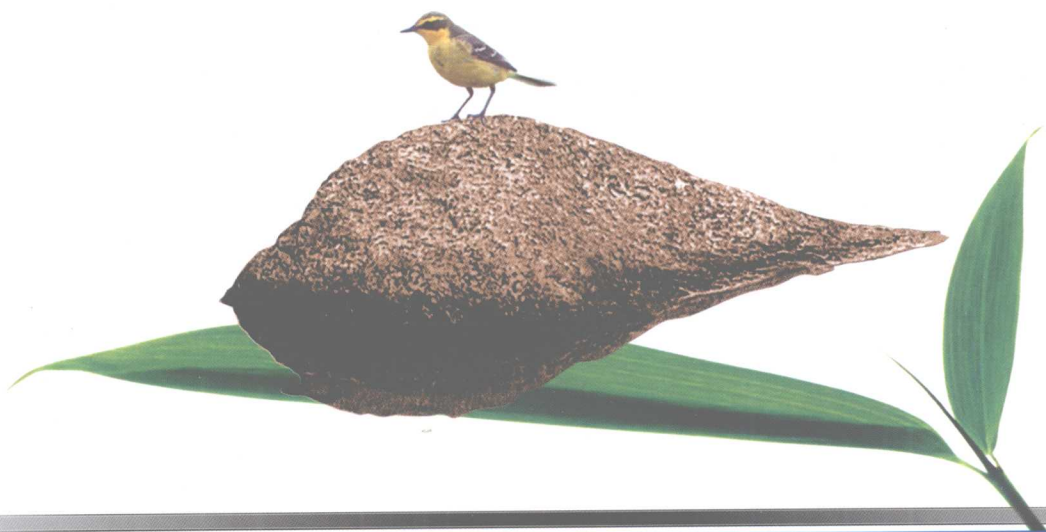


S 三维设计系列丛书
SANWEISHEJI

求新/求精/求活/求实

无需用言，
没理由不让自己做得更好，
做自己！



三维设计

2010 新课标高考总复习

- 只有钻石可以切割钻石
- 只有最强可以满足最强
- 三维设计——
- 钻石品质 对话强者



(文科)

数学

(苏教版)

光明日报出版社

第 2 版

教育部推荐教材

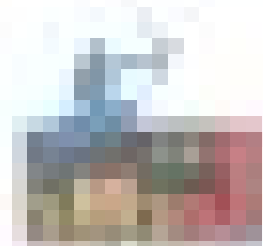


三维设计



普通高中课程标准实验

普通高中课程标准实验
教材
普通高中课程标准实验
教材



第 2 版

人民教育出版社

数学

必修 1

成就

梦想

鹰击长空 感谢阳光的召唤
鱼翔浅底 感谢河水的托浮
秋实累累 感谢春天的孕育
花香悠远 感谢清风的承载
三维经典 感谢读者的偏爱
感谢存于自然 存于我心

三维设计

致《三维设计》

你如微风
轻轻吹走我心头的云雾
你如细雨
慢慢梳理我迷茫的思绪
你如阳光
缓缓解冻我冰封的心窗

在课堂上
探索在你的世界里
在课堂下
操练在你的舞台上
自从与你相识
便注定无法抹去对你的记忆

在这人生的花季
拥有你
是我一生的幸运
你用朴实的话语
诠释着认知的真谛
铺设着进步的阶梯

光明日报出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

三维设计: 苏教版. 新课标高考总复习. 数学. 文科 /

孙翔峰主编. — 北京: 光明日报出版社, 2009. 6

ISBN 978-7-5112-0050-1

I. 三… II. 孙… III. 数学课 — 高中 — 升学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第 083526 号

本册主编 王思俭

副主编 曹庆信



三
維
設
計

尊重知识 产权
★
享受正版品质
SANWEISHEJIXILIECONGSHU

《三维设计》新课标高考总复习·苏版数学文科

著 者: 孙翔峰

责任编辑: 曹 杨

版式设计: 艾兴伦

责任校对: 徐为正

责任印制: 胡 骑

出版发行: 光明日报出版社

地 址: 北京市崇文区珠市口东大街5号, 100062

电 话: 010-67078258 (咨询)

传 真: 010-67078255

网 址: <http://book.gmw.cn>

E-mail: gmcbs@gmw.cn

法律顾问: 北京昆仑律师事务所陶雷律师

印 刷: 山东肥城新华印刷有限公司

装 订: 山东肥城新华印刷有限公司

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社发行部联系调换

开 本: 880mm × 1230mm 1/16

字 数: 805千字 印 张: 23

版 次: 2009年6月第1版 印 次: 2009年6月第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-5112-0050-1

定 价: 45.00元

古诗苑

春夜喜雨
杜甫
好雨知时节，当春乃发生。随风潜入夜，润物细无声。野径云俱黑，江船火独明。晓看红湿处，花重锦官城。

春夜喜雨
杜甫
好雨知时节，当春乃发生。随风潜入夜，润物细无声。野径云俱黑，江船火独明。晓看红湿处，花重锦官城。

转变学法 轻松学习

近方法 远题海 胸有定规 快乐高效

花与草

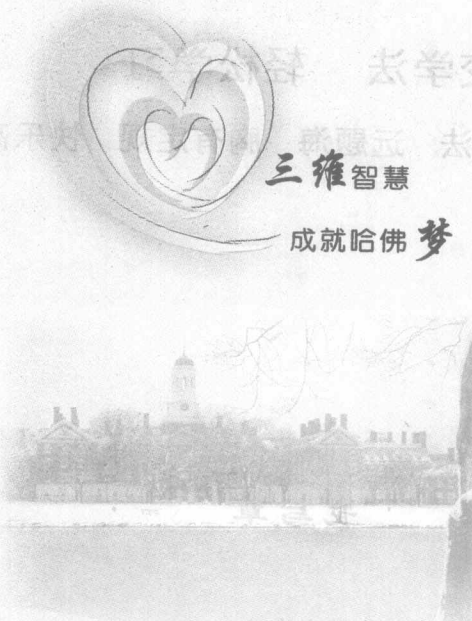
花把草揽在身边
草把花捧在胸前
花摇曳的是容貌
草散发的是气质
花是一簇簇跳上山的
草是一波波漫上山的
花可以做，因为是少数
草不必卑，因为是多数
花开了，瓣上露珠清如泪
草长了，叶间长风行似吟
开落有序，花运作的是时光
枯荣无常，草经营的是岁月
缤纷的思路凝三维，如花
纯净的心态付设计，像草

成功立足品质 经典源于细节

致读者

哈佛图书馆墙上的一则训言，一直激励着我，伴我从求学到工作，直至今日。当我疲惫、消极、懈怠、不满等不良情绪出现的时候，我总能在其中找到修正我人生航向的合理注脚。现把它原汁原味的奉献给三维设计的读者。权作开篇，以期与广大学子共勉。

——编者



[哈佛图书馆墙上的训言]

1. 此刻打盹，你将做梦；而此刻学习，你将圆梦。
2. 我荒废的今日，正是昨天殒身之人祈求的明日。
3. 觉得为时已晚的时候，恰是最早的时候。
4. 勿将今日之事拖到明日。
5. 学习时的痛苦是暂时的，未学到的痛苦是终生的。
6. 学习这件事，不是缺乏时间，而是缺乏努力。
7. 幸福或许不排名次，但成功必排名次。
8. 学习并不是人生的全部。但既然连人生的一部分——学习也无法征服，还能做什么呢？
9. 请享受无法回避的痛苦。
10. 只有比别人更早、更勤奋地努力，才能尝到成功的滋味。
11. 谁也不能随随便便地成功，它来自彻底的自我管理和毅力。
12. 时间在流逝。
13. 现在流的口水，将成为明天的眼泪。
14. 狗一样地学，绅士一样地玩。
15. 今天不走，明天要跑。
16. 投资未来的人是忠于现实的人。
17. 受教育程度代表收入。
18. 一天过完，不会再来。
19. 即使现在，对手也在不停地翻动书页。
20. 没有艰辛，便无所获。

一览无余 掌控高考

一种执着 一种责任

在三维设计知识与想象力的推动下

追随智慧 笑傲高考

问渠哪得清如许 为有源头活水来

《三维设计》忠实的读者们：

有你们的相伴，我们不寂寞；有你们的相悦，我们很快乐；有你们的鞭策，我们很尽责；有你们的参与，我们期盼着……

为更好地提高图书内在编写质量，真正体现“从课堂中来，到课堂中去”的编写理念，让你我建立起足够的心理默契和心灵依偎，构建起《三维设计》与全国各高中名校的智慧网络，我们现向全国各地的读者征集编写素材并开展问卷调查，具体事项如下：

一、奉献您的智慧，让天下学子共享

一、素材内容

1. 本年度高中各年级的月考、期中、期末、联考、统考、摸底、冲刺试题(带详解答案者优先选用)
2. 最新的教改动态，各省市最新的高考命题趋势和样题模式。
3. 教学过程中的一些心得和体会，专题性的小论文，前沿性的学术研究等。

二、报酬计提

实行按分计酬的办法：月考卷2分，期中、期末卷每卷3分，联考、统考、摸底卷每卷4分，冲刺卷5分(带详解答案的在该卷基础上加2分)；一些教改信息和专题性论文根据使用价值划定5—12分。每1分计酬10元，累计达到100元者，给予电子汇兑支付。

三、投稿方式

来信邮寄或电子稿件均可。

四、注意事项

1. 稿件须注明：_____年_____校(或地区)_____年级_____卷字样
2. 投稿人姓名：_____联系方式：_____银行卡(帐)号：_____

(我们会根据您的投稿采用次数进行电脑累计计分计酬，满100元时会及时给您联系兑付稿酬)

二、提出您的建议，让我们更上层楼

请您认真填写下表，写下使用本丛书的体会与感受，并能记录整理使用过程中发现的错误，届时能将成书返寄给我们，我们将表示感谢并免费赠送最新出版的《三维设计》系列丛书。

读者姓名		性 别		任课老师	
通讯地址				邮政编码	
所购书名	三维设计·高三数学(苏教版)文科			本册定价	45.00元
1. 您是怎么购买到本书的					
☐ 老师推荐 ☐ 同学介绍 ☐ 自己购买 ☐ 广告宣传					
2. 本书最吸引你的是					
☐ 封面 ☐ 书名 ☐ 版式 ☐ 内容					
3. 本书对您最有帮助的内容是：					
4. 本书对您最没有实用价值的内容是：					
5. 本书可以删去的内容是：					
6. 本书还应该增加的内容是：					
7. 同学们用得最多的备考图书是：					
8. 同学们最渴望得到什么样内容的图书：					

来信请寄：山东天成书业(梁山县人民北路2号) 策划部(收) 邮编：272600



山东天成书业 诚邀名师加盟

《山东天成书业 诚邀名师加盟》

山东天成书业，秉承“以人为本，服务至上”的宗旨，致力于打造国内领先的图书品牌。现因业务扩展，诚邀全国各地名师加盟，共同谱写三维华章。我们拥有完善的人才激励机制，提供优厚的薪酬待遇，并为加盟名师提供全方位的支持与服务。期待您的加入，共创美好未来。



诚邀名师加盟 共谱三维华章

为您服务，传播文化，使您的智慧让更多的学子共享，我们在全国各地诚聘教坛精英。

这是一个伟大而系统的工程，需要更多的人参与！

我们的力量是有限的。

我们希望有更多优秀的老师和我们并肩战斗，共同完成这项伟大的使命。

在此，我们呼吁大家踊跃报名，积极参与到三维设计的策划编写工作中去，尽快加入到我们的队伍中来。

喜迎天下客，展现三维新风采。

有你，有我！我行，你更行！

请填写下表

姓名		性别		年龄		任课科目	
就职学校				任课年级			
联系方式				E-mail			
个人工作经历							

来信请寄：山东天成书业(梁山县人民北路2号) 策划部(收) 邮编：272600

目 录

第一章 集合与常用逻辑用语	(1)
第一节 集合的概念及运算	(1)
第二节 命题及其关系、充分条件与必要条件	(4)
第三节 简单的逻辑联结词与量词	(6)
第二章 函 数	(9)
第一节 函数的概念	(9)
第二节 函数的单调性与奇偶性	(13)
第三节 幂函数与二次函数	(16)
第四节 指数与指数函数	(19)
第五节 对数与对数函数	(22)
第六节 函数的图象	(25)
第七节 函数与方程	(28)
第八节 函数模型及其应用	(31)
第三章 数 列	(35)
第一节 数列的概念与简单表示法	(35)
第二节 等差数列	(38)
第三节 等比数列	(41)
第四节 数列求和	(43)
第五节 数列的综合应用	(46)
第四章 三角函数	(50)
第一节 三角函数的基本概念	(50)
第二节 同角三角函数的基本关系及诱导公式	(53)
第三节 两角和与差及二倍角公式	(56)
第四节 三角函数的图象与性质	(59)
第五节 三角形中的三角函数问题	(64)
第六节 三角函数的模型及应用	(66)
第五章 平面向量与复数	(70)
第一节 平面向量的基本概念及线性运算	(70)
第二节 平面向量的基本定理与坐标运算	(73)
第三节 平面向量的数量积	(76)
第四节 复数	(79)
第六章 不等式	(82)
第一节 一元二次不等式及其解法	(82)
第二节 二元一次不等式组与简单的线性规划问题	(85)
第三节 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a \geq 0, b \geq 0)$	(88)
第四节 不等式的综合应用	(91)

第七章 立体几何初步	(94)
第一节 空间几何体	(94)
第二节 平面的性质与直线的位置关系	(97)
第三节 直线与平面平行	(100)
第四节 直线与平面垂直	(102)
第五节 平面与平面的位置关系	(104)
第八章 平面解析几何	(108)
第一节 直线的方程	(108)
第二节 两条直线的位置关系	(111)
第三节 圆的方程	(114)
第四节 直线与圆、圆与圆的位置关系	(117)
第五节 椭圆	(119)
第六节 双曲线	(122)
第七节 抛物线	(125)
第九章 算法初步	(129)
第一节 算法与流程图	(129)
第二节 基本算法语句	(132)
第十章 导数及其应用	(136)
第一节 导数的概念及运算	(136)
第二节 导数的应用	(138)
第十一章 推理与证明	(142)
第十二章 统计	(145)
第一节 抽样方法	(145)
第二节 用样本估计总体及变量的相关性	(148)
第三节 独立性检验与回归分析	(152)
第十三章 概 率	(155)
第一节 随机事件及其概率	(155)
第二节 古典概型	(158)
第三节 几何概型	(160)
课时活页作业(单独成册)	(165~270)
参考答案(单独成册)	(273~292)

目 录

第一章

集合与常用逻辑用语

直击2016

考纲下载		要求			考情上线
		A	B	C	
集合	集合及其表示	√			1. 本章内容在每年的高考题中必有考查,既可以单独考查,又可以与其他知识结合在一起进行考查.集合单独考查时多以小题形式出现,常出现在第1题的位置,难度不大,属于送分的题目. 命题的考查以基本概念为主,并且以命题为工具考查其他知识,题型以填空题为主,全称量词和存在量词是新课标新增内容,因此在今后高考中一定会有所体现,逻辑联结词在高考中一般不单独命题,充要条件的考查是高考的热点,主要以各章的知识点为载体来考查充分、必要条件. 2. 在集合方面,高考重点考查集合间的基本关系和集合的基本运算.在常用逻辑用语方面,充要条件、全称量词与存在量词是高考的热点.
	子集		√		
	交集、并集、补集		√		
常用逻辑用语	命题的四种形式	√			
	必要条件、充分条件、充分必要条件		√		
	简单的逻辑联结词	√			
	全称量词与存在量词	√			

说明:对知识的考查要求依次分为了解、理解、掌握三个层次(在上表中分别用 A、B、C 表示,以下各章相同).

了解:要求对所列知识的含义有最基本的认识,并能解决相关的简单问题.

理解:要求对所列知识有较深刻的认识,并能解决有一定综合性的问题.

掌握:要求系统地掌握知识的内在联系,并能解决综合性较强的或较为困难的问题.

第一节 集合的概念及运算



基础落实·步步赢

我用三张,因为她能把教材读薄.

回顾整合

一、集合的含义与表示

- 一般地,我们把研究对象统称为_____,把一些元素组成的总体叫做_____ (简称为_____).
- 集合中的元素有三个性质:_____,_____,_____.
- 集合中元素与集合的关系分为_____和_____两种,分别用_____和_____或 $\in$ 表示.

4. 几个常用集合的表示法

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
表示法					

5. 集合有三种表示法:_____,_____,_____.

二、集合间的基本关系

表示关系	文字语言	符号语言
相等	集合 A 与集合 B 中的所含元素都相同	_____ $\Leftrightarrow A=B$



子集	A 中任意一元素均为 B 中的元素	_____ 或 _____
真子集	如果 $A \subseteq B$ 并 $A \neq B$, 那么集合 A 称为集合 B 的真子集.	_____ 或 _____
空集	空集是任何集合的子集, 是任何 _____ 的真子集	$\emptyset \subseteq A, \emptyset \subsetneq B (B \neq \emptyset)$

三、集合的基本运算

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
符号表示	$A \cup B$	$A \cap B$	若全集为 U, 则集合 A 的补集为 _____
图形表示			
意义	$\{x \text{_____}\}$	$\{x \text{_____}\}$	$\complement_U A = \{x \text{_____}, \text{_____}\}$

四、常见结论

- (1) 若集合 A 中有 n 个元素, 则集合 A 的子集有 _____ 个, 真子集有 _____ 个.
- (2) 交集: $A \cap B = \text{_____}$, $A \cap A = \text{_____}$, $A \cap \emptyset = \text{_____}$, $A \cap B = \text{_____}$, $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$.
- (3) 并集: $A \cup B = \text{_____}$, $A \cup A = \text{_____}$, $A \cup \emptyset = \text{_____}$, $A \cup B = \text{_____}$, $A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$.
- (4) 补集: $A \cap \complement_U A = \text{_____}$, $A \cup \complement_U A = \text{_____}$.

双基自测

1. (2008 年高考陕西卷改编) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x = 2a, a \in A\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 中元素的个数为 _____.
2. (2007 年高考江苏卷) 已知全集 $U = \mathbf{Z}$, $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 = x\}$, 则 $A \cap \complement_U B = \text{_____}$.
3. 已知集合 M 具有性质: 若 $a \in M$, 则 $2a \in M$. 现已知 $-1 \in M$, 则 $-2, -\frac{1}{2}, 0, 2$ 一定是 M 中的元素的是 _____.
4. 设集合 $A = \{5, \log_2(a+3)\}$, 集合 $B = \{a, b\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B = \text{_____}$.
5. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$, $B = \{a | \text{使 A 中的元素仅有一个}\}$. 用列举法表示集合 B.

要点突破·节节高

我用三维, 因为她源于课堂, 超越课堂.



一、集合的表示法

1. 列举法: 列举法中元素之间一定要用逗号隔开, 同时要注意元素的三个特性.
2. 描述法: 用描述法给出的集合如 $\{x | x+1 \geq 0\}$ 要紧紧抓住竖线左边的代表元素 x 以及它所具有的性质.
3. Venn 图法: Venn 图是直观展示集合的很好的方法. 在解决集合间元素的有关问题时常利用 Venn 图, 同时在集合的运算中也常采用 Venn 图, 它较好地体现了数形结合的思想.

二、解答集合问题时应注意的几点

1. 注意集合元素的性质
在解题时经常用到集合元素的互异性. 一方面利用集合元素的互异性能顺利找到解题的切入点, 另一方面在解答完毕之时, 注意检验集合的元素是否满足互异性能确保答案正确.
2. 注意描述法给出的集合的元素
用描述法表示集合, 首先应清楚集合的类型和元素的性质. 如集合 $\{y | y = 2^x\}$, $\{x | y = 2^x\}$, $\{(x, y) | y = 2^x\}$ 表示不同的集合.
3. 注意 $\emptyset$ 的特殊性
空集没有任何元素, 但它是存在的, 在利用 $A \subseteq B$ 解题时, 若不明确集合 A 是否为空集时应对集合 A 的情况进行分类讨论.
4. 注意数形结合思想的应用
在进行集合的运算时要尽可能地借助韦恩图和数轴使抽象的问题直观化, 一般情况, 集合元素离散时用韦恩图表示. 集合元素连续时可用数轴表示, 用数轴表示时注意端点值的取与舍.
5. 注意补集思想的应用
在解决 $A \cap B \neq \emptyset$ 问题时, 可以利用补集思想, 先研究 $A \cap B = \emptyset$ 的情况, 然后取补集.



案例导航·点点金

我用三维, 因为她知道高考考什么.

考点一

集合的基本概念

例 1 有三个实数构成的集合, 既可以表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2008} + b^{2008} = \text{_____}$.

【解析】 根据集合中元素的确定性, 我们不难得到两集合的元素是相同的, 这样需要列方程组分类讨论, 显然复杂又繁琐. 这时若能发现 0 这个特殊元素和 $\frac{b}{a}$ 中的 a 不为 0 的隐含信息, 就能得到如下解法.

由已知得 $\frac{b}{a} = 0$ 及 $a \neq 0$, 所以 $b = 0$, 于是 $a^2 = 1$, 即 $a = 1$ 或 $a = -1$, 又根据集合中元素的互异性 $a = 1$ 应舍去, 因而 $a = -1$, 故 $a^{2008} + b^{2008} = (-1)^{2008} = 1$.

【答案】 1

- (1) 利用集合中元素的特点, 列出方程组求解, 但仍然要检验, 看所得结果是否符合集合元素的互异性的特征.
- (2) 此类问题还可以根据两集合中元素的和相等, 元素的积相等, 列出方程组求解, 但仍然要检验.



举一反三

1. (2009年郑州模拟)定义集合运算: $A \odot B = \{x | x = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$, 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $A \odot B$ 的所有元素之和为_____.

考点二

集合间的关系

例2

设集合 $M = \{x | x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbf{R}\}$, $N = \{y | y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbf{R}\}$, 则下列关系正确的是_____.

① $M = N$

② $M \subseteq N$

③ $M \supseteq N$

④ $M \in N$

【解析】 集合 $M = \{x | x = 5 - 4a + a^2, a \in \mathbf{R}\}$

$$= \{x | x = (a-2)^2 + 1, a \in \mathbf{R}\} = \{x | x \geq 1\},$$

$$N = \{y | y = 4b^2 + 4b + 2, b \in \mathbf{R}\}$$

$$= \{y | y = (2b+1)^2 + 1, b \in \mathbf{R}\} = \{y | y \geq 1\}.$$

$$\therefore M = N.$$

【答案】 ①

一般地,对于较为复杂的两个或两个以上的集合,要判断它们之间的关系,应先确定集合中元素的形式是数集还是点集或其他元素,属性如何?然后将所给集合化简整理,弄清每个集合中的元素个数或范围,再判断它们之间的关系.

举一反三

2. 已知函数 $f(x) = x^2 + x - 1$, 集合 $M = \{x | x = f(x)\}$, $N = \{y | y = f(x)\}$, 则以下关系成立的是_____.

① $M = N$

② $M \supseteq N$

③ $M \cap N = \emptyset$

④ $M \subseteq N$

考点三

集合的运算

例3

设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$, 则 $M \cap N =$ _____, $M \cup N =$ _____.

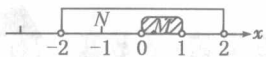
【解析】 $\because x^2 - x < 0 \Leftrightarrow x(x-1) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

$$\therefore M = \{x | 0 < x < 1\},$$

$$\text{而 } |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2,$$

$$\therefore N = \{x | -2 < x < 2\}.$$

在数轴上分别表示 M, N (如图), 知:



$$M \cap N = \{x | 0 < x < 1\} = M,$$

$$M \cup N = \{x | -2 < x < 2\} = N.$$

【答案】 $\{x | 0 < x < 1\}$ $\{x | -2 < x < 2\}$

本题求解时利用了数轴, 尽管可以不用数轴也很容易得出答案, 但是, 在涉及到不等式集合的题目中, 特别是不等式的解比较复杂时, 利用数轴可使问题清晰、直观, 也可避免出现混杂状态, 从而更准确、更快地解答问题.

举一反三

3. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$, $P = \{x | y = \log_{\frac{1}{2}} x\}$, $y \in M$, 则 $(\complement_U M) \cap (\complement_U P) =$ _____.

满分T形台

例4

(14分) 设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若 $U = \mathbf{R}$, $A \cap (\complement_U B) = A$, 求实数 a 的取值范围.

【解】 由 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 得 $x = 1$ 或 $x = 2$,

故集合 $A = \{1, 2\}$.

(1) $\because A \cap B = \{2\}$, $\therefore 2 \in B$, 代入 B 中的方程,

$$\text{得 } a^2 + 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ 或 } a = -3;$$

◇ (2分)

当 $a = -1$ 时,

$$B = \{x | x^2 - 4x + 0 = 0\} = \{-2, 2\}, \text{ 满足条件};$$

当 $a = -3$ 时,

$$B = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}, \text{ 满足条件};$$

综上, a 的值为 -1 或 -3 .

◇ (4分)

(2) 对于集合 B ,

$$\Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 5) = 8(a+3).$$

$$\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A,$$

① 当 $\Delta < 0$, 即 $a < -3$ 时, $B = \emptyset$ 满足条件;

② 当 $\Delta = 0$, 即 $a = -3$ 时, $B = \{2\}$, 满足条件;

③ 当 $\Delta > 0$, 即 $a > -3$ 时,

$$B = A = \{1, 2\} \text{ 才能满足条件},$$

◇ (6分)

则由根与系数的关系得

$$\begin{cases} 1+2 = -2(a+1) \\ 1 \times 2 = a^2 - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{2}, \text{ 矛盾;} \\ a^2 = 7, \end{cases}$$

综上, a 的取值范围是 $a \leq -3$.

◇ (8分)

(3) $\because A \cap (\complement_U B) = A, \therefore A \subseteq \complement_U B$,

$$\therefore A \cap B = \emptyset;$$

◇ (9分)

① 若 $B = \emptyset$, 则 $\Delta < 0 \Rightarrow a < -3$ 适合;

② 若 $B \neq \emptyset$, 则 $a = -3$ 时,

$$B = \{2\}, A \cap B = \{2\}, \text{ 不合题意};$$

$a > -3$, 此时需 $1 \notin B$ 且 $2 \notin B$;

将 2 代入 B 的方程得 $a = -1$ 或 $a = -3$ (舍去);

将 1 代入 B 的方程得 $a^2 + 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1 \pm \sqrt{3}$;

$$\therefore a \neq -1 \text{ 且 } a \neq -3 \text{ 且 } a \neq -1 \pm \sqrt{3};$$

◇ (12分)

综上, a 的取值范围是

$$a < -3 \text{ 或 } -3 < a < -1 - \sqrt{3} \text{ 或 } -1 - \sqrt{3} < a < -1$$

$$\text{或 } -1 < a < -1 + \sqrt{3} \text{ 或 } a > -1 + \sqrt{3}.$$

◇ (14分)

解决含参数问题的集合运算, 首先要理清题目要求, 看清集合间存在的相互关系, 注意分类讨论、数形结合思想的应用以及空集作为一个特殊集合与非空集间的关系, 在解题中漏掉它极易导致错解.

举一反三

4. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 8 < 0\}$, $B = \{x | (x-a)(x-3a) < 0\}$.

(1) 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围;



- (2)若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围;
 (3)若 $A \cap B = \{x | 3 < x < 4\}$, 求 a 的取值范围.

课时作业·堂堂清

我用三维, 因为她善于同命题人较量



温馨提示

为方便教学使用, 本部分单独装订成活页卷, 请做课时作业(一)

第二节

命题及其关系、充分条件与必要条件



基础落实·步步赢

我用三维, 因为她能把教材读薄

回顾整合

一、命题

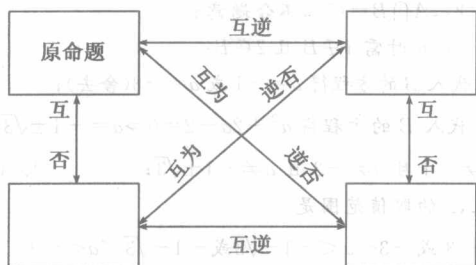
在数学中我们把用语言、符号或式子表达的, 可以判断真假的语句叫做命题. 其中真命题的语句叫做真命题, 假命题的语句叫做假命题.

二、四种命题及其关系

1. 四种命题

命题	表述形式
原命题	若 p 则 q
逆命题	
否命题	
逆否命题	

2. 四种命题间的关系



3. 四种命题的真假关系

- (1)两个命题互为逆否命题, 它们有相同的真假性;
 (2)两个命题互为逆命题或互为否命题, 它们的真假性相反.

三、充分条件与必要条件

1. 如果 $p \Rightarrow q$, 那么 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件;
 2. 如果 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 那么 p 是 q 的充要条件;
 3. 如果 $p \Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的充分不必要条件;
 4. 如果 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的必要不充分条件;
 5. 如果 $p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件.

双基自测

- 与命题“若 $a \in M$, 则 $b \in M$ ”等价的命题是逆命题.
- (2008 年高考江西卷)“ $|x| = |y|$ ”是“ $x = y$ ”的必要条件.
- 命题“若 $C = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形”与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中, 真命题的个数是 3.
- 设 A, B 为两个集合, 下列四个命题:
 ① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \in B$;
 ② $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;
 ③ $A \subseteq B \Leftrightarrow A \supseteq B$;
 ④ $A \subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \in B$.
 其中真命题的序号是 ①③. (把符合要求的命题序号都填上)
- 已知命题 $p: \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x \leq 10 \end{cases}$, 命题 $q: 1-m \leq x \leq 1+m$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

要点突破·节节高

我用三维, 因为她源于课堂, 熟读课堂!



一、命题的判定以及命题真假的判定

- 命题的判定**
 判断一个语句是不是命题, 就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件. 只有这两个条件都具备的语句才是命题.
- 命题真假的判定**
 对于命题真假的判定, 关键是分清命题的条件与结论, 只有将条件与结论分清, 才有可能正确地判断其真假.

二、四种命题的关系

在判断四种命题之间的关系时, 首先要分清命题的条件与结论. 再比较每个命题的条件与结论之间的关系, 要注意四种命题关系的相对性, 一旦一个命题定为原命题, 也就相应地有了它的“逆命题”、“否命题”和“逆否命题”.
【注意】 当一个命题有大前提而写出其他三种命题时, 必须保留大前提, 也就是大前提不动.



三、充分条件、必要条件、充要条件的判断

1. 利用定义

若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \nRightarrow p$, 则 p 是 q 的充分非必要条件;

若 $p \nRightarrow q$ 且 $p \Leftarrow q$, 则 p 是 q 的必要非充分条件;

若 $p \Leftrightarrow q$, 则 p 是 q 的充要条件.

2. 利用集合

若集合 $p \subseteq q$, 则 p 是 q 的充分条件
若集合 $q \subseteq p$, 则 p 是 q 的必要条件
若集合 $p \subsetneq q$, 则 p 是 q 的充分不必要条件
若集合 $p \supsetneq q$, 则 p 是 q 的必要不充分条件
若集合 $q = p$, 则 p 是 q 的充分必要条件
若集合 $p \not\subseteq q$ 且 $q \not\subseteq p$, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件

【注意】注意 p 与 q 之间关系的方向性, 充分条件与必要条件方向正好相反, 不要混淆.



案例导航·点点金

我用三维, 因为她知道高考考什么.

考点一 命题的概念及其真假的判断

【例1】判断下列语句是否是命题, 若是, 判断其真假, 并说明理由.

- (1) 矩形难道不是平行四边形吗?
- (2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3) 一个数不是合数就是质数;
- (4) 大角所对的边大于小角所对的边;
- (5) $x+y$ 是有理数, 则 x, y 也都是有理数;
- (6) 求证: $x \in \mathbf{R}$, 方程 $x^2+x+1=0$ 无实数根.

【解】(1) 通过反意疑问句, 对矩形是平行四边形作出判断, 是真命题.

(2) 疑问句, 没有对垂直于同一直线的两条直线平行作出判断, 不是命题.

(3) 是假命题, 1 不是合数也不是质数.

(4) 是假命题, 没有考虑到必须在同一个三角形中.

(5) 是假命题, 若 $x=\sqrt{2}, y=-\sqrt{2}$.

(6) 祈使句, 不是命题.

反思归纳

判断一个语句是否是命题, 关键在于能否判断其真假.

举一反三

1. 判断下列语句是否为命题, 若是, 判断其真假并说明理由.

- (1) 求证 $\sqrt{3}$ 是无理数.
- (2) $x^2+4x+4 \geq 0$.
- (3) 你是高三的学生吗?
- (4) 一个正数不是质数就是合数.
- (5) 若 $x \in \mathbf{R}$, 则 $x^2+4x+7 > 0$.

考点二

四种命题及其关系

【例2】写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断其真假.

- (1) 实数的平方是非负数;
- (2) 等底等高的两个三角形是全等三角形;
- (3) 弦的垂直平分线经过圆心, 并平分弦所对的弧;
- (4) 若 $m \leq 0$ 或 $n \leq 0$, 则 $m+n \leq 0$.

【解】(1) 逆命题: 若一个数的平方是非负数, 则这个数是实数. 真命题.

否命题: 若一个数不是实数, 则它的平方不是非负数. 真命题.

逆否命题: 若一个数的平方不是非负数, 则这个数不是实数. 真命题.

(2) 逆命题: 若两个三角形全等, 则这两个三角形等底等高. 真命题.

否命题: 若两个三角形不等底或不等高, 则这两个三角形不全等. 真命题.

逆否命题: 若两个三角形不全等, 则这两个三角形不等底或不等高. 假命题.

(3) 逆命题: 若一条直线经过圆心, 且平分弦所对的弧, 则这条直线是弦的垂直平分线. 真命题.

否命题: 若一条直线不是弦的垂直平分线, 则这条直线不过圆心或不平分弦所对的弧. 真命题.

逆否命题: 若一条直线不经过圆心或不平分弦所对的弧, 则这条直线不是弦的垂直平分线. 真命题.

(4) 逆命题: 若 $m+n \leq 0$, 则 $m \leq 0$ 或 $n \leq 0$. 真命题.

否命题: 若 $m > 0$ 且 $n > 0$, 则 $m+n > 0$. 真命题.

逆否命题: 若 $m+n > 0$, 则 $m > 0$ 且 $n > 0$. 假命题.

反思归纳

判断命题的真假, 可直接判断, 如果不易判断, 可根据互为逆否命题的两个命题是等价命题来判断; 原命题与逆否命题是等价命题, 否命题与逆命题是等价命题.

举一反三

2. 写出下列命题的否命题, 并判断原命题及否命题的真假:

- (1) 如果 $x > -3$, 那么 $x+8 > 0$;
- (2) 如果一个三角形的三条边都相等, 那么这个三角形的三个角都相等;
- (3) 矩形的对角线互相平分且相等;
- (4) 相似三角形一定是全等三角形.

考点三

充要条件的判定

【例3】用“充分条件、必要条件、充要条件”填空:

- (1) “ $a+b < 0$ 且 $ab > 0$ ”是“ $a < 0$ 且 $b < 0$ ”的_____;
- (2) “ $x > 1$ ”是“ $\frac{1}{x} < 1$ ”的_____;
- (3) “ $x=2$ ”是“ $x^2-7x+10=0$ ”的_____.



【解析】 (1) $\because a+b < 0$ 且 $ab > 0$,
 $\therefore a, b$ 同号且都是负数.
 即 $a+b < 0$ 且 $ab > 0 \Rightarrow a < 0$ 且 $b < 0$.
 又 $\because a < 0$ 且 $b < 0$,
 $\therefore a+b < 0, ab > 0$,
 即 $a < 0$ 且 $b < 0 \Rightarrow a+b < 0$ 且 $ab > 0$,
 $\therefore "a+b < 0$ 且 $ab > 0"$ 是 $"a < 0$ 且 $b < 0"$ 的充要条件.

(2) $\because x > 1$ 时, $\frac{1}{x} < 1$ 成立, 即 $x > 1 \Rightarrow \frac{1}{x} < 1$,

又 $\because \frac{1}{x} < 1$ 时, x 未必大于 1 (如 $x = -3$),

即 $\frac{1}{x} < 1 \nRightarrow x > 1$,

$\therefore "x > 1"$ 是 $"\frac{1}{x} < 1"$ 的充分条件.

(3) $\because$ 当 $x = 2$ 时, $x^2 - 7x + 10 = 4 - 14 + 10 = 0$,

$\therefore x = 2 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$,

当 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 时, 则 $x_1 = 2, x_2 = 5$,

$\therefore x^2 - 7x + 10 = 0 \nRightarrow x = 2$,

$\therefore "x = 2"$ 是 $"x^2 - 7x + 10 = 0"$ 的充分条件.

【答案】 (1) 充要条件 (2) 充分条件 (3) 充分条件

判断 p 是 q 的什么条件, 其实质是判断“若 p 则 q ”及其逆命题“若 q 则 p ”是真还是假, 原命题为真而逆命题为假, p 是 q 的充分不必要条件; 原命题为假而逆命题为真, 则 p 是 q 的必要不充分条件; 原命题为真, 逆命题为真, 则 p 是 q 的充要条件; 原命题为假, 逆命题为假, 则 p 是 q 的既不充分也不必要条件, 同时要注意反例法的运用.

举一反三

3. 指出下列各组命题中, p 是 q 的什么条件 (在“充分不必要条件”、“必要而不充分条件”、“充要条件”、“既不充分又不必要条件”中选一种作答).

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \angle A > \angle B, q: BC > AC$;

(2) 对于实数 $x, y, p: x+y \neq 8, q: x \neq 2$ 或 $y \neq 6$;

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $p: \sin A > \sin B, q: \tan A > \tan B$;

(4) 已知 $x, y \in \mathbf{R}, p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0, q: (x-1) \cdot (y-2) = 0$.

满分110分

考点四

充要条件的证明

【例1】 (14分) 已知 $ab \neq 0$, 求证: $a+b=1$ 的充要条件是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$.

【证明】 必要性:

$\because a+b=1, \therefore a+b-1=0, \quad \diamond (2 \text{ 分})$

$\therefore a^3+b^3+ab-a^2-b^2$

$= (a+b)(a^2-ab+b^2) - (a^2-ab+b^2) \quad \diamond (5 \text{ 分})$

$= (a+b-1)(a^2-ab+b^2) = 0. \quad \diamond (8 \text{ 分})$

充分性:

$\because a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0,$

即 $(a+b-1)(a^2-ab+b^2)=0, \quad \diamond (10 \text{ 分})$

又 $ab \neq 0, \therefore a \neq 0$ 且 $b \neq 0$,

$\therefore a^2-ab+b^2 = (a-\frac{b}{2})^2 + \frac{3}{4}b^2 > 0,$

$\therefore a+b-1=0$, 即 $a+b=1, \quad \diamond (12 \text{ 分})$

综上可知, 当 $ab \neq 0$ 时, $a+b=1$ 的充要条件是

$a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0. \quad \diamond (14 \text{ 分})$

反思归纳

有关充要条件的证明问题, 要分清哪个是条件, 哪个是结论, 由“条件” $\Rightarrow$ “结论”是证明命题的充分性, 由“结论” $\Rightarrow$ “条件”是证明命题的必要性. 证明要分两个环节: 一是充分性; 二是必要性.

举一反三

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0$ 且 $p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件.

课时作业·堂堂清

我用三张, 因为她善于同命题人较量.



温馨提示

为方便教学使用, 本部分单独装订成活页卷, 请做课时作业 (二)

第三节

简单的逻辑联结词与量词



基础落实·步步赢

我用三张, 因为她能把教材读薄.

回顾整合

一、简单的逻辑联结词

1. _____ 叫做逻辑联结词.

2. 用联结词“且”联结命题 p 和命题 q , 记作 _____, 读作“_____”.

3. 用联结词“或”联结命题 p 和命题 q , 记作 _____, 读作“ p 或 q ”.

4. 对一个命题 p 全盘否定记作 _____, 读作“非 p ”或“ p 的否定”.



二、真值表:表示命题真假的表

p	q	$\neg p$	$p \vee q$	$p \wedge q$
真	真			
真	假			
假	真			
假	假			

三、量词

1. 短语“_____、_____”在逻辑中通常叫做全称量词;常见的全称量词还有“_____、_____、_____”等.
2. 含有_____的命题叫做全称命题.
3. 短语“_____、_____”在逻辑中通常叫做存在量词;常见的存在量词还有“_____、_____、_____”等.
4. 含有_____的命题叫做存在性命题.
5. 全称命题 $p: \forall x \in M, p(x)$ 的否定 $\neg p$: _____;全称命题的否定是_____命题.
6. 存在性命题 $p: \exists x \in M, p(x)$ 的否定 $\neg p$: _____;存在性命题的否定是_____命题.

双基自测

1. (2009 年广州模拟) 下列语句:
 - ① $x-3>0$,
 - ② 所有直线 l 与平面 α 都不垂直,
 - ③ 如果直线 l 垂直于 α 内的两条相交直线,那么 l 垂直于 α ,
 - ④ $2n+1$ 是奇数.
 其中全称命题的序号是_____.
2. 存在性命题:“存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+1<0$ ”的否定为_____.
3. 下列全称命题中假命题的个数是_____.
 - ① $2x+1$ 是整数($x \in \mathbf{R}$)
 - ② $\forall x \in \mathbf{R}, x>3$
 - ③ $\forall x \in \mathbf{Z}, 2x^2+1$ 为奇数
4. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, \exists m \in \mathbf{Z}, m^2-m<x^2+x+1$ ”是_____命题.(填“真”或“假”)
5. (2009 年苏北三市模拟) 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2+(a-1) \cdot x+1 \leq 0$ ”是真命题,求实数 a 的取值范围.

要点突破·节节高

我用三维,因为如源于课堂,超越课堂.



一、逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义的理解

1. “或”与日常生活用语中的“或”意义有所不同,日常用语“或”带有“不可兼有”的意思,如工作或休息,而逻辑联结词“或”含有“同时兼有”的意思,如 $x>6$ 或 $x<9$.
2. 集合中的“交”、“并”、“补”与逻辑联结词“且”、“或”、“非”密切相关.

3. 对“非”的理解,“非”是否定的意思,“0.5 是非整数”是对命题“0.5 是整数”进行否定而得出的新命题.一般地,写一个命题的否定,往往需要对正面叙述的词语进行否定.

二、全称量词与存在量词

1. 量词的分类

量词可分为两类:一类是全称量词,另一类是存在量词.

全称量词,如“所有”、“任何”、“一切”等,其表达的逻辑为:“对所有事物 x 来说, $p(x)$ 都成立”.

存在量词,如“有”、“有的”、“有些”等,其表达的逻辑为:“至少有一个事物 x , $p(x)$ 成立”.

2. 两类量词不同的表述方法

同一个全称命题、存在性命题,由于自然语言的不同,可以有不同的表述方法,现列表如下:

命题	全称命题 “ $\forall x \in A, p(x)$ ”	存在性命题 “ $\exists x_0 \in A, p(x_0)$ ”
表述方法	①所有的 $x \in A$, $p(x)$ 成立	①存在 $x_0 \in A$, 使 $p(x_0)$ 成立
	②对一切 $x \in A$, $p(x)$ 成立	②至少有一个 $x_0 \in A$, 使 $p(x_0)$ 成立
	③对每一个 $x \in A$, $p(x)$ 成立	③对有些 $x_0 \in A$, 使 $p(x_0)$ 成立
	④任选一个 $x \in A$, 使 $p(x)$ 成立	④对某个 $x_0 \in A$, 使 $p(x_0)$ 成立
	⑤凡 $x \in A$, 都有 $p(x)$ 成立	⑤有一个 $x_0 \in A$, 使 $p(x_0)$ 成立

【注意】 对一个命题的否定是全部否定,而不是部分否定.在对一个全称命题进行否定时,要特别注意有些命题可能省略了全称量词.例如:实数的绝对值是正数,它的否定应是:存在一个实数,它的绝对值不是正数,而不能写成:实数的绝对值不是正数.



案例导航·点点金

我用三维,因为她知道高考考什么.

考点一 判断全称命题与存在性命题的真假

例 1 判断下列命题是否是全称命题或存在性命题,

若是,用符号表示,并判断其真假.

- (1) 有一个实数 α , $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \neq 1$;
- (2) 任何一条直线都存在斜率;
- (3) 所有的实数 a, b , 方程 $ax+b=0$ 恰有唯一解;
- (4) 存在实数 x , 使得 $\frac{1}{x^2-x+1} = 2$.

【解】 本题考查全称命题以及存在性命题的含义以及符号表示,可以按照定义进行求解.

(1) 是一个存在性命题,用符号表示为: $\exists \alpha \in \mathbf{R}, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \neq 1$, 是一个假命题.

(2) 是一个全称命题,用符号表示为: $\forall$ 直线 l , l 存在斜率, 是一个假命题.