考查基础知识，注重活学活用。通过这些测试题帮助学生巩固所学知识，提高解题能力。

本书特点

- ★理念——立足于科学和教育的前沿，以服务教学、服务于学生为宗旨，深入开发学生潜能，努力提高教学效益。
- ★视角——锁定新课程标准，捕捉考试新动向，紧扣学生认知新特点。
- ★体例——注重学法，释难解疑，激发兴趣，扫除障碍。精心设计习题，点拨解题思路，总结解题规律，纠正误区偏向。

新中考指向标

深入解读最新考纲，探究命题规律，展示中考真题，让学生在平时的学习中走进中考，对中考要求及题型有清晰的了解。

章末总结

对本章的知识，学习方法进行系统整理，让学生从宏观的角度补充掌握本章的知识。

本章综合评价测试

综合本章知识要点，按照中考试题的题量、难易度、要求进行命题，及时反馈学习效果。

答案与提示

稍有难度的题目皆提供详细的解题步骤和思路点拨，鼓励一题多解。让学生不但知其然，而且知其所以然，养成良好、规范的答题习惯。

教材习题解答

与教材同步，对教材课后习题全面解答，讲析结合，具有很强的针对性、实用性。



新中考指向标 中考题关突破

本节是中考命题的重点，题型多种多样，有填空、选择、计算、证明等基本题型，也有开放、探究、操作等新型题，同时也注重分类讨论思想的考查，分值在3~12分之间，本节知识强调边角关系的相互转化，对各种命题题型注意从边、角两方面进行探究总结。

1. (2008·安徽) 如图1-1-40所示，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=5$ ，

第一章章末总结

突破 1. 等腰三角形、等边三角形的性质

[突破解读] 等腰三角形：有两条边相等，并且等边对等角。此外等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合（简称三线合一）。

等边三角形：是特殊的等腰三角形，除具有等腰三角形的性质外，它的每个内角均为 60° ，三条边也相等。

第一章综合评价测试

一、选择题。（每题3分，共21分）

1. $\triangle ABC$ 中， $\angle C=9\angle B$ ， $\angle A=8\angle B$ ，这个三角形的形状为（ ）。

- A. 钝角三角形
- B. 锐角三角形
- C. 直角三角形
- D. 一个内角为 80° 的非直角三角形

答案与提示

- 提示：两个已知条件和公共边AC。
- 提示：利用邻补角，转化为两个内角相等，再加上一条公共边。
- 先证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，得出 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ 。

教材习题解答

- 已知 已知 公共边 SSS 全等三角形的对应角相等
- 证明： $\because BE=CF, \therefore BE+EC=CF+EC. \therefore BC=EF.$
 $\because AB=DE, AC=DF, \therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF(SSS). \therefore \angle A = \angle D$

目 录

CONTENTS

| | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 第一章 证明(二) (1) | 学业水平测试 (28) |
| 本章综合解说 (1) | 新中考指向标 (29) |
| 1. 你能证明它们吗 (2) | 4. 角平分线 (30) |
| 课标要求导读 (2) | 课标要求导读 (30) |
| 教材知识详解 (2) | 教材知识详解 (30) |
| 综合应用剖析 (10) | 综合应用剖析 (33) |
| 思维误区警示 (11) | 思维误区警示 (34) |
| 学业水平测试 (12) | 学业水平测试 (35) |
| 新中考指向标 (14) | 新中考指向标 (37) |
| 2. 直角三角形 (15) | 第一章章末总结 (38) |
| 课标要求导读 (15) | 知识综合梳理 (38) |
| 教材知识详解 (15) | 应用能力解读 (40) |
| 综合应用剖析 (18) | 第一章综合评价测试 (42) |
| 思维误区警示 (20) | 第二章 一元二次方程 (45) |
| 学业水平测试 (21) | 本章综合解说 (45) |
| 新中考指向标 (22) | 1. 花边有多宽 (46) |
| 3. 线段的垂直平分线 (23) | 课标要求导读 (46) |
| 课标要求导读 (23) | 教材知识详解 (46) |
| 教材知识详解 (24) | 综合应用剖析 (48) |
| 综合应用剖析 (26) | 思维误区警示 (50) |
| 思维误区警示 (27) | 学业水平测试 (51) |

| | | | |
|---------------------|------|------------------|-------|
| 新中考指向标 | (52) | 学业水平测试 | (84) |
| 2. 配方法 | (53) | 新中考指向标 | (86) |
| 课标要求导读 | (53) | 第二章章末总结 | (86) |
| 教材知识详解 | (53) | 知识综合梳理 | (86) |
| 综合应用剖析 | (57) | 应用能力解读 | (88) |
| 思维误区警示 | (58) | 第二章综合评价测试 | (89) |
| 学业水平测试 | (59) | 第三章 证明(三) | (92) |
| 新中考指向标 | (61) | 本章综合解说 | (92) |
| 3. 公式法 | (61) | 1. 平行四边形 | (93) |
| 课标要求导读 | (61) | 课标要求导读 | (93) |
| 教材知识详解 | (61) | 教材知识详解 | (93) |
| 综合应用剖析 | (65) | 综合应用剖析 | (99) |
| 思维误区警示 | (67) | 思维误区警示 | (103) |
| 学业水平测试 | (68) | 学业水平测试 | (103) |
| 新中考指向标 | (69) | 新中考指向标 | (105) |
| 4. 分解因式法 | (70) | 2. 特殊平行四边形 | (107) |
| 课标要求导读 | (70) | 课标要求导读 | (107) |
| 教材知识详解 | (70) | 教材知识详解 | (107) |
| 综合应用剖析 | (74) | 综合应用剖析 | (113) |
| 思维误区警示 | (74) | 思维误区警示 | (115) |
| 学业水平测试 | (75) | 学业水平测试 | (115) |
| 新中考指向标 | (76) | 新中考指向标 | (118) |
| 5. 为什么是 0.618 | (76) | 第三章章末总结 | (119) |
| 课标要求导读 | (76) | 知识综合梳理 | (119) |
| 教材知识详解 | (76) | 应用能力解读 | (122) |
| 综合应用剖析 | (77) | 第三章综合评价测试 | (124) |
| 思维误区警示 | (83) | 第四章 视图与投影 | (129) |

| | | | |
|-----------------|-------|-------------------|-------|
| 本章综合解说 | (129) | 本章综合解说 | (160) |
| 1. 视图 | (130) | 1. 反比例函数 | (160) |
| 课标要求导读 | (130) | 课标要求导读 | (160) |
| 教材知识详解 | (130) | 教材知识详解 | (161) |
| 综合应用剖析 | (132) | 综合应用剖析 | (163) |
| 思维误区警示 | (134) | 思维误区警示 | (164) |
| 学业水平测试 | (134) | 学业水平测试 | (165) |
| 新中考指向标 | (136) | 新中考指向标 | (166) |
| 2. 太阳光与影子 | (138) | 2. 反比例函数的图象与性质 | |
| 课标要求导读 | (138) | | (167) |
| 教材知识详解 | (138) | 课标要求导读 | (167) |
| 综合应用剖析 | (141) | 教材知识详解 | (167) |
| 思维误区警示 | (142) | 综合应用剖析 | (171) |
| 学业水平测试 | (143) | 思维误区警示 | (173) |
| 新中考指向标 | (145) | 学业水平测试 | (173) |
| 3. 灯光与影子 | (146) | 新中考指向标 | (175) |
| 课标要求导读 | (146) | 3. 反比例函数的应用 | (176) |
| 教材知识详解 | (146) | 课标要求导读 | (176) |
| 综合应用剖析 | (150) | 教材知识详解 | (176) |
| 思维误区警示 | (152) | 综合应用剖析 | (179) |
| 学业水平测试 | (152) | 思维误区警示 | (181) |
| 新中考指向标 | (153) | 学业水平测试 | (181) |
| 第四章章末总结 | (154) | 新中考指向标 | (183) |
| 知识综合梳理 | (154) | 第五章章末总结 | (184) |
| 应用能力解读 | (156) | 知识综合梳理 | (184) |
| 第四章综合评价测试 | (157) | 应用能力解读 | (185) |
| 第五章 反比例函数 | (160) | 第五章综合评价测试 | (187) |

| | | | |
|-------------------------|-------|--------------------------|-------|
| 第六章 频率与概率 | (191) | 综合应用剖析 | (213) |
| 本章综合解说 | (191) | 思维误区警示 | (213) |
| 1. 频率与概率 | (192) | 学业水平测试 | (214) |
| 课标要求导读 | (192) | 新中考指向标 | (215) |
| 教材知识详解 | (192) | 4. 池塘里有多少条鱼 | (216) |
| 综合应用剖析 | (198) | 课标要求导读 | (216) |
| 思维误区警示 | (200) | 教材知识详解 | (217) |
| 学业水平测试 | (201) | 综合应用剖析 | (219) |
| 新中考指向标 | (203) | 思维误区警示 | (220) |
| 2. 投针试验 | (204) | 学业水平测试 | (220) |
| 课标要求导读 | (204) | 新中考指向标 | (222) |
| 教材知识详解 | (204) | 第六章章末总结 | (223) |
| 综合应用剖析 | (206) | 知识综合梳理 | (223) |
| 思维误区警示 | (206) | 应用能力解读 | (224) |
| 学业水平测试 | (207) | 第六章综合评价测试 | (226) |
| 新中考指向标 | (209) | 九年级上学期期末综合评价测试 | |
| 3. 生日相同的概率 | (210) | | (230) |
| 课标要求导读 | (210) | 答案与提示 | (234) |
| 教材知识详解 | (210) | 教材习题解答 | (275) |



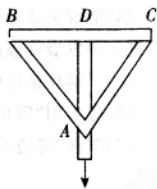
第一章 证明(二)

本章综合解说

* 趣味情境导入

如图,三角形测平架中, $AB=AC$,在 BC 的中点 D 挂一个重锤,自然下垂,调整架身,使点 A 正好在重锤线上. 则:

- (1) AD 与 BC 成什么关系?
- (2) AB 与 $\angle BAC$ 的关系是什么?
- (3) 通过以上(1)、(2)的结论,你发现了什么?



实际上,利用前面学过的公理和定理,我们不仅可以得出结论,而且还能证明与三角形有关的其他许多结论,并用这些结论证明一些实际问题.

* 本章内容综述

从“证明(一)”开始,课本从几条公理出发,展开了对平行线等图形性质的严格证明,本章将继续对其他一些图形的性质进行证明. 本章所证明的命题大都与等腰三角形和直角三角形有关,主要包括:等腰三角形及直角三角形的性质定理及判定定理.

* 本章学法指导

1. 使学生经历探索、猜测、证明的过程,进一步体会证明的必要性.
2. 在证明等腰三角形问题时,要充分利用“三线合一”和“等边对等角”等.
3. 判定直角三角形,可利用:①有一角是直角的三角形是直角三角形;②两锐角互余的三角形是直角三角形;③勾股定理.
4. 在涉及线段垂直平分线和角平分线的问题时,可以作辅助线,使题设条件与结论建立联系.



1. 你能证明它们吗



课标要求导读

学习目标突破

(1) 了解作为证明基础的几条公理的内容,掌握证明的基本步骤和书写格式.

(2) 进一步提高推理论证能力.

(3) 经历“探索—发现—猜想—证明”的过程,能够用综合法证明等腰三角形的有关性质和判定定理.

(4) 能够灵活运用公理和等腰三角形的有关性质定理进行相关题目的证明,进一步发展推理能力.

(5) 了解反证法的推理方法.

(6) 会运用“等角对等边”解决实际应用及相关证明问题.

(7) 掌握“等边对等角的判定”及“锐角为 30° 的直角三角形性质”的证明.



教材知识详解

新知识点突破

突破 1. 几个有关全等三角形的公理

(1) 有两边及其夹角对应相等的两个三角形全等(SAS).

(2) 有两角及其夹边对应相等的两个三角形全等(ASA).

(3) 有三边对应相等的两个三角形全等(SSS).

(4) 全等三角形的对应边相等,对应角相等.

数学语言:如图 1-1-1,1-1-2 所示.

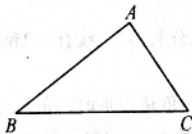


图 1-1-1

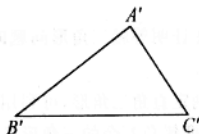


图 1-1-2

$$\textcircled{1} \because AB=A'B', \angle A=\angle A', AC=A'C',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'.$$





$$\textcircled{2} \because \angle B = \angle B', BC = B'C',$$

$$\angle C = \angle C',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'.$$

$$\textcircled{3} \because AB = A'B', BC = B'C',$$

$$AC = A'C',$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'.$$

$$\textcircled{4} \because \triangle ABC \cong \triangle A'B'C',$$

$$\therefore AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C',$$

$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'.$$

(5) 推论: 两角及其中一角的对边对应相等的两个三角形全等(AAS).

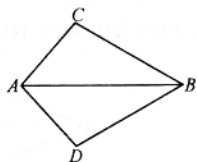


图 1-1-3

例1 如图 1-1-3 所示, 已知 $AC = AD$, $\angle CAB = \angle DAB$. 求证: $\triangle ACB \cong \triangle ADB$.

[分析] 本题中要注意公共边 AB 这个隐含条件.

证明: 在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle ADB$ 中,

$$\because AC = AD, \angle CAB = \angle DAB, AB = AB,$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ADB (\text{SAS}).$$



利用公理证明三角形全等, 有以下几种常用的方法: ① 定义; ② SSS; ③ SAS; ④ ASA; ⑤ AAS.

跟踪练习 如图 1-1-4 所示, 已知

$AD \parallel BC, AD = CB$, 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CBA$.

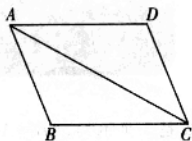


图 1-1-4

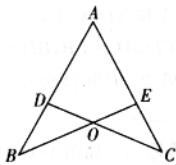


图 1-1-5

例2 如图 1-1-5 所示, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 AC 上, BE 和 CD 相交于点 O , 已知 $AB = AC, \angle B = \angle C$. 求证: $BD = CE$.

[分析] BD 和 CE 分别在 $\triangle BOD$ 和 $\triangle COE$ 中, 由已知条件不能直接证明 $\triangle BOD \cong \triangle COE$. 但已知 $AB = AC, AB, BD$ 及 AC, CE 分别在一条直线上, 如果能证明 $AD =$



这种间接证明方法体现了转化思想, 可以将未知的转化为已知的, 不确定的转化为确定的.





AE, 就可以得到 $BD=CE$. 而 AD 和 AE 分别在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle AEB$ 中, 由此须证 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$.

证明: 在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle AEB$ 中,

$$\because \angle A = \angle A, AC = AB, \angle C = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB (\text{ASA}).$$

$$\therefore AD = AE.$$

$$\text{又} \because AB = AC, \therefore BD = CE.$$

跟踪练习 2. 如图 1-1-6 所示, 已知 $\angle DAB = \angle BAC$, $\angle DBE = \angle EBC$. 求证: $AC = AD$.

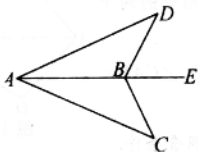


图 1-1-6

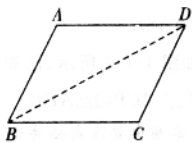


图 1-1-7

例 3 如图 1-1-7 所示, 已知 $AB = DC$, $AD = BC$. 求证: $\angle A = \angle C$.

[分析] 要证明 $\angle A = \angle C$, 可设法使它们分别在两个全等三角形中, 为此, 只要连结 BD 即可.

证明: 连结 BD.

在 $\triangle BDA$ 和 $\triangle DBC$ 中,

$$\because AB = CD, AD = CB, BD = DB,$$

$$\therefore \triangle BDA \cong \triangle DBC (\text{SSS}).$$

$$\therefore \angle A = \angle C.$$



作辅助线是几何证明题中常用的一种方法, 添加辅助线可以将条件中隐含的有关图形的性质充分显示出来, 使题设条件与结论建立逻辑联系.

跟踪练习 3. 如图 1-1-8 所示, $\triangle ABC$ 是一个钢架, $AB = AC$, AD 是连结点 A 与 BC 中点 D 的支架. 求证: $AD \perp BC$.

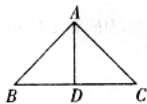


图 1-1-8

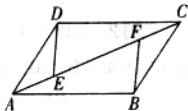


图 1-1-9

例 4 如图 1-1-9 所示, $AB = CD$, $BC = DA$, E, F 是 AC 上的两点, 且 $AE = CF$. 求证: $BF = DE$.



[分析] 观察图形, BF 、 DE 分别在 $\triangle CFB$ 和 $\triangle AED$ (或 $\triangle AFB$ 和 $\triangle CED$) 中, 由已知条件不能直接证明这两个三角形全等, 这时, 可由已知条件先证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 由此得 $\angle ACB = \angle CAD$.

证明: 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,
 $\because AB=CD, BC=DA, CA=AC,$
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$ (SSS).
 $\therefore \angle ACB = \angle CAD.$

在 $\triangle BCF$ 和 $\triangle DAE$ 中,
 $\because BC=DA, \angle ACB = \angle CAD, CF=AE,$
 $\therefore \triangle BCF \cong \triangle DAE$ (SAS).
 $\therefore BF=DE.$

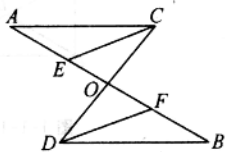


图 1-1-10

跟踪练习 4. 如图 1-1-10 所示, AB 、 CD 相交于点 O , $AC \parallel DB$, $OC=OD$, E 、 F 为 AB 上两点, 且 $AE=BF$. 求证: $CE=DF$.

突破 2. 等腰三角形的性质

等腰三角形的两底角相等, 即等边对等角.

数学语言: 如图 1-1-11 所示.

$\because AB=AC, \therefore \angle B = \angle C.$

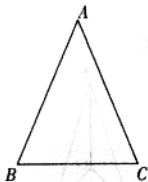


图 1-1-11

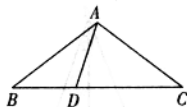


图 1-1-12

例 5 如图 1-1-12 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 在 BC 上, 且 $BD=AD$, $DC=AC$. 求 $\angle B$ 的度数.

[分析] 把“等边对等角”这一性质用在三个不同的等腰三角形中, 然后用方程思想解决. 列方程的依据是三角形内角和定理.

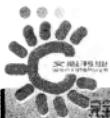
解: $\because AB=AC, \therefore \angle B = \angle C.$

同理: $\angle B = \angle BAD, \angle CAD = \angle CDA.$

设 $\angle B = x^\circ$, 则 $\angle C = x^\circ, \angle BAD = x^\circ.$

$\therefore \angle ADC = 2x^\circ, \angle CAD = 2x^\circ.$

此题应用了方程的思想. 方程思想的应用, 可以简化某些几何问题的解法.



在 $\triangle ADC$ 中, $\because \angle C + \angle CAD + \angle ADC = 180^\circ$,

$$\therefore x^\circ + 2x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ. \therefore x^\circ = 36^\circ.$$

答: $\angle B$ 的度数为 36° .

跟踪练习 5. (1) 如图 1-1-13 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 上一点, 并且

$AB=AD, DB=DC$. 若 $\angle C=29^\circ$, 则 $\angle A=$ _____.

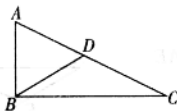


图 1-1-13



图 1-1-14

(2) 如图 1-1-14 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD=BC=AD$. 求 $\triangle ABC$ 各角的度数.

突破 3. 推论

等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高线互相重合, 即三线合一定理.

数学语言: 如图 1-1-15 所示.

$$\because AB=AC, \angle 1=\angle 2, \therefore BD=CD, AD \perp BC.$$



图 1-1-15

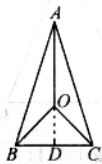


图 1-1-16

例 6 如图 1-1-16 所示, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $OB=OC$. 求证: $AO \perp BC$.

[分析] 要证 $AO \perp BC$, 即证点 O 在三角形底边 BC 的高上. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 根据三线合一定理, 只要先证 AO 是 $\angle A$ 的平分线即可.

证明: 延长 AO 交 BC 于 D .

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 中,

$$\because AB=AC, OB=OC, AO=AO,$$



$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACO$ (SSS).
 $\therefore \angle BAO = \angle CAO$, 即 $\angle BAD = \angle CAD$.
 $\therefore AD \perp BC, AO \perp BC$.

跟踪练习 如图 1-1-17 所示, 已知点 D, E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $AB = AC, AD = AE$. 求证: $BD = CE$.

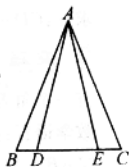


图 1-1-17

突破 4. 等腰三角形的判定定理

有两个角相等的三角形是等腰三角形, 即等角对等边.

数学语言: 如图 1-1-18 所示.

$\because \angle B = \angle C, \therefore AB = AC$.



图 1-1-18

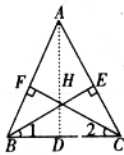


图 1-1-19

例 7 如图 1-1-19 所示, BE 和 CF 是 $\triangle ABC$ 的高, H 是 BE 和 CF 的交点, $HB = HC$. 求证: $AB = AC$.

[分析] 本题主要考查了等腰三角形的判定定理及三角形全等的判定、性质定理的应用. 一是利用三角形全等证 $\triangle ABC$ 中两角相等, 再判定得出 $AB = AC$; 二是利用三角形垂心的性质及垂直平分线的性质定理证得结论.

证明: 方法一: $\because HB = HC, \therefore \angle 1 = \angle 2$. 在 $\triangle BFC$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle BFC = \angle CEB = 90^\circ, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ BC = CB, \end{cases} \quad \therefore \triangle BFC \cong \triangle CEB.$$

$\therefore \angle FBC = \angle ECB. \therefore AB = AC$.

方法二: 连结 AH , 延长 AH 交 BC 于 D .

$\because BE \perp AC, CF \perp AB$,

$\therefore H$ 是 $\triangle ABC$ 的垂心. $\therefore AD \perp BC$.

又 $HB = HC, \therefore AD$ 垂直平分 BC .

$\therefore AB = AC$.

跟踪练习 如图 1-1-20 所示, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D, E 在 AC, BC 上, 且 $DE \parallel AB, DF \perp DE$,

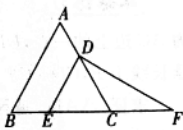


图 1-1-20



交 BC 的延长线于点 F .

求证: $CD=CF$.

突破 5. 等边三角形的判定

有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形.

数学语言: 如图 1-1-21 所示.

$\because AB=AC, \angle B=60^\circ$ (或 $\angle A=60^\circ$, 或 $\angle C=60^\circ$),

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

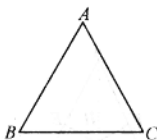


图 1-1-21

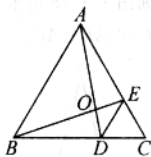


图 1-1-22

例 8 如图 1-1-22 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD=BE, ED=CD$. $\angle CBE = \angle CAD$, 则图中的等边三角形有 () 个.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[分析] 根据已知条件可证得 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 从而可得 $CD=CE, AC=BC$. 再由 $ED=CD$ 可得 $CD=CE=ED$, 根据等边三角形的定义和有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形即可判断 $\triangle CDE$ 和 $\triangle ABC$ 均是等边三角形.

解: 在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

$\because \angle CAD = \angle CBE, \angle C = \angle C, AD = BE,$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (AAS).

$\therefore CD = CE, AC = BC.$

又 $\because ED = CD, \therefore CD = CE = ED.$

$\therefore \triangle CDE$ 是等边三角形. $\therefore \angle C = 60^\circ.$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形

故应选 B.

跟踪练习 8. 如图 1-1-23 所示, 在 $\triangle ABC$ 中, D

为 AC 边上的一点, $DE \perp AB$ 于 E , ED 的延长线交 BC 的延长线于 F , $CD=CF$, 且 $\angle F=30^\circ$.

求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形.

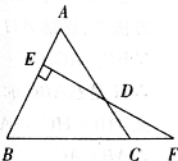


图 1-1-23

