



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济应用数学 (第二版)

顾静相 主编 上册
顾静相 冯泰 编著



高等教育出版社
Higher Education Press

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济应用数学

(第二版)

上册

顾静相 主编

顾静相 冯泰 编著

高等教育出版社

内容提要

本书第一版是教育科学“十五”国家规划课题研究成果,第二版被评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材。本书在引例、解释和应用诸多方面力争多联系与经济有关的问题,对概念、定理和方法等采用了学生容易理解的方式进行叙述,从而降低了起点,减少了难度,精简了内容。

全书分为上、下两册,共15章。上册是微积分的内容,主要包括:极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、常微分方程、无穷级数;下册是线性代数、概率论与数理统计的内容,主要包括:线性代数基础、线性代数应用、基础概率、随机向量、数据处理、统计推断、方差分析与相关分析。

本书可供培养应用型人才的高等学校经济管理类专业选用,也可供有关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学.上册 / 顾静相主编. —2版. —北京:高等教育出版社,2009.6

ISBN 978-7-04-026490-6

I. 经… II. 顾… III. 经济数学-高等学校-教材
IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 075372 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
总 机 010-58581000

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 高等教育出版社印刷厂

网上订购 <http://www.landrac.com>
<http://www.landrac.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×960 1/16
印 张 22.25
字 数 410 000

版 次 2004年7月第1版
2009年6月第2版
印 次 2009年6月第1次印刷
定 价 26.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26490-00

第二版前言

为了适应当前我国高等教育的发展需要,满足社会对高校应用型人才培养的各类要求。根据应用型人才培养中经济与管理类专业培养目标及本课程的性质、地位和作用,本书的修订工作确定了“问题为‘的’,数学为‘矢’,有的放矢”的基本修改原则。内容编排上,努力寻求突破,以贴近生活和大量引进经济管理案例为原则,体现课程内容的有用、适用、应用,改变传统的数学教材过多地进行抽象的定理演绎、推导和繁杂的计算,采用几何印证、实际背景推理和简单验证等形象思维方式进行处理,简化数学定理证明、公式推导和习题演算,使学生能够从传统的数学学习负担中解放出来,并能集中精力有效关注数学作为工具的重要作用。

1. 该教材内容分为微积分、线性代数、概率论与数理统计三个模块,在每一模块前增加一篇简要介绍这一模块的起源、发展和作用的短文,使学生初步了解它的历史背景。在每一模块后面增加一个综合案例,主要是综合利用前面所学的知识,解决一个经营管理等方面的问题,使学生进一步体会经济数学的作用。

2. 考虑学习对象的状况及特点,贴近学生,每章正文之前给出了本章导读,以日常生活及经济管理中常见和人们关心或熟悉的典型事例为引子,一开始就让学生知道本章知识的应用并产生求解问题的冲动;各章节则在该引子问题及其他更多实际问题的求解过程中自然引入数学工具,最终和学生一道在对数学的领悟和掌握之中共同完成导读中引子问题的解答。

3. 本章导读的另一作用是简介本章基本内容和学习目标,使学生一开始就明确学习内容和主要目标。每章最后安排本章内容小结、一个相关数学家的介绍和本章作业,及时归纳、小结本章主要内容,增加学生的知识面。

4. 为了更贴近社会、贴近生活、贴近应用,对各章内容进行适当增删与修改,调整和修改部分例题,增加了社会活动和经济管理方面的典型例题或案例,进一步强调本学科的实际应用,激发学生的学习兴趣。

真诚地希望广大读者能够参与到我们的数学教学改革中来,您的参与就是我们最大的支持和褒奖,让我们一起将本教材建设成为应用型本科教育的精品教材。

本次改版工作全部由顾静相完成。

高等教育出版社的于丽娜、李华英等编辑为本次改版付出了辛勤劳动,在此表示衷心感谢。

编者

2008年12月

第一版总序

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要,满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对高校应用型人才培养的各类要求,探索和建立我国高等学校应用型人才培养体系,全国高等学校教学研究中心(以下简称“教研中心”)在承担全国教育科学“十五”国家规划课题——“21世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”研究工作的基础上,组织全国100余所培养应用型人才为主的高等院校,进行其子项目课题——“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究与探索,在高等院校应用型人才培养的教学内容、课程体系研究等方面取得了标志性成果,并在高等教育出版社的支持和配合下,推出了一批适应应用型人才培养需要的立体化教材,冠以“教育科学‘十五’国家规划课题研究成果”。

2002年11月,教研中心在南京工程学院组织召开了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题立项研讨会。会议确定由教研中心组织国家级课题立项,为参加立项研究的高等院校搭建高起点的研究平台,整体设计立项研究计划,明确目标。课题立项采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式,分期分批启动立项研究计划。为了确保课题立项目标的实现,组建了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题领导小组(亦为高校应用型人才立体化教材建设领导小组)。会后,教研中心组织了首批课题立项申报,有63所高校申报了近450项课题。2003年1月,在黑龙江工程学院进行了项目评审,经过课题领导小组严格的把关,确定了首批9项子课题的牵头学校、主持学校和参加学校。2003年3月至4月,各子课题相继召开了工作会议,交流了各校教学改革的情况和面临的具体问题,确定了项目分工,并全面开始研究工作。计划先集中力量,用两年时间形成一批有关人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系等理论研究成果报告和在做研究报告基础上同步组织建设的反映应用型人才培养特色的立体化系列教材。

与过去立项研究不同的是,“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题研究在审视、选择、消化与吸收多年来已有应用型人才培养探索与实践成果基础上,紧密结合经济全球化时代高校应用型人才培养工作的实际需要,努力实践,大胆创新,采取边研究、边探索、边实践的方式,推进高校应用型人才培养工作,突出重点目标,并不断取得标志性的阶段成果。

教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱和基础,作为体现教学内容

和教学方法的知识载体,在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索、建设适应新世纪我国高校应用型人才培养体系需要的教材体系已成为当前我国高校教学改革和教材建设工作面临的十分重要的任务。因此,在课题研究过程中,各课题组充分吸收已有的优秀教学改革成果,并和教学实际结合起来,认真讨论和研究教学内容和课程体系的改革,组担一批学术水平较高、教学经验较丰富、实践能力较强的教师,编写出一批以公共基础课和专业、技术基础课为主的有特色,适用性强的教材及相应的教学辅导书、电子教案,以满足高等学校应用型人才培养的需要。

我们相信,随着我国高等教育的发展和高校教学改革的不断深入,特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的启动和实施,具有示范性和适应应用型人才培养的精品课程教材必将进一步促进我国高校教学质量的提高。

全国高等学校教学研究中心

2003年4月

第一版前言

本书是全国教育科学“十五”国家规划课题——“21 世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”的子课题“21 世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”项目成果之一。

经济应用数学是经济管理中所用的高等数学,该课程与通常的高等数学课程相比有其特殊性。需要正确认识经济与数学的关系。将数学用于经济学,可以深入揭示仅靠定性分析难以表达的现代经济错综复杂的相互关系及其变化趋势,可以指出经济决策的方向,可以预测这些决策的直接效果和间接效果。但是,将数学用于经济学,绝不是用数学取代经济学,数学分析要为经济分析服务。因此,本书较好地把握了经济数学课程的定位和学科发展,力求既保持本课程学科体系的合理性和教学内容的系统性。又不失经济概念的严谨和时代特征,真正体现“数学为本,经济为用”的经济数学特点。

按照经济管理类数学课程教学基本要求和满足我国高等学校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对高校应用型人才培养的各类要求,本书对基本内容做了合理选择,分上下两册共 15 章,上册为:极限与连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、常微分方程、无穷级数;下册为:线性代数基础、线性代数应用、基础概率、随机向量、数据处理、统计推断、方差分析与回归分析。这些内容基本涵盖了高等教育经济管理类专业必需的数学基础。通过这些内容的学习,可以使学生对微积分学、线性代数、概率论与数理统计的思想和方法有初步认识,掌握微积分学、线性代数、概率论与数理统计的基本知识、基本理论和基本技能,培养学生的抽象思维、逻辑推理以及基本运算能力,使学生初步具有运用定性与定量相结合的方法分析和解决经济管理问题的能力,并为学生今后学习经济管理课程和从事经济管理工作打下必要的数学基础。

在贯彻“以应用为目的,以必需够用为度”的指导思想下,本书重视基本概念、基本运算技能的训练,重视培养学生运用数学分析方法解决实际问题的能力,而不拘泥于理论推导和较繁杂的运算技巧。作为经济管理类专业使用的教材,在引例、解释和应用诸多方面力争多联系与经济有关的问题。针对经济管理类学生的特点,本书对概念、定理和方法等采用了学生容易理解的方式进行叙述,从而降低了起点,减小了难度,精简了内容,便于普通高校的教学和学生自学。本书在各章节内容编写过程中,首先编排了本章“学习目标”,使学生一开

始就有较明确的方向。为便于教师和学生使用,各章选配了适量的例题,使学生能掌握本课程的基本理论和基本方法;并在每章末配有两类习题:(A)类是计算、应用、证明等传统题型;(B)类是填空、选择等客观题型,书末附有习题答案。

本书上册分别由顾静相(第1,2,3章)、冯泰(第4,5,6,7,8章)编写,全书由顾静相统纂主编。

高等教育出版社的编辑李艳馥、李蕊为本教材的出版付出了辛勤劳动,在此表示衷心感谢。

因受经验和水平所限,本教材中不妥之处实属难免,敬请读者批评指正。

编 者

2004年2月

目 录

第 1 篇

微 积 分

第 1 章 极限与连续	3
1.1 函数	4
1.2 极限的概念	16
1.3 无穷小量与无穷大量	25
1.4 极限的运算法则	28
1.5 两个重要极限	34
1.6 函数的连续性	39
1.7 常用经济函数	45
数学家小传 柯西	50
习题 1	52
第 2 章 导数与微分	59
2.1 导数的概念	60
2.2 求导法则	68
2.3 高阶导数	77
2.4 函数的微分	80
2.5 导数概念在经济学中的应用	85
数学家小传 牛顿	91
习题 2	94
第 3 章 中值定理与导数应用	100
3.1 中值定理	101
3.2 洛必达 (L'Hospital) 法则	104
3.3 函数单调性的判别	110

3.4 函数的极值与最值	113
3.5 建模和最优化	119
3.6 曲线的凹凸及函数作图	125
数学家小传 洛必达	131
习题3	133
第4章 不定积分	138
4.1 原函数与不定积分概念	138
4.2 换元积分法	145
4.3 分部积分法	152
4.4 不定积分在经济分析中的应用	155
数学家小传 拉格朗日	157
习题4	159
第5章 定积分	165
5.1 定积分概念与性质	166
5.2 微积分基本定理	171
5.3 定积分的换元积分法和分部积分法	175
5.4 反常积分	180
5.5 定积分的应用	184
数学家小传 莱布尼茨	191
习题5	194
第6章 多元函数微积分	200
6.1 预备知识	202
6.2 二元函数	206
6.3 偏导数与全微分	211
6.4 复合函数微分法与隐函数微分法	218
6.5 二元函数的极值	223
6.6 二重积分	231
数学家小传 克莱罗	242
习题6	243
第7章 常微分方程	250
7.1 常微分方程的基本概念	251

7.2 一阶微分方程	255
7.3 可降阶的二阶微分方程	262
7.4 二阶线性常系数微分方程	265
7.5 微分方程应用举例	276
数学家小传 庞加莱	281
习题 7	284
第 8 章 无穷级数	288
8.1 无穷级数的概念与性质	289
8.2 数项级数的收敛性判别法	294
8.3 幂级数	302
8.4 泰勒级数与泰勒公式	308
数学家小传 泰勒	315
习题 8	317
综合案例一 邦德建筑公司	322
习题答案	325
参考书目	342

第 1 篇

微 积 分

微积分是应用最广泛的数学分支之一。人们已经不仅仅把微积分看成一门数学课程，这是由于微积分中蕴涵了许多深刻的哲学思想。常量与变量、有限与无限、收敛与发散等，无不体现出对立统一和辩证的思想。如果仅仅把学习微积分看作是掌握一种数学知识，那么你学习的收获就会小很多。数学家 Demollis 曾经说过：“没有数学，我们无法看透哲学；没有哲学，人们无法看透数学的深度；而若两者都没有，人们就什么也看不透。”

恩格斯曾经指出：“数学中的转折点是笛卡儿的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了……”。实际上，与笛卡儿同时代的伟大数学家费马对解析几何的创立也有重要贡献。而解析几何的创立是微积分产生的序曲。微积分的起源主要来自两个方面：一是一些力学和天文学问题，例如求变速运动的瞬时速度、加速度、路程等问题；二是几何方面的一些经典问题，例如求曲线的切线、曲线的长度、不规则几何图形的面积、体积等问题。这些古老的问题在古代就有许多数学家研究过，实际上当时人们遇到的两类问题就是今天的微分学和积分学问题，但是一直没有人把它们联系起来。发现这两类问题显著联系的是牛顿和莱布尼茨，联系的桥梁就是著名的牛顿 - 莱布尼茨公式。微积分的发展在科学史上具有非凡的意义。

现在微积分的主要内容安排总是按照函数、极限、连续、导数、微分、积分这个次序，实际上极限和连续的概念产生于微积分之后。微积分这座辉煌的大厦刚开始建立时，基础是很不牢固的，极限和连续等概念正是在加固微积分基础的情况下产生的。19 世纪，在柯西、魏尔斯特拉斯等数学家的共同努力下，才完成了微积分的严格化。

第 1 章 极限与连续

本章导读

下面的这篇新闻报道摘自 1990 年 5 月 27 日《纽约时报》^①.

一笔历时 213 年的贷款,山姆大叔能索回吗?

圣安东尼奥(SAN ANTONIO),5 月 26 日——二百多年以前,宾夕法尼亚(Pennsylvania)州一个名叫雅各布·德黑文(Jacob DeHaven)的富裕商人借给大陆会议 450 000 美元以援救在瓦利福奇(Valley Forge)的部队.显然这笔贷款从未偿还.所以德黑文先生的后代向法院起诉美国政府,以索还他们认为被欠的钱.如果以当时流行的利率:年利率 6%、每天一次的复利来支付利息,则以今天的美元计,总数为 159 602 560 630.94 美元.如果复利为一年一次,则这笔款仅为 110 499 882 234.59 美元.

德黑文先生的后代称,他们对于这笔款项的安排愿意采取灵活的态度.他们甚至可能会接受一个衷心的谢意,或者也许是一尊德黑文塑像.但他们也评论说,利息正在以每秒 5 066.28 美元的速度积累.

要想知道上述报道中这笔贷款偿还的总数计算,就需要了解复利的计算方法和计算公式.这将在本章中介绍.

极限概念是微积分有别于代数和三角的诸多概念之一,它是微积分学的基本概念之一,微积分学中的其他一些重要概念,如连续、导数、定积分等,都是用极限表述的.并且微积分学中的很多定理也是用极限方法推导出来的.这一章我们在对函数概念进行复习和补充的基础上将介绍数列与函数极限的概念、求极限的方法及函数的连续性.

通过本章学习,希望大家:

- 理解函数概念,熟悉函数的表示法,了解函数的几何特性,掌握其图形特征.
- 了解反函数的概念,知道函数与其反函数的几何关系,给定函数会求其反函数.
- 理解复合函数的概念,了解两个(或多个)函数能构成复合函数的条件,

^① 摘自:[美]D·休斯·哈雷特,克莱逊 A M. 微积分. 北京:高等教育出版社,1997.

掌握将一个复合函数分解为较简单函数的方法.

- 了解基本初等函数、初等函数和分段函数的概念,掌握基本初等函数的基本性质,会建立简单应用问题的函数关系.

- 了解数列与函数极限的概念,知道极限存在性定理,并能用于求一些简单极限的值.

- 了解无穷小量、无穷大量的概念和基本性质,掌握无穷小量比较的方法,知道无穷小量与无穷大量的关系.

- 熟练掌握两个重要极限.

- 了解函数连续的概念和连续函数的性质,掌握函数间断点的分类,掌握讨论简单分段函数连续性的方法,记住初等函数在其定义区间内必连续的结论.

- 掌握求极限的基本方法:利用极限运算法则、无穷小量的性质、两个重要极限以及函数的连续性等.

1.1 函 数

1.1.1 函数概念

一、函数定义

在同一自然现象或社会现象中,一般会有几个变量在同时变化着,这些变量的变化并不是孤立的,而是相互联系并遵循一定的规则.函数就是描述这种联系的一个规则.

例1 设某工厂每天生产仪器的能力为300台/天,固定成本100万元,每生产一台,成本增加0.5万元,则该工厂每天的总成本 y 与产量 x 有如下关系

$$y = 0.5x + 100 \quad (\text{万元}).$$

当 x 在生产能力允许的范围 $[0, 300]$ 内取定某一数值时,总成本也随之有一个确定的数值与之对应.当然,这种对应是通过以下规则确定的:

$$y(\quad) = 0.5 \times (\quad) + 100.$$

例如,当 $x = 100$ 时, $y(100) = 0.5 \times 100 + 100 = 150$ (万元).

例2 图1-1是气象站采用自动温度记录仪记录下来的某地某一昼夜气温 T 随时间 t 变化的规律.

对从0到24小时内的任意一个确定的时刻 t ,都有一个确定的气温 T 与它对应,它们之间的对应规则就是图1-1的曲线.如当时间为 t_0 时,通过图中曲线找到 T_0 ,且 T_0 是唯一的.

例3 根据国家统计局公布的统计数据,我国2000—2005年的国内生产总值(GDP)如表1-1所示.

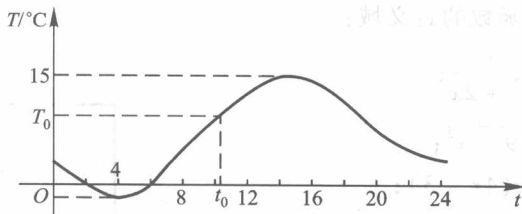


图 1-1 某一昼夜气温变化实测图

表 1-1 2000—2005 年的国内生产总值

t /年份	2000	2001	2002	2003	2004	2005
GDP/亿元	99 214.6	109 655.2	120 332.7	135 822.8	159 878.3	183 084.8

由表 1-1 可以看出:随着年份 t 的增加,我国 GDP 在不断增长,对 $\{2000, 2001, \dots, 2005\}$ 中任何年份 t ,由表 1-1 所示的对应关系可唯一确定该年的 GDP.

例 4 北京现行的出租汽车某一收费标准为:乘车不超过 3 km,收费 10 元,若超过 3 km,超出里程每千米加收 2 元.由于乘车里程在 3 km 内与超出 3 km 的收费标准不同,乘车费用 y 与乘车里程 x 之间的对应关系应该是

$$y = \begin{cases} 10, & 0 < x \leq 3, \\ 10 + 2(x - 3), & x > 3. \end{cases}$$

当乘车里程 x 在其取值范围内任取一个数值时,按照上述对应关系就有唯一确定的乘车费用 y 与之对应.例如,当乘车里程为 1.8 km 时,即 $x = 1.8 < 3$ 时,乘车费用为 $y = 10$ 元;当乘车里程为 8 km 时,乘车费用为 $y = 10 + 2 \times (8 - 3) = 20$ 元.

若将上述这些变量之间的对应关系抽象出来,则可得到下面的函数概念.

定义 1.1 设 x, y 是两个变量, D 是一个给定的非空集合,如果对于 D 内的每一个 x ,按照某种规则 f ,都有唯一确定的 y 值与之对应,则称变量 y 是 x 的函数,记作

$$y = f(x), \quad (1.1.1)$$

其中 x 叫做自变量, y 叫做因变量. x 的变化范围 D 叫做函数的定义域,对应的 y 值的变化范围叫做函数 $y = f(x)$ 的值域,记作

$$Y = \{y \mid y = f(x), x \in D\}.$$

当自变量 x 在其定义域 D 内取定某确定值 x_0 时,因变量 y 按照给定的函数关系 $y = f(x)$ 求出的对应值 y_0 ,叫做当 $x = x_0$ 时的函数值,记作 $y_0 = f(x_0)$ 或 $y_0 = y|_{x=x_0}$. 有时函数符号也可以用其他字母来表示,如 $y = g(x)$ 或 $y = \varphi(x)$ 等.

为了便于理解,我们可以把函数想象成一个数字处理装置.当我们输入定义域的一个值,则有值域中的唯一确定的值 $f(x)$ 输出,如图 1-2.

例5 求下列函数的定义域:

$$(1) f(x) = \frac{3}{x^2 + 2x};$$

$$(2) f(x) = \sqrt{9 - x^2};$$

$$(3) f(x) = \lg(4x - 3);$$

$$(4) f(x) = \arcsin(2x - 1);$$

$$(5) f(x) = \lg(4x - 3) - \arcsin(2x - 1).$$

解 (1) 在分式 $\frac{3}{x^2 + 2x}$ 中, 分母不能为零,

所以 $x^2 + 2x \neq 0$, 解得 $x \neq -2$ 且 $x \neq 0$, 即定义域为 $(-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, +\infty)$.

(2) 在偶次根式中, 被开方式必须大于等于零, 所以有 $9 - x^2 \geq 0$, 解得 $-3 \leq x \leq 3$, 即定义域为 $[-3, 3]$.

(3) 在对数式中, 真数必须大于零, 所以有 $4x - 3 > 0$, 解得 $x > \frac{3}{4}$, 即定义域为 $(\frac{3}{4}, +\infty)$.

(4) 反正弦或反余弦中的式子的绝对值必须小于等于1, 所以有 $-1 \leq 2x - 1 \leq 1$, 解得 $0 \leq x \leq 1$, 即定义域为 $[0, 1]$.

(5) 该函数为(3), (4)两例中函数的代数和, 此时函数的定义域应为(3), (4)两例中定义域的公共部分, 即 $(\frac{3}{4}, 1]$.

注意, 在实际应用问题中, 除了要根据函数表达式本身来确定自变量的取值范围以外, 还要考虑到变量的实际意义. 一般地, 经济变量往往取正值, 即经济变量都是大于零的.

例6 已知函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 求 $f(0)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(-x)$, $f(\frac{1}{x})$, $f(x+1)$, $f(x^2)$.

解 将 $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$ 分别代入函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 中, 得

$$f(0) = \frac{1-0}{1+0} = 1, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}.$$

再将 $-x$, $\frac{1}{x}$, $x+1$, x^2 分别代入函数 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ 中自变量 x 的位置, 得

$$f(-x) = \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \frac{1+x}{1-x}, \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1},$$

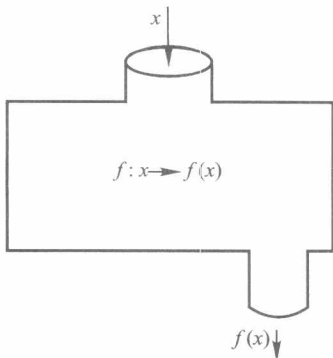


图 1-2 函数示意图