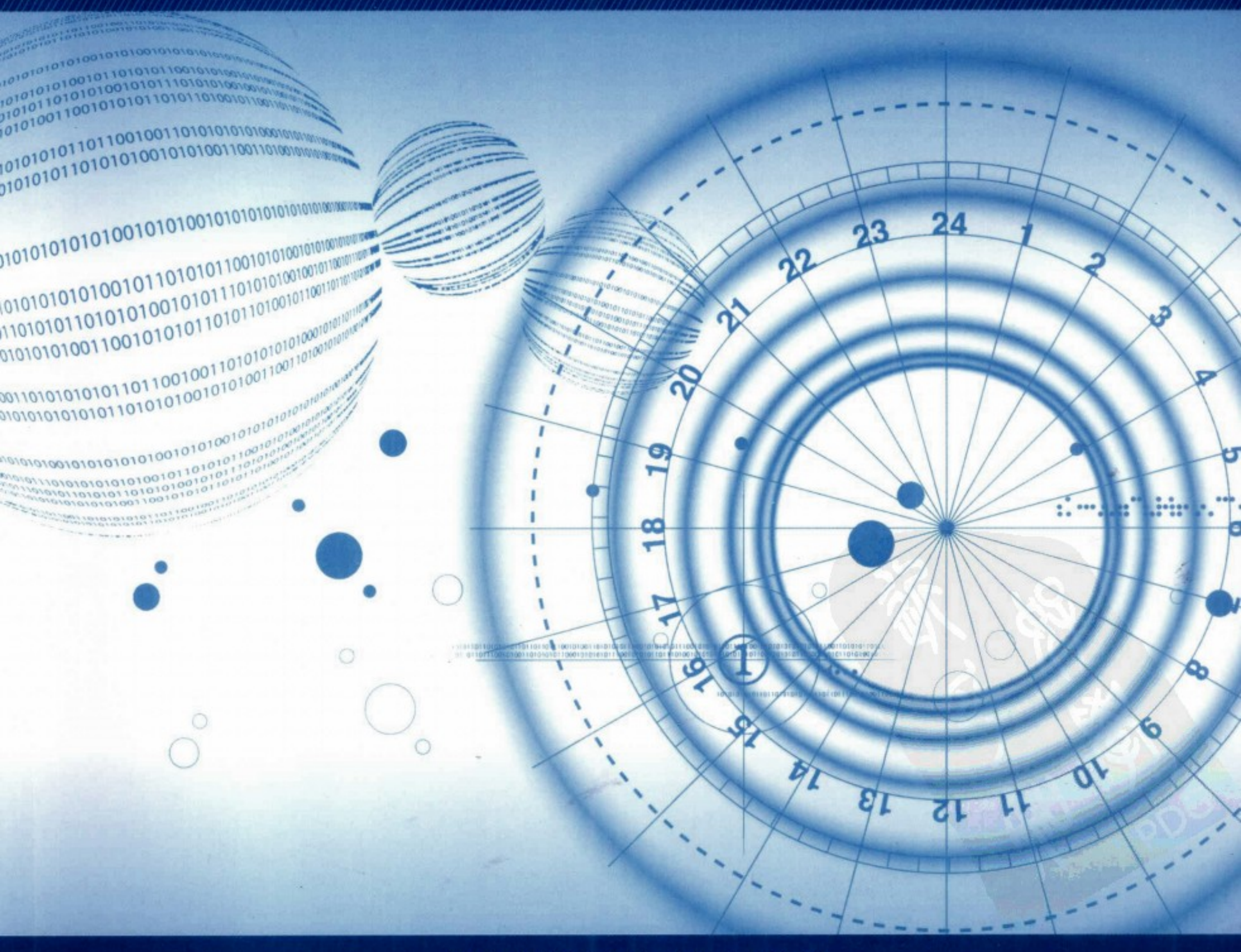
中等职业技术院校规划创新教材

初等数学

党西娥　刘宝琴 / 主编



陕西师范大学出版社

策 划 人：杨雪玲
责 任 人：王 颖
封面设计：G-REN desiGn

中等职业技术院校规划创新教材

初等数学

物理

职校生创业与就业

ISBN 978-7-5613-4744-7
9 787561 347447 >

定价：19.00元

中等职业技术院校规划创新教材

初等数学

主　审　赵宏芳
主　编　党西娥　刘宝琴
副主编　贺晓燕　霍彩莲
编　者　张淑娟　尚定一
　　　　刘晓刚　宁　鑫

陕西师范大学出版社

图书代号 JC9N0666

图书在版编目(CIP)数据

初等数学/党西娥,刘宝琴主编. - 西安:陕西师范大学出版社,2009.8
ISBN 978 - 7 - 5613 - 4744 - 7

Ⅰ. 初… Ⅱ. ①党… ②刘… Ⅲ. 初等数学 - 高等学校:技术学校 - 教材 Ⅳ. 012

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 115148 号

初等数学
党西娥 刘宝琴 主编

责任人 王 颖
封面设计 吉人设计
出版发行 陕西师范大学出版社
社 址 西安市陕西师大 120 信箱(邮政编码:710062)
网 址 http://www.snupg.com
经 销 新华书店
印 刷 西安建科印务有限责任公司
开 本 787mm × 1092mm 1/16
印 张 12
字 数 249 千
版 次 2009 年 8 月第 1 版
印 次 2009 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5613 - 4744 - 7
定 价 19.00 元

读者购书、书店添货或发现印刷装订问题,请与本社教材中心联系、调换。
电 话:(029)85307826 85303622(传真)
E - mail:jcc@snnup.net

前 言

随着我国职业教育的快速发展,职业教育教学改革也在不断深入。以课程改革为核心,推进职业教育办学思想、办学模式和办学机制的转变,已经成为落实“以服务为宗旨,以就业为导向”办学指导思想的关键。近年来,由于中职招生没有门槛,学生的文化课基础两极分化严重,很难使用统一的教学大纲和教材组织教学,尤其是数学学科。我们结合学生的实际,紧紧围绕职业教育培养的目标,以“必需、够用”为度,遵循“强化能力,立足应用”的原则编写了本教材。

本教材有以下的特点:

1. 把培养数学的思维方式作为教学目标之一,按照数学的思维方式编写每一节的内容。

数学的思维方式是一种科学的思维方式,按照数学的思维方式学习数学才能学好数学。培养学生具有数学的思维方式将使学生终生受益。

什么是数学的思维方式?观察客观世界的现象,抓住其主要特征,抽象出概念或者建立模型;进行探索,通过直觉判断或者归纳推理、类比推理作出猜测;然后进行深入分析和逻辑推理,揭示事物的内在规律,从而使纷繁复杂的现象变得井然有序,这就是数学的思维方式。

本书按照数学的思维方式编写每一节的内容,其中设立了“观察”、“思考”、“抽象”、“分析”、“论证”、“评注”、“归纳”等小标题,使学生在学习数学知识的同时,受到数学思维方式的熏陶,日积月累地培养学生的数学思维方式,提高学生的素质。

2. 准确把握数学的根基,使学生扎扎实实地掌握基础知识和基本技能。

依据国家教育部新制定的《中等职业学校数学教学大纲》,对传统的初等数学教学内容进行了精选,把在理论上、方法上以及现代生产与生活中得到广泛应用的知识作为各专业必学的基本内容。教材的编写从学生的实际基础出发,以提高中职学生的数学素质,使多数学生能完成“大纲”中规定的教学要求,以保证中职学生能达到高中阶段的基本

数学水准。

3. 使学生主动地、生动活泼地参与到教学过程中来。

“内因是根据，外因是条件”。我们要创造条件，吸引学生，调动学生内在的积极性，才能使学生学好数学。为此，我们在教材中设立了“观察”、“认一认”、“辨一辨”、“试一试”、“说一说”、“想一想”、“动脑筋”等小标题。让学生在课堂上积极地看、说、做、想数学问题。这些小标题在每一节中是结合具体数学内容的需要自然而然设立的。

4. 深入浅出，易教易学。

针对职校学生的数学基础和实际水平，在编写中力求做到降低知识起点，温故知新、深入浅出，并采用数形结合的方法，以图、表直观地讲解概念、定理，加强分析过程，使教材易教易学。

5. 注重培养学生应用数学的意识与能力。

本教材采取分散与集中相结合的方式，编排了有价值的应用题，引导学生运用所学的数学知识解决日常生产、生活中的简单实际问题，以培养学生应用数学的意识与能力。

本教材共分十三章。主要内容包括：集合与数理逻辑用语，不等式，函数，幂函数、指数函数、对数函数，任意角的三角函数，三角函数的图像和性质，数列，复数，平面解析几何，常见的二次曲线，立体几何初步，排列与组合，概率。在每节后配有一定数量的习题，每章后配有总复习题，供教师和学生选用。

由于编者水平有限，本书难免存在不少缺点和错误，诚恳希望教师和同学们以及数学教学研究人员批评指正，以便进一步修改与完善这本教材。

编　者

2009 年 6 月

目录

CONTENTS

第 1 章　集合与数理逻辑用语

第 2 章　不等式

第 3 章　函数

第 4 章　幂函数　指数函数　对数函数

第5章 任意角的三角函数

第6章 三角函数的图象和性质

第7章 数列

第8章 复数

第 9 章 平面解析几何

第 10 章 常见的二次曲线

第 11 章 立体几何初步

第 12 章 排列与组合

第 13 章　概率

第1章

集合与数理逻辑用语

集合与逻辑用语是数学中的通用语言. 学好这一章就可为今后进一步学好数学打下基础,并将提高同学们运用数学语言去理解和处理问题的能力.

1.1 集合及其表示方法

1.1.1 集合与元素

观察 (1)某学校一年级(1)班的所有学生组成一个班集体;

(2)某技术学院图书馆的全部藏书;

(3)某学校实习车间的所有机床;

(4)不等式 $2x+3>0$ 的所有解;

(5)平面上与点 O 的距离为 2 cm 的所有点形成一个圆.

抽象 从上述例子可以看出,我们常常要考虑由一些对象组成的整体,我们用集合这个词来表述它,即:

集合是指由一些事物组成的整体,而这些事物中的每一个对象称为这个集合的**元素**.

说一说 在上述例子中,某学校一年级(1)班就是一个集合,这个班的每个学生就是一个元素.

在上述(2)和(4)的例子中,集合是什么? 它的元素是什么?

我们通常用大写的英文字母来表示集合,如 $A,B,C\cdots$;用小写字母来表示元素,如 $a,b,c\cdots$.

如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$;如果 a 不是 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a\notin A$.

评注 【1】作为集合的元素,必须是能够被确定的. 这就是说,不能确定的对象,就不能构成集合. 例如,高一(1)班所有的高个子同学就不能构成集合. 这是因为没有规定多高才是高个子,因而高个子同学不能确定.

【2】集合中元素是互异的. 这就是说,集合中的任何两个元素都是不同的对象,相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素.

【3】集合中的元素是无序的. 例如,由数字 1,2,3 组成的集合和由 3,2,1 组成的集合是同一个集合.

认一认 由数组成的集合叫做**数集**. 数学中一些常用的数集,用固定的大写字母表示:

非负整数全体构成的集合,叫做**自然数集**,用 N 表示;

整数全体构成的集合,叫做**整数集**,用 Z 表示;

有理数全体构成的集合,叫做**有理数集**,用 Q 表示;

实数全体构成的集合,叫做**实数集**,用 R 表示;

为方便起见,有时我们用 N_+ 表示**正整数集**,用 Q_+ 表示**正有理数集**,用 R_- 表示**负实数集**.

集合按其所含元素的个数可划分为以下几种.

有限集:含有有限个元素的集合,如"观察"(1)(2)(3)是有限集.

无限集:含有无限个元素的集合,如"观察"(4)是无限集.

空集:不含有任何元素的集合,记作$\varnothing$. 如在实数范围内,方程 $4x^2+1=0$ 的解集为空集.

非空集合:至少含有一个元素的集合.

单元素集合:只含有一个元素的集合.

1.1.2 集合的表示方法

集合的表示方法,常用的有**列举法**和**描述法**.

一般地,把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法叫做**列举法**. 对于元素不太多的有限集合,一般要用列举法表示,例如$\{1,2,3,4,5\}$.

例 1 用列举法表示下列集合.

(1)10 以内的奇数; (2)大于 3 而小于 11 的全体偶数;

(3)一年中有 31 天的月份的全体; (4)方程 $y-1=0$ 的解集;

(5)小于 100 的自然数组成的集合.

解 (1)$\{1,3,5,7,9\}$;

(2)$\{4,6,8,10\}$;

(3)$\{1,3,5,7,8,10,12\}$;

(4)$\{1\}$;

(5)一般不必一一列举出所有数字,简单写作$\{0,1,2,\cdots,99\}$.

归纳 (1)列举出所有元素,不能遗漏.

(2)每个元素只能列举一次,不能重复.

(3)每个元素之间用逗号分开.

(4)集合中的元素较多且有规律时,可列举几个元素作为代表,其他元素用省略号表示.

思考 当某个集合中含有无穷多个元素,如由大于 -2 的实数所组成的集合,此时无法用列举法表示,怎样表示这类集合呢?

分析 比 -2 大的实数有无穷多个,无法用列举法表示,抓住这个集合元素所具有的特征:它们是实数并且大于 -2,于是我们可以把这个集合表示成$\{x \mid x\in R \text{ 且 } x>-2\}$.

其中大括号内竖线左边的 x 是这个集合的代表元素,竖线右边写的是这个集合的元素的特征性质.

这种把集合元素的共同特征描述出来,写在大括号内表示集合的方法叫做**描述法**.

例 2　用描述法表示下列集合.

(1)大于 3 的全体实数构成的集合；　(2)北京市；

(3)方程 $x^2-3x+2=0$ 的解集；　(4)所有正偶数构成的集合.

解　(1)$\{x|x>3\}$；

(2)$\{x|x$ 是中华人民共和国的首都$\}$；

(3)$\{x|x^2-3x+2=0\}$；

(4)$\{x|x$ 能被 2 整除且大于 0$\}$或$\{x|x$ 是正偶数$\}$.

练习

1. 下列语句是否能确定一个集合.

(1)大于 5 的自然数的全体；

(2)中华人民共和国在某一时刻公民的全体；

(3)与 1 接近的实数的全体；

(4)某学校高一(2)班性格开朗的男生全体.

2. 判断下列各题所表示的关系是否正确.

(1) $7\in N$；　(2) $-5\notin Z$；　(3) $0.5\in R$；

(4) $\pi\in\varnothing$；　(5) $\sqrt{2}\in R$；　(6) $0\in N$.

3. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

(1) -3 ________ N；　(2) π ________ Q；

(3) $\frac{1}{3}$ ________ Z；　(4) 0 ________ Z；

(5) 1.73 ________ R；　(6) $\sqrt{2}$ ________ Q.

4. 用适当的方法表示下列集合.

(1)平方等于 1 的实数全体；　(2)比 2 大 3 的实数全体；

(3)地球上的四大洋组成的集合；　(4)不等式 $3x-5>7$ 的解集；

(5)矩形全体构成的集合；　(6)由南京一个城市构成的集合；

(7)你当前所学课程的全体；　(8)绝对值等于 3 的实数的全体.

1.2　集合之间的关系

1.2.1　子集

思考　下述两个集合有什么关系？

$$A=\{2,3\},\ B=\{2,3,5,7\}.$$

抽象　我们发现：集合 A 中的元素都属于集合 B 中的元素.

一般地，如果集合 A 的任一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的**子集**，

记作

$$A\subseteq B \text{ 或 } B\supseteq A,$$

读作“A 包含于 B”,或“B 包含 A”.

例如集合 $\{1,2,3,4\}\subseteq\{1,2,3,4,5\}$;$N\subseteq Z$;$Q\subseteq R$.

归纳 (1)若集合 A 不是集合 B 的子集时,记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$. 读作“A 不包含于 B”或“B 不包含 A”. 若 $A=\{1,2\}$,$B=\{3,4,5\}$,则 $A\nsubseteq B$.

(2)任何一个非空集合都是它本身的子集. 因为对于一个非空集合 A,它的任何一个元素都是集合 A 的元素,所以 $A\subseteq A$.

(3)空集 $\varnothing$是 A 的子集,即$\varnothing\subseteq A$,空集是任何集合的子集.

(4)子集的包含关系具有传递性,若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

试一试 设 $A=\{1,2,3\}$,你能写出 A 的所有子集吗? 它们与 A 的关系是什么?

1.2.2 真子集

一般地,如果集合 A 是集合 B 的子集,且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A,那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**,记作 $A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$.

如:$A=\{1,2,3\}$,$B=\{1,2,3,4\}$,则 $A\subsetneqq B$.

我们常用平面上一个封闭曲线内部表示一个集合,如果集合 A 是集合 B 的真子集,那么把表示 A 的区域画在表示 B 的区域的内部(图 1-1 所示).

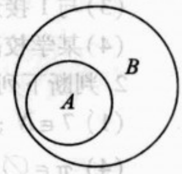


图 1-1

归纳 (1)空集是任何非空集合的真子集.

(2)真子集的包含关系也具有传递性,即若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

1.2.3 集合的相等

设 $A=\{x|x^2=1\}$,$B=\{-1,1\}$,则集合 A 与 B 有什么关系?

集合 A 含有两个元素:$-1,1$,而 $B=\{-1,1\}$. 因此 A 与 B 的元素完全一样.

一般地,如果两个集合的元素完全相同,那么我们就说这两个集合相等,记作

$$A=B$$

例 1 指出以下两个集合之间的关系:

(1) $A=\{2,4,5,7\}$,$B=\{2,5\}$;

(2) $C=\{\text{奇数}\}$,$D=\{\text{整数}\}$.

解 (1)$B\subsetneqq A$;(2) $C\subsetneqq D$.

例 2 试分析集合 $A=\{x|x+2=0\}$ 与 $B=\{x|x^2-x-6=0\}$ 的关系.

解 方程 $x+2=0$ 的解为 $x=-2$,即集合 $A=\{-2\}$.

方程 $x^2-x-6=0$ 的解为 $x=3$ 或 $x=-2$,即集合 $B=\{3,-2\}$.

所以集合 A 是集合 B 的真子集,即 $A\subsetneqq B$.

练习

1. 用适当的符号（$\subseteq$，$\in$，$\notin$，$=$，$\subsetneqq$，$\supsetneqq$）填空.

(1) a ________ $\{a,b,c\}$　　(2) 4 ________ $\{3,5\}$

(3) $\{a\}$ ________ $\{a,b,c\}$　　(4) $\{a,b,c\}$ ________ $\{b,c\}$

(5) $\{0\}$ ________ $\varnothing$　　(6) {矩形} ______ {平行四边形}

(7) $\{4,5,6\}$ ________ $\{6,5,4\}$　　(8) $\varnothing$ ________ $\{x \mid x^2=1,\ x\in R\}$.

2. 指出下列各对集合之间的关系.

(1) $A=$ {等边三角形}；　$B=$ {菱形}.

(2) $C=$ {矩形}；　$D=$ {正方形}.

(3) $E=\{x \mid x$ 是两组对边分别平行的四边形$\}$；

$F=\{x \mid x$ 是一组对边平行且相等的四边形$\}$.

(4) $G=\{x \mid x$ 是能被 3 整除的数$\}$；

$H=\{x \mid x$ 是能被 6 整除的数$\}$.

3. 对于集合 $A=\{2,4,6\}$ 和 $B=\{2,6,b\}$，如果 $A=B$，那么 $b=$ ________.

4. 对于集合 $A=\{m,4,8\}$ 和 $B=\{x \mid x^2-5x+4=0\}$，如果 $B\subsetneqq A$，那么 $m=$ ________.

1.3　集合的运算

1.3.1　交集

试一试　$A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{1,2,5,6\}$，试写出这两个集合的所有公共元素构造出的一个新集合.

集合 A 与集合 B 的公共元素是 1，2，6，它们组成新的集合 $C=\{1,2,6\}$. 下面给出这种构造新集合法则的定义.

对于两个给定的集合 A、B，由既属于 A 又属于 B 的所有元素所构成的集合，叫做 A、B 的**交集**，记作：$A\cap B$，读作“A 交 B”，即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

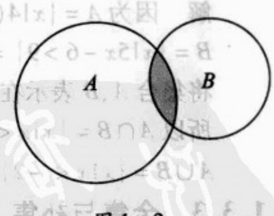


图 1－2

两个集合的交集可用图 1－2 中的阴影部分表示.

由交集的定义容易得出，对于任意集合 A 与 B，有 $A\cap B=B\cap A$，$A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，如果 $A\subseteq B$，那么 $A\cap B=A$.

例 1　已知 $A=$ {等腰三角形}，$B=$ {直角三角形}，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=$ {等腰三角形} $\cap$ {直角三角形} $=$ {等腰直角三角形}.

例 2　设 $A=\{x \mid x>0\}$，$B=\{x \mid x<3\}$，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=\{x \mid x>0 \text{ 且 } x<3\}=\{x \mid 0<x<3\}$.

例 3　已知 $A=\{(x,y) \mid 4x+y=6\}$，$B=\{(x,y) \mid 3x+2y=7\}$，求 $A\cap B$.

解　$A\cap B=\{(x,y) \mid 4x+y=6\}\cap\{(x,y) \mid 3x+2y=7\}$

$$=\left\{(x,y)\ \middle|\ \begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right\}$$

$$=\{(1,2)\}.$$

1.3.2 并集

试一试 已知 $A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,3,4,6\}$，那么这两个集合的全部元素构成的新集合是什么？

抽象 集合 A 和集合 B 全部元素构成的新集合 $C=\{1,2,3,4,5,6\}$.

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合叫做 A 与 B 的**并集**，记作 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即

$$A\cup B=\{x\mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

两个集合的并集可用图 1－3 阴影部分表示.

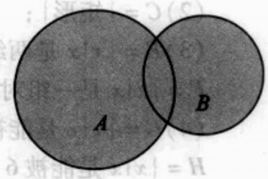


图 1－3

由并集的定义可知，对于任意两个集合 A 与 B，有

(1) $\boldsymbol{A\cup B=B\cup A}$；

(2) $\boldsymbol{A\cup A=A}$；

(3) $\boldsymbol{A\cup\varnothing=\varnothing\cup A=A}$；

(4) **如果 $\boldsymbol{A\subseteq B}$，则 $\boldsymbol{A\cup B=B}$.**

例 4 已知 $Q=\{\text{有理数}\}$，$Z=\{\text{整数}\}$，求 $Q\cup Z$.

解 $Q\cup Z=\{\text{有理数}\}\cup\{\text{整数}\}=\{\text{有理数}\}=Q$.

例 5 设 $A=\{-3,-2,1\}$，$B=\{-2,0,1\}$，$C=\{0,1,2\}$，求 $A\cup B$，$B\cup C$，$(A\cap C)\cup B$.

解 $A\cup B=\{-3,-2,1\}\cup\{-2,0,1\}=\{-3,-2,0,1\}$.

$B\cup C=\{-2,0,1\}\cup\{0,1,2\}=\{-2,0,1,2\}$.

因为 $A\cap C=\{1\}$，

所以 $(A\cap C)\cup B=\{1\}\cup\{-2,0,1\}=\{-2,0,1\}$.

例 6 设 $A=\{x\mid 4(x+1)<3x+2\}$，$B=\{x\mid 5x-6>9\}$，求 $A\cup B$，$B\cap A$.

解 因为 $A=\{x\mid 4(x+1)<3x+2\}=\{x\mid x<-2\}$，

$B=\{x\mid 5x-6>9\}=\{x\mid x>3\}$

将集合 A、B 表示在数轴上，如图 1－4 所示.

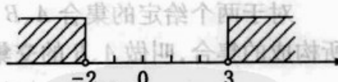


图 1－4

所以 $A\cap B=\{x\mid x<-2\}\cap\{x\mid x>3\}=\varnothing$，

$A\cup B=\{x\mid x<-2\}\cup\{x\mid x>3\}=\{x\mid x<-2 \text{ 或 } x>3\}$.

1.3.3 全集与补集

想一想 设集合 U 是小王所在的高一(2)班的所有学生组成的集合，A 是小王所在的高一(2)班的所有女生组成的集合，B 是小王所在的高一(2)班的所有男生组成的集合，那么集合 A、B 与集合 U 是什么关系呢？

抽象 容易看出，集合 A，B 都是集合 U 的子集，并且集合 B 是由集合 U 中所有不属于集合 A 的同学所组成的集合.

一般地，如果一个集合含有要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全

集. 全集通常用 U 表示, U 可以用一个矩形的内部表示, 如图 1-5 所示.

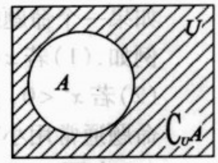


图 1-5

如果集合 A 是全集 U 的子集, 那么由 U 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合, 叫做 A 在 U 中的**补集**, 记作 $\complement_U A$, 读作“A 在 U 中补集”, 也可简记作: $\complement A$, 即

$\complement A=\{x \mid x \in U, 且\ x \notin A\}$.

由补集的定义容易得出, 对于 U 的任意子集 A, 有

$$A \cap \complement A=\varnothing, A \cup \complement A=U$$

$$\complement(\complement A)=A, \complement U=\varnothing, \complement \varnothing=U.$$

其中 $\complement(\complement A)$ 表示 $\complement A$ 的补集.

例 7　设 $U=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 7 且\ x \in N\}$, $A=\{2,3,4\}$, $B=\{3,6,7\}$.

求: $\complement A$; $\complement A \cap \complement B$; $\complement(A \cup B)$.

解　因为 $U=\{x \mid 1 \leqslant x \leqslant 7 且\ x \in N\}=\{1,2,3,4,5,6,7\}$.

所以 $\complement A=\{1,5,6,7\}$, $\complement B=\{1,2,4,5\}$.

$\complement A \cap \complement B=\{1,5\}$, $A \cup B=\{2,3,4,6,7\}$, $\complement(A \cup B)=\{1,5\}$.

练习

1. 已知 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{3,4,6,7\}$, $C=\{6,7,8,9\}$, 求:

(1) $A \cap B, B \cap C, A \cap C$;

(2) $A \cup B, B \cup C, A \cup C$.

2. 如果集合 $A=\{x \mid -3<x<4\}$, $B=\{x \mid 1<x<8\}$, 试求 $A \cap B, A \cup B$, 并在数轴上表示出来.

3. 设全集 $U=\{a, b, c, d, e, f\}$, $A=\{a, c, e\}$, $B=\{b, d, f\}$, 求 $\complement A, \complement B,(\complement A) \cap(\complement B)$, $\complement(A \cup B), \complement(A \cap B)$.

4. 如果集合 $A=\{(x, y) \mid x-y=2\}$, $B=\{(x, y) \mid 3x+2y=1\}$, 试求 $A \cap B$.

1.4　数理逻辑用语

1.4.1　命题

辨一辨　下面所说的事情是真还是假?

(1) 北京是中国的首都;　(2) 太阳是圆的;　(3) 雪是黑的;

(4) -3 是自然数;　(5) 3 大于 2;　(6) 12 是偶数.

抽象　上面所说的事情 (1)(2)(5)(6) 是真的; (3) 和 (4) 是假的. 叙述一件事情的句子要么是真, 要么是假, 不能既真又假.

一般地, 我们把可以判断真假的语句(或陈述句)叫做**命题**.

如果一个命题叙述的事情是真的, 就叫做**真命题**, 简称“真”;