

思维训练宝典

学谋略读《孙子兵法》
练思维读《孙子算经》

学习型中国·读书工程教研中心

香港东方教育研究院

联合推荐

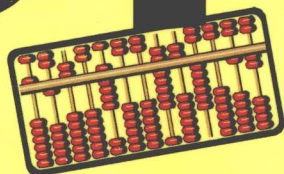
越玩越聪明的 孙子



算算术、练思维、做游戏

边玩边算，边算边玩，体验在兴奋与快乐的心情中变聪明的美妙！

算经



美国加州大学数学博士 王擎天 编著
台湾数学教育界巨擘

本书适读人群：6~99岁都需要的算术“兵书”

孩子：启发数学思维，培养学习兴趣

中小学生：增强对应用数学的理解，让学数学不再抽象

成年人：提升思维能力，在工作和学习中胜人一筹

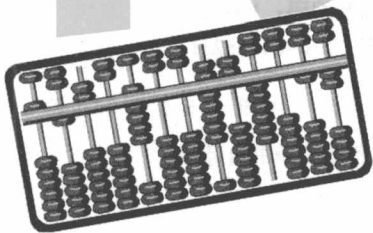
中国纺织出版社



美国加州大学数学博士 王擎天 编著
台湾数学教育界巨擘

越玩越聪明的

孙子算经



中国纺织出版社



内 容 提 要

本书是一本大众趣味数学读物，以中国古代数学名著《孙子算经》为蓝本，用现代方式对其中的45道古代算术题目（如《雉兔同笼》、《物不知数》、《三女归宁》等）进行层层解析，并辅以大量古今拓展题目，全面展现了中国古代算术文化的无穷魅力和古人灵巧的思维方式。阅读本书，读者不仅能从古人那里继承思维法宝、提升思维能力，还能领略中华传统算术文化的风采，掌握古代度量衡等文化常识。

图书在版编目（CIP）数据

越玩越聪明的孙子算经 / 王擎天编著. —北京：

中国纺织出版社，2009.12

ISBN 978-7-5064-5728-6

I. 越… II. 王… III. 古算经—中国—普及读物 IV. 0112-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第093034号

策划编辑：曲小月 责任编辑：赫九宏

特约编辑：赵梦媛 责任印制：周 强

中国纺织出版社出版发行

地址：北京东直门南大街6号 邮政编码：100027

邮购电话：010-64168110 传真：010-64168231

<http://www.c-textilep.com>

E-mail: faxing@c-textilep.com

北京华戈印务有限公司印刷 各地新华书店经销

2009年12月第1版第1次印刷

开本：787×1092 1/16 印张：12

字数：400千字 定价：19.80元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社图书营销中心调换

《孙子算经》原序

孙子曰：夫算者，天地之经纬，群生之元首，五常^①之本末，阴阳之父母，星辰之建号，三光^②之表里，五行^③之准平，四时之终始，万物之祖宗，六艺^④之纲纪。稽群伦之聚散，考二气^⑤之降升；推寒暑之迭运，步远近之殊同；观天道精微之兆基，察地理纵横之长短；采神祇之所在，极成败之符验；穷道德之理，究性命之情。立规矩，准方圆^⑥，谨法度，约尺丈，立权衡，平重轻，剖毫厘，析黍黍^⑦。历亿载而不朽，施八极而无疆^⑧。散之不可胜究，敛之不盈掌握。向之者富有余，背之者贫且窳^⑨。心开者幼冲而即悟，意闭者皓首而难精。夫欲学之者必务量能揆己，志在所专。如是则焉有不成者哉。

【注释】

①五常：仁、义、礼、智、信。

②三光：日、月、星。

③五行：水、火、木、金、土，古代称之为构成各种物质的五种元素。也有人认为“五行”即“五常”（仁、义、礼、智、信）。

④六艺：礼、乐、射、御、书、数六种科目。

⑤二气：阴、阳。

⑥规、矩、方、圆：规即圆规，矩即曲尺。以规画圆，以矩写方。

⑦毫、厘、黍、粟：毫、厘，古代长度单位名。黍、粟，古代重量单位名。粟，亦作“累”。

⑧八极：八方极远的地方。

⑨窳（音 jù）：贫寒。

导 读

本书对第二章至第六章的每道题目进行了评估，“思维训练方向”揭示了每道题将在哪个思维领域强化我们的脑力，本书的“思维训练方向”有以下几个：

☞ 判断思维：对是非、对错、好坏等对立概念做出非此即彼、非彼即此的判断。

☞ 归纳思维：一种概括性思维、由一系列具体事实总结出一般的、普遍性的方法和原理。

☞ 演绎思维：与归纳思维相对的推理方法，由一般原理推演出具体情况下的结论。

☞ 逆向思维：与正常的思维顺序相反，一种具有“反其道而行之”意味的思维方式。

☞ 假设思维：设定一种假想情境，将问题简化或者尝试性地探寻可能答案。

☞ 计算思维：专指数学运算思维。这里的“数学运算”包括普通运算和灵活运算。

☞ 数字思维：与计算思维的不同之处在于它所关注的对象不是运算，而是数字本身，比如大小、数字特征等。

☞ 观察思维：对图形的视觉捕捉和视觉认知能力。

☞ 图像思维：形象思维的一部分，指理解、应用图形特征的能力，特别是理解、应用平面图形的思维能力。

☞ 空间思维：区别于平面思维，专指对立体几何图形的理解和想象能力。

☞ 创意思维：创新思维，用前所未有的或者与众不同的灵活方式化解难题的思维方法。

☞ 发散思维：不拘泥于用一种方法解答问题，通常是举一反三式的思维方式。

目录

→ 第一章 算经操练热身篇

第一节 了解古代度量衡 / 2

什么是度量衡	2
《孙子算经》中的度量衡	4
古今度量衡比较	7

第二节 古代算数“兵器” / 10

什么是算筹	10
筹算方法	10

→ 第二章 千古名题抢先看

第一节 雉兔同笼 / 16

算题 1 雉兔同笼	16
-----------------	----

第二节 物不知数 / 23

算题 2 物不知数	23
-----------------	----

第三节 盈不足 / 32

算题 3 多人共车 32

算题 4 贼人盗绢 33

算题 5 城人分鹿 38

第四节 河妇荡杯 / 41

算题 6 河妇荡杯 41

第五节 三女归宁 / 45

算题 7 三女归宁 45

→ 第三章 数字魔方转转转

第一节 千年前的约分术 / 52

算题 8 约分 $\frac{12}{18}$ 52

第二节 能量巨大的乘方运算 / 55

算题 9 计算 812 55

算题 10 棋盘格几何 56

算题 11 九九数歌 58

第三节 口算开平方 / 64

算题 12 给 234567 开方 64

第四节 古代方程 / 67

算题 13 三人持钱 67

算题 14 二人持钱 69

第五节 数字魔方转不停 / 77

→ 第四章 分配魔棒轻巧点

第一节 均分 / 86

算题 15	均分绢	86
算题 16	均分绵	87
算题 17	征兵	87
算题 18	均载	88

第二节 衰分 / 91

算题 19	九家输租	91
算题 20	三鸡啄粟	95
算题 21	81人分钱	98
算题 22	巧女织布	99
算题 23	五侯分橘	102
算题 24	三人分米	104

→ 第五章 “商务通”, 脑中安

第一节 公平交易 / 112

算题 25	粟换糯米	112
算题 26	粟换稗米	113
算题 27	粟换粳米	113
算题 28	粟换御米	114
算题 29	以粟易豆	115

第二节 创意理财 / 123

算题 30	丝之斤息	123
-------	------	-----

→ 第六章 图形王国乐无边

第一节 一维空间——“线” / 130

- 算题 31 以索围方 130
- 算题 32 绳测木长 131
- 算题 33 度影测竿 133

第二节 二维空间——“面” / 143

- 算题 34 一束方物 143
- 算题 35 转砌屋基——长方形的面积 145
- 算题 36 桑生方田中——正方形的面积 146
- 算题 37 3种方法求圆的面积 147

第三节 三维空间——“体” / 155

- 算题 38 方窖容积 155
- 算题 39 圆窖容积 156
- 算题 40 方木做枕 157
- 算题 41 方沟体积 158
- 算题 42 粟堆的体积 159
- 算题 43 河堤的体积 160
- 算题 44 商功——筑城 161
- 算题 45 商功——穿渠 162

附录 头脑风暴部分的答案 / 167



第一章 算经操练热身篇

导语：

跟随孙子操练算法——你准备好了吗？也许你早已跃跃欲试，也许你还感到信心不足，无论怎样，都先不要着急。你应该平静下来，认真阅读本书的第一章。开篇的这一章将向你介绍解答古代算数题目需要具备的知识——古代度量衡制度以及比珠算更古老的筹算文化，除此之外，这一章还安排了一些简单的算题帮你巩固刚刚学到的知识、为解答接下来的难题做好准备。千万不要忽略这部分内容，它是你智勇闯关并最终提升思维能力的保障。相信这一章提供的大量文化、历史信息，也将促使你对中国古代文化产生更进一步的理解。





第一节 了解古代度量衡

什么是度量衡

度量衡是对事物长短、体积(容积)、轻重的测量与表述,它伴随着农业生产的发展而产生,协助人们开展测量、统计工作,使准确分配生产资料与劳动成果成为可能。中国古代的计量起源虽然可以追溯至远古时代,但当时人们的认识和生产水平都非常有限,度量衡也仅处于自身发展的萌芽阶段。秦始皇统一六国之后,规范了度量衡制度,到那时候为止,中国古代的计量标准已经相当完备了。再到《孙子算经》成书的魏晋时期,尽管政权交替频繁,但度量衡制度却基本延续秦汉时期的标准,单位名称稳定、单位级别划分精细。不过,也正是因为中国古代的度量单位划分过于精细,表述繁杂,且与今天国际通用的计量标准出入较大,因此早已被废止不用了。为了让大家在操练“孙子算经”时不致被陌生、琐细的单位名称困扰,我们有必要在实题闯关之前先来熟悉一下《孙子算经》里的单位名称。当然,了解单位名称也是认识古代社会文化的一种有效途径,所以,阅读下面的内容,你将得到双重收获。

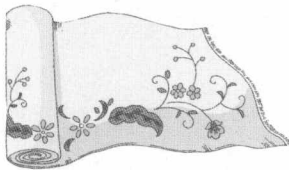
首先,让我们先看几道《孙子算经》中的题目:

【原题】

今有锦^①一疋^②,直^③钱一万八千。问丈、尺、寸各直几何?(选自《孙子算经》21卷下)

【注释】

- ①锦:有彩色花纹的丝织品。
- ②疋:匹。
- ③直:通“值”。



【译文】

现有锦一匹,值 18000 钱。问每丈、每尺、每寸锦各值多少钱?

这道题涉及“度”——长度单位的换算知识。虽然只是一道很简单的一步除法题,但如果你不知道丈、尺、寸之间的换算关系,恐怕想上几个小时也难以得出正确答案。

这道题究竟如何解答,我们过会儿再讨论。现在再看一道有关“量”——容积单位的题目:

【原题】

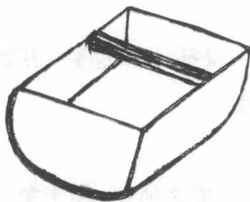
今有粟^①二千三百七十四斛,斛加三升。问共粟几何?(选自《孙子算经》12 卷下)

【注释】

①粟:谷子。

【译文】

现有粟 2374 斛,每斛增加 3 升。问一共有多少粟?



这道题目的答案是 2445 斛 2 斗 2 升。你一定又有点糊涂了,“升”这个单位对你来说应该还不算陌生,但是“斛”和“斗”是什么,它们代表多大容积,你大概就没有任何概念。而且你要知道,这里的“升”绝非今天的“升”,它俩只是同名,容量可差得远呢!

最后,我们再来看一道和“衡”——轻重相关的题目:

【原题】

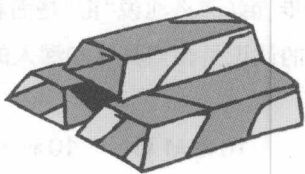
今有黄金一斤,直钱一十万。问两直^①几何?(选自《孙子算经》20 卷下)

【注释】

①直:通“值”。

【译文】

现有黄金一斤,值 10 万钱,问每两黄金值多少钱?



你是不是正在暗自高兴——“这道题太简单了,我已经算出答案了!”那么,你的答案和《孙子算经》的答案一致吗?《孙子算经》得 6250 钱。如果你算错了,可千万要记住,我国古代的斤两换算关系可是不同于今天的斤两关系!

怎么样,看过上面的几道题目以后,你是不是已经接受了刚才的建议:先熟悉一下《孙子算经》中的度量衡知识,为后面的难题闯关热身,并捎带着一瞥古代社会文化……

《孙子算经》中的度量衡

《孙子算经》一开篇便分别介绍了度、量、衡的相关知识。首先登场的是“度”:

度之所起,起于忽。欲知其忽,蚕吐丝为忽。十忽为一秒,十秒为一毫,十毫为一厘,十厘为一分,十分为一寸,十寸为一尺,十尺为一丈,十丈为一引。五十尺为一端;四十尺为一疋^①;六尺为一步。二百四十(平方)步^②为一亩。三百步为一里。
(《孙子算经》1卷上)

【注释】

①疋:通“匹”。

②步:这个“步”比较特殊,它不是长度单位,而是面积单位——平方步。

看到了吧,古代的长度单位相当繁杂:忽、秒、毫、厘、分、寸、尺、丈、引、端、匹、步、亩(严格地说“亩”是面积单位)、里,一口气就能讲出 14 个,可见古人对长度的认识是相当具体和深入的。这一段古文很好理解,用单位换算公式表达就是:

10 忽=1 秒 10 秒=1 毫 10 毫=1 厘 10 厘=1 分

10 分=1 寸 10 寸=1 尺 10 尺=1 丈

10 丈=1 引 50 尺=1 端 40 尺=1 匹

6 尺=1 步 240 平方步=1 亩 300 步=1 里

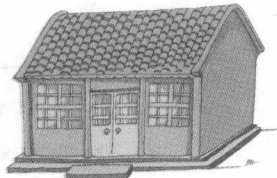
知道了这些换算比率,我们就可以解答前面那道锦布的问题了:

《孙子算经》卷下 21 题的已知告诉我们一匹锦值 18000 钱,求每丈、每尺、每寸锦各值多少钱。根据长度单位间的换算关系:1 匹=40 尺,可求出一尺锦的价值: $18000 \div 40 = 450$ 钱;再根据 1 丈=10 尺,可求出一丈锦的价值: $450 \times 10 = 4500$ 钱;最后根据 1 尺=10 寸,可求出一寸锦的价值: $450 \div 10 = 45$ 钱。因此,每丈值 4500 钱,每尺值 450 钱,每寸值 45 钱。

下面,我们再练习一道关于长度单位的题目,以作巩固:

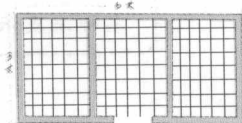
【原题】

今有屋基南北三丈,东西六丈,欲以砖砌之。凡积二尺,用砖五枚。问计几何?(选自《孙子算经》9 卷中)



【译文】

现有一房屋地基,南北宽 3 丈,东西长 6 丈,打算用砖砌此地基。每 2 平方尺的面积上,用五枚砖。问一共需多少枚砖?



【解答】

这道题涉及的换算关系只有一个:10 尺=1 丈。根据这一换算关系,3 丈=30 尺,6 丈=60 尺,因此,这块地基的面积是 $30 \times 60 = 1800$ 平方尺,又因为每 2 平方尺用砖 5 枚,因此 $1800 \div 2 \times 5 = 4500$ 块,即求出了一共需要的砖块数量。

下面我们来了解有关“量”的知识:

量之所起,起于粟。六粟为一圭,十圭为一抄,十抄为一撮,十撮为一勺,十勺为一合,十合为一升,十升为一斗,十斗为一斛。(《孙子算经》2 卷上)

你应该已经发现了古代关于“量”的单位名称是以日常生活中的容器命名的,比如“勺”、“斗”、“斛”,可见古人使用度量衡的经验是源于生活又回归于生活的。那么这些容积单位之间的换算关系是怎样的呢?把《孙子算经》的描述用换算公式表达就是:

6 粟=1 圭 10 圭=1 抄 10 抄=1 撮 10 撮=1 勺
10 勺=1 合 10 合=1 升 10 升=1 斗 10 斗=1 斛

有了这些换算公式,我们就可以解答前面卷下 12 那道题了:

今有粟二千三百七十四斛,斛加三升。问共粟几何?

每斛增加 3 升后,容量为 1 斛 3 升。根据 1 斛=10 斗、1 斗=10 升,1 斛 3 升也就是 1.03 斛,因为有 2374 个这样的单位,因此 $1.03 \times 2374 = 2445.22$ 斛=2445 斛 2 斗 2 升,所以,一共有粟 2445 斛 2 斗 2 升。



提示

要记住,古人是不习惯用小数形式(比如“2445.22 斛”)记录最后答案的,因此,在算出每道题的最终结果后,最好把它们换算成用不同级别的单位名称来表示这一结果(就像“2445 斛 2 斗 2 升”)。

下面,我们再做一道题,巩固一下和“量”相关的知识:

【原题】

今有粟一斗,问为糯米几何?(选自《孙子算经》5 卷中)

【译文】

现有粟 1 斗,问可换得多少糯米?

【解答】

粟与糯米的换算比率是“粟:糯米=5:3”,因此 1 斗粟,可以换得的糯米量是: $1 \times 3 \div 5 = 0.6$ 斗。因为:1 斗=10 升,所以:0.6 斗=6 升。1 斗粟可以换 6 升糯米。



最后,我们来学习一下“衡”(也作“称”)方面的知识:

称之所起,起于黍。十黍为一竊(音同累),十竊为一铢,二十四铢为一

两,十六两为一斤,三十斤为一钩,四钩为一石。《孙子算经》2卷上)

“衡”或者“称”,顾名思义是与物体重量相关的单位,这里有7个关于“称”的单位名称:黍、象、铢、两、斤、钩、石,它们之间的换算关系是:

10 黍=1 象 10 象=1 铢 24 铢=1 两 16 两=1 斤
30 斤=1 钩 4 钩=1 石

了解了这些换算公式,我们来解答遗留在前边的那道题目:

现有黄金一斤,值10万,问每两黄金值多少钱?

已知1斤黄金值100000钱,且在古代1斤=16两,因此一两黄金的价格是 $100000 \div 16 = 6250$ 钱。一定要记住:在古代,1斤=16两!

再做一题,来加深一下你对“衡”的理解:

【原题】

今有三万六千四百五十四户,户输绵二斤八两。问计几何?(选自《孙子算经》9卷下)

【译文】

今有36454户,每户运绵2斤8两。问共运多少绵?

【解答】

因为1斤=16两,因此,2斤8两=2.5斤,用每户输绵的量乘以户数便可以求出一共输送了多少绵, $2.5 \times 36454 = 91135$ 斤。一共输送了91135斤绵。



古今度量衡比较

怎么样,通过上面的讲解和练习,你是否已经对古代的度量衡知识有所了解了呢?不过,不管怎么说,这些古代的单位名称毕竟已经退出了今人的应用视野,因此,如果它们让你感到实在难以亲近,也是很正常的。为了帮助大家切实体会古代度量衡制度,我们在这里把古今度量衡联系起来,让大家看一看《孙子算经》中的度量衡与我们经常使用的单位名称之间存在着怎样的联系。

度:1尺 \approx 23.1厘米

量:1升 \approx 200立方厘米

衡:1斤 \approx 250克

以上古今度量单位间的换算公式是专家们在对秦汉时期的文物进行测量后得出的。其实,在我国历史发展的不同阶段、不同地域,同一个单位名称所表示的大小、不同单位间的换算比率也是不同的、时常变化的,只不过,从目前掌握的历史资料看,从秦汉到《孙子算经》成书的魏晋时期,度量衡制一直保持着相对稳定的状态。因此,上面3个关系式基本反映出了《孙子算经》时代的度量衡单位与今制单位间的换算关系。《孙子算经》中各类单位的换算关系已经在前面呈现给大家了,因此,根据它们之中的一个与今制度量衡单位的换算比率,我们就可以推及其他。比如,由1尺 \approx 23.1厘米,我们就可以大致推算出1寸 \approx 2.31厘米。所以,如果你想具体感知某个古代单位名称所表示的大小,就通过以上三个换算公式,和前面《孙子算经》中的度量衡换算关系,自己推算一下吧。

当你真正感知了古代度量单位所表示的大小后,你会发现再读古书或者接触古代文化时,很多原本枯燥的内容顿时有趣起来。不信,请看下面的内容。

完美的女子

战国末期楚国大才子宋玉曾在他著名的《登徒子好色赋》中,描述了这样一位倾国倾城的女子:“增之一分则太长,减之一分则太短;著粉则太白,施朱则太赤。眉如翠羽,肌如白雪,腰如束素,齿如含贝。嫣然一笑,惑阳城,迷下蔡。”宋玉并没有直接告诉我们这位女子的身高,他只是从侧面夸赞她的身高恰到好处:再高一分就太高了,而如果矮一分则又显得太矮。那么,这里的“一分”到底有多高呢?根据古今单位换算公式,1

