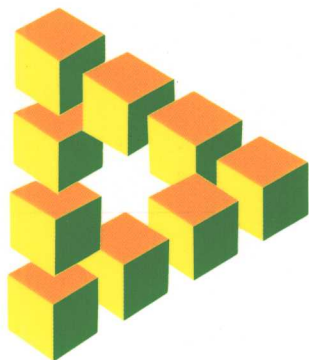


教师基本功丛书·数学教师卷

◎主编 曾大洋

如何上好一堂 数学课



RuHe ShangHao YiTang ShuXueKe

 华东师范大学出版社



教师基本功丛书
数学教师卷

如何上好 一堂数学课

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

如何上好一堂数学课/曾大洋主编. —上海:华东师范大学出版社, 2009

(教师基本功丛书·数学教师卷)

ISBN 978-7-5617-7209-6

I. 如… II. 曾… III. 数学课—教学研究—中小学
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 177008 号

教师基本功丛书·数学教师卷

如何上好一堂数学课

主 编 曾大洋
策划组稿 李文革
审读编辑 李文革
封面设计 黄惠敏

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 华东师范大学印刷厂
开 本 890×1240 32 开
印 张 5.75
字 数 148 千字
版 次 2009 年 10 月第一版
印 次 2009 年 10 月第一次
印 数 3100
书 号 ISBN 978-7-5617-7209-6/G·4167
定 价 12.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

目 录

第1章	如何进行数学问题情境教学	1
第1节	对数学问题情境的认识	1
第2节	对数学问题情境教学的认识	3
第3节	数学问题情境教学案例分析	4
第2章	充分发挥教材中“例、习题”的效用	19
第1节	有效使用教材中“例、习题”的必要性	19
第2节	如何充分发挥教材中“例、习题”的效用	21
第3章	指导学生学会阅读数学课本	38
第1节	指导阅读、研读数学文本	38
第2节	充分利用课本编写体例	47
第4章	数学课堂教学中的“有效互动”	59
第1节	对数学课堂教学中有效互动的理解	59
第2节	如何进行数学课堂教学中的有效互动	66
第5章	数学课堂教学中如何“激趣”	78
第1节	对数学课堂教学中培养与激发学习兴趣的认识	78
第2节	数学课堂教学中“激趣”的案例分析	86
第3节	几点建议	93
第6章	中学数学教学要注意揭示数学的本质	97
第1节	数学的本质是什么?	97
第2节	为什么中学数学教学要注意揭示数学的本质?	98
第3节	中学数学教学怎样呈现数学的本质?	100

第7章	数学课堂教学中的“真情实境”	116
第1节	数学课堂教学中经常出现的“假情虚景”	116
第2节	数学课堂教学的返璞归真	117
第8章	教学设计、课堂教学及教学反思	131
第1节	教学设计与课堂教学	131
第2节	教学反思	143
第9章	数学教师的基本教学技能修养	154
第1节	数学专业修养	154
第2节	教师专业修养	166

88	本县学教委员会学主学导讲	章 8 第
88	本文学教委员会学主学导讲	章 1 第
74	县学教委员会学主学导讲	章 2 第
88	“相互教育”的中学课堂学教	章 4 第
88	相互教育中学课堂学教	章 1 第
88	相互教育中学课堂学教	章 2 第
87	“教育”的中学课堂学教	章 2 第
87	县学教委员会学主学导讲	章 1 第
88	县学教委员会学主学导讲	章 2 第
88	县学教委员会学主学导讲	章 3 第
79	县学教委员会学主学导讲	章 6 第
79	县学教委员会学主学导讲	章 1 第
88	县学教委员会学主学导讲	章 2 第
100	县学教委员会学主学导讲	章 3 第

第1章

如何进行数学问题情境教学

《义务教育数学课程标准》在第三学段的教学建议中指出：“数学教学应从学生实际出发，创设有助于学生自主学习的问题情境，引导学生通过实践、思考、探索、交流，获得知识，形成技能，发展思维，学会学习，促使学生在教师指导下生动活泼地、主动地、富有个性地学习。”课程标准的这一教学建议使得“问题情境”成为数学课堂教学的重要组成部分，成为上好一堂课的重要指标。因此，在推进新课程实施的主阵地——课堂教学过程中，如何进行高质量的数学问题情境教学，并以此引导学生主动地学习数学、深入地思考数学，促进学生数学修养的提高，成为数学教师不容回避的问题。

第1节 对数学问题情境的认识

一、数学问题情境的组成

一位德国学者曾举过一个精妙的比喻：将15克盐放在你面前，无论如何你难以下咽。但当将15克盐放入一碗美味可口的汤中，你却在享用佳肴的同时，将15克盐全部吸收了。问题好比盐，情境犹如美味可口的汤。情境，只有溶入问题才能显现其活力；问题，只有源于情境才能显示其魅力。因此，可将“数学问题情境”理解为为

了实现教学目标而设置的教学环境,它是数学学习、数学思维和数学活动产生的具体条件。基于此理解,数学问题情境应由背景材料及由背景材料衍生出的系列问题组成。背景材料可以源于现实生活实际,也可以出自抽象的纯数学内容,但必须与学生生活或数学活动经验有关,它是知识与生活经验的接口,是数学知识发展的生长点,也是学生探索新知识的起点,由它能产生出一连串环环相扣、由浅入深的探索性问题。

二、数学问题情境的特点

数学问题情境具有以下特点:

1. **科学性**。作为问题情境的背景材料必须科学合理、表达清晰,延伸的探索问题串必须围绕教学目标展开。
2. **趣味性**。创设的问题情境必须能激发学生的学习兴趣 and 进一步探索的欲望。
3. **发展性**。由问题情境的背景材料拓展延伸出的探索问题,可以贯穿在整个教学过程中,因此在背景材料中,不但要有已知,而且要隐含着未知,体现从现有发展区、最近发展区到较远的知识区的发展过程。

4. **探究性**。创设的问题情境应能启迪学生的思维,有不同的路径和不同的方法,能引发学生广泛的类比、联想、猜想与推广。

5. **层次性**。由于学生的认知差异,他们会出现探索过程的思维差与时间差,为了使不同层次的学生在课堂同一时间段内都拥有自己独立思考的空间,由背景材料引出的探索问题串必须呈现出由浅入深的层次性。

三、数学问题情境中问题的呈现方式

数学问题情境中问题的呈现方式分两步:先由教师就背景材料引出问题,让学生自主探索或小组合作学习,再逐步过渡到学生自己从背景材料中发现并提出问题,进而解决问题。

第2节 对数学问题情境教学的认识

一、数学问题情境教学的意义

问题情境教学的渊源可追溯到古希腊苏格拉底的问题教学法或谈话法。20世纪初,美国著名教育家杜威也曾提倡过问题教学,其核心就是问题情境。之后的布鲁纳发现学习法也主张创设问题情境,他认为:“学习者在一定的问题情境中,经历对学习材料的亲身体验和发展过程,才是学习者最有价值的东西。”一切学习都是在一定的环境条件下进行的,数学问题情境教学也不例外。

数学问题情境教学有两方面意义。从心理意义上讲,它能激发学生的学习兴趣,能唤起学生对知识的渴求,让学生在学习过程中伴随着一种积极的情感体验,使学生积极主动地投入学习。从数学意义上讲,它可以帮助学生了解数学与生活的联系,让学生体会数学的价值;可以让学生经历数学化的过程,培养学生的问题意识,增强学生的数学应用意识。

二、数学问题情境教学的目的

数学问题情境教学的目的在于:通过学生对教师所创设的问题情境进行深入细致的观察分析,培养学生的观察能力与直觉思维能力;通过让学生解决由背景材料引出的问题,培养学生分析问题和解决问题的能力,进而提高学生的实践能力;通过让学生针对背景材料提出相关的数学问题,培养学生提出问题的能力与抽象思维能力,进而培养学生的问题意识和创新意识。

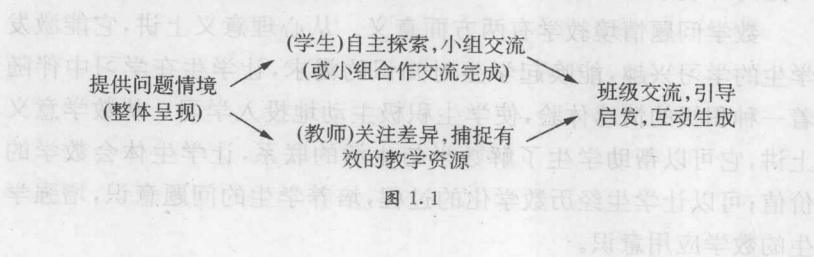
三、数学问题情境教学的原则

数学问题情境是千姿百态、丰富多彩的,它可以源于现实生活,

也可以出自数学自身,但无论如何,数学问题情境的教学都要遵循以下原则:“面向全体学生,从学生原有的认知结构出发,符合学生的认知发展水平”;遵循“跳一跳能摘到果子”的教学思想;突出以“问题引导、自主探索、互动生成”为主旋律的课堂教学模式。

四、数学问题情境教学的方式

在进行数学问题情境教学时,首先,根据需要出示背景材料,再给出拓展延伸问题或整体呈现问题情境(背景材料及由此拓展的延伸问题),并在适当的时候点题。其次,学生根据教师提供的问题情境进行自主探索学习;同时,教师巡视,关注学困生,实行个别辅导,并从学生的解答中收集有效的教学资源,为后续互动中的生成打下良好的基础。具体程序如图 1.1 所示:



第 3 节 数学问题情境教学案例分析

一、数学问题情境教学要从学生原有的认知基础出发

问题情境教学应从学生原有的认知基础出发,力求使问题情境教学符合最近发展区理论。

(一) 数学问题情境教学应从学生熟悉的生活素材出发

例 1 有理数加法的教学

为了让学生了解有理数加法算式来自现实世界,体会学习有理数加法的必要性,并获得有理数加法法则,在有理数加法的问题情

境教学中,教师可先出示一组学生非常熟悉的现实背景问题,随后再给出拓展延伸的探索问题。具体如下:

第一层面 教师提供背景材料让学生利用原有的知识及生活经验解答

背景材料:

(1) 小明在一条东西向的跑道上向东行走,先走了 20 米,又走了 30 米,他现在位于原来位置的哪个方向? 与原来位置相距多少米?(铺垫的情境问题)

(2) 小明在一条东西向的跑道上,先走了 20 米,又走了 30 米,他现在位于原来位置的哪个方向? 与原来位置相距多少米?

[情况分析] 对背景材料中的问题(1),学生很容易解答。背景材料中的问题(2),涉及分类讨论,对于刚进入初中的学生来讲,有一定的难度,但在与指明方向的问题(1)的比较中,学生会意识到在问题(2)中小明行走的方向不明确,解决它,应先指明两次运动的方向。通常情况下,学生在解决背景问题(2)时,仍然会借助小学的知识,利用算式 $20 + 30 = 50$ 和 $30 - 20 = 10$ 来获得答案。由于需要用分类思想才能解决问题(2),所以学生的解答还有可能不完整,因此在互动中,必须让学生进一步了解如何用分类思想解决问题。以下是问题(2)的完整答案:

① 若第一次向东走 20 米,第二次向东走 30 米,则小明现在位于原来位置的东方,与原来位置相距 50 米;

② 若第一次向西走 20 米,第二次向西走 30 米,则小明现在位于原来位置的西方,与原来位置相距 50 米;

③ 若第一次向西走 20 米,第二次向东走 30 米,则小明现在位于原来位置的东方,与原来位置相距 10 米;

④ 若第一次向东走 20 米,第二次向西走 30 米,则小明现在位于原来位置的西方,与原来位置相距 10 米。

第二层面 点题并引出探索问题
如何利用初中所学的知识解决问题(2),用不同的算式直接体

现以上四种情况,并获得其计算法则,这是学生面临的新问题,而这个新问题就是本课所要学习的有理数加法(点题)。为了得到有理数加法算式,请同学们先解决从背景问题中拓展延伸出的第一组探索问题:

(1) 想一想:可以用什么数学符号来体现运动结果的位置方向?用什么数学概念来体现运动结果的位置与原来位置的距离?

(2) 用所学的有理数表示四种情况中不同运动方向的量及其结果。

(3) 将四种情况的文字语言翻译成符号语言,即用不同的算式(含结果)直接体现第一层面问题(2)的四种不同结论。

(4) 利用数轴展现各个算式的意义。

[情况分析] 学生在独立思考的基础上进行互动,并在互动中明确用有理数表示实际问题时要先规定“+”、“-”的意义,然后才能用有理数表示实际意义的量;体会运动的“位置方向、位置距离”分别与“符号、绝对值”有着对应关系,为后续了解有理数加法算式的几何意义奠定基础,懂得求两次运动的总结果用加法。若规定向东为正、向西为负,便可写出如下的算式:

$$\textcircled{1} (+20) + (+30) = +50; \quad \textcircled{2} (-20) + (-30) = -50;$$

$$\textcircled{3} (+20) + (-30) = -10; \quad \textcircled{4} (-20) + (+30) = +10.$$

问题(4)的解决,让学生了解到数轴是体现有理数加法的有效工具。为了给后续合情推理有理数加法法则提供一定数量的佐证材料,紧接着提出问题(5):

(5) 模仿问题情境,编造背景题,并用有理数加法算式表达。

第三层面 探索有理数加法法则

为了从获得的有理数加法算式中,继续探索有理数加法法则,请同学们继续解决第二组探索问题:

(1) 试一试:根据第二层面问题(4)中的四个算式(及自编题得到的算式)所反映出来的一般规律,尝试着解答下列算式(直接写出答案):

- ⑤ $(+25) + (+34)$; ⑥ $(-25) + (-34)$;
⑦ $(+25) + (-34)$; ⑧ $(-25) + (+34)$ 。

(2) 对于有理数的加法运算, 和的符号怎样确定? 和的绝对值如何得到? 请在算式①~④中补充其计算过程。想一想, 这个过程反映出有理数加法的计算方法与正数加减法之间具有怎样的关系?

(3) 尝试用文字表述上述算式所反应的一般规律。

(4) 想一想, 有理数的加法是否还存在其他形式的算式? 若有, 请赋予背景, 得出结果, 总结规律。

[情况分析] 通过对算式的观察, 学生能发现规律, 但却常常停留在“只可意会不能言传”的层面上。从问题(1)的解决, 可以判断学生是否已经发现规律。让学生用运算过程来补充呈现有理数的加法运算与正数的加减运算的关系, 可使学生从中体会转化思想——将新问题转化成旧问题。若学生能正确回答, 则表明学生基本了解法则的内容, 在这个基础上让学生用文字表述就比较容易。问题(3)是交流的重点, 它的实质是符号语言向文字语言的转化。由于有理数的加法还有特例(“互为相反数的两个数相加得零”; “一个数与零相加, 仍得这个数”), 最后再通过问题(4)的探索, 使学生获得完整的法则, 并以此考察学生举一反三的迁移能力。

[点评] 本课例从学生熟悉的生活实例出发, 以知识与生活经验的接口作为问题情境教学的切入点, 通过拓展延伸的探索问题引导学生自主探索学习, 提高学生利用所学的知识解决问题的能力, 通过“问题情境——建立模型——探寻规律”三个层面的教学, 让学生经历知识的形成过程。

(二) 数学问题情境教学应从学生已知的具体数学素材出发

例 2 一次函数性质的教学

为了让学生认识学习一次函数的必要性, 激发学生进一步学习的欲望, 教师在一次函数性质的问题情境教学中, 先出示一道能用学生已学过的知识解决的数学习题, 意在承上启下, 即通过它复习一次函数图象的画法, 明确“一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 图象上的

点 (x, y) 都满足关系式 $y = kx + b$;满足关系式 $y = kx + b$ 的 x, y 所对应的点 (x, y) 都在一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象上”。又由它引出拓展延伸的探索问题。具体如下:

第一层面 教师提供学习材料(习题),让学生利用已学的知识解答

学习材料:已知一次函数 $y = 2x + 1$ 。

(1) 画出这个一次函数的图象;

(2) 已知点 $(-1, a)$ 在这个一次函数的图象上,求 a 的值。你能想出几种方法?

(3) 已知点 $(-1, a)$ 和 $(\frac{1}{2}, b)$ 在这个一次函数的图象上,试比较 a 和 b 的大小。你能想出几种方法?

[情况分析] 大部分同学都采用直接方法解决问题,即直接求出 a 和 b 的值,再比较大小;也有个别同学想到用间接方法解决问题:即不求 a 和 b 的值,直接利用图象上这两点的位置就可比较这两点的纵坐标的大小。教师肯定学生的解法后提出新的问题。

第二层面 点题并引出探索问题

若没有一次函数图象作支持,我们能否根据一次函数的关系式比较 a 和 b 的大小呢?学习了本课的知识——一次函数的性质(点题),你们就能回答这个问题。请同学们解决由上述习题解答引出的探索问题:

(1) 用文字表述一次函数 $y = 2x + 1$ 图象的变化趋势。

(2) 函数 $y = 2x + 1$ 图象上的“这种变化趋势”怎样用变量 x 与 y 的相互关系来表述?

① 先对自变量 x 取几个值,再求出对应的因变量 y 的值;

② 比较你所取的这些自变量的值的大小关系,再比较与之对应的因变量的值的大小关系,它们之间有什么必然的联系?请写出你的发现;

③ 再换几个数值试一试,看看是否还有这种必然的联系;

④ 请你归纳总结一次函数 $y = 2x + 1$ 中变量 x 、 y 的变化规律。

(3) 再换一个与 $y = 2x + 1$ 同类型的一次函数(例如 $y = 3x + 2$, $y = x + 4$ 等),看一看这个一次函数的变量及其图象是否也有类似的规律(称为一次函数的性质)。

(4) 归纳总结:先写出这类函数($k > 0, b > 0$ 的一次函数)的一般关系式,再写出它的性质。

[情况分析] 由于有图象作支持,学生都能大致地描述出函数 $y = 2x + 1$ 图象的变化趋势,但用变量之间关系来表述图象的这种变化趋势,并真正体验它的意义,则需要一个过程。为了让学生经历这个过程,针对问题(2)、(3)、(4),给出了一组环环相扣的小问题,让学生由点到面地进行合情推理,实现由图形语言到符号语言的转化,完成了其中一类一次函数—— $y = kx + b$ ($k > 0, b > 0$) 性质的探索。为了直观地让学生确认其正确性,教师还可以借助几何画板进行实验验证。

第三层面 请同学们继续解决第二组探索问题

(1) 其他类型的一次函数是否也有类似的性质,请继续探索;

(2) 对你所探索的各种类型的一次函数的性质进行整合,总结出一函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的性质;

(3) 能找到现实生活中的例子来支持一次函数的这个性质吗?若能,请举例说明。

[情况分析] 对于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 针对 k 、 b 的不同符号进行分类,可以得到六种。即当 $k > 0$ 或 $k < 0$ 时,分别对应 b 的三种情况($b > 0, b = 0, b < 0$)。这样的分类,就会出现不同情形分别具有相同性质的现象。由于数学表达具有高度的简洁性,因此,在表述时必须对其六种情况再进行合并整合,使之简洁明了,从而完成对一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的性质的探索。获得结论如下:

① 当 $k > 0$ 时, y 随着 x 的增大而增大;这时函数的图象从左到右上升。

② 当 $k < 0$ 时, y 随着 x 的增大而减小;这时函数的图象从左到右下降。

问题(3)让学生体验到一些数学结论都能在实际生活中找到原型,得到合理的解释。从而认识数学与实际生活的紧密联系,体现数学的应用性。

【点评】 本课例从学生已解决的数学问题出发,以图形语言转化为文字语言作为问题情境教学的切入点,通过拓展延伸的探索问题引导学生自主探索学习,经历知识的形成过程,渗透分类思想,培养合情推理的能力。

(三) 数学问题情境教学可从简单直观图出发

例3 圆与圆位置关系代数表达式的教学

为了让学生充分感悟两圆半径、圆心距决定两圆的位置,找出两圆的位置与两圆半径、圆心距之间的关系,教师在探索两圆位置关系的情境问题教学中,先让学生观看两个直观动画,获得决定两圆位置的元素——两圆半径及圆心距,随后再让学生画图,借助图形直观感知两圆的位置与两圆半径、圆心距之间的关系。具体如下:

第一层面 动画感悟

背景材料 1:

图 1.2: 两圆的大小不变,两圆做平移运动;

图 1.3: 两圆的位置(圆心)固定,两圆轮流发生大小变化。

(观看动画,认真观察两圆位置关系的变化情况)

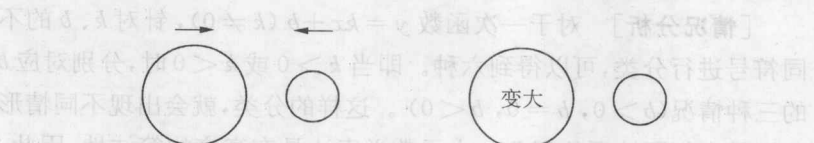


图 1.2

图 1.3

拓展延伸:

(1) 从动画中,你有什么感悟?(图 1.2 中,什么量起变化时,两圆位置关系随之发生变化?图 1.3 中,什么量起变化时,两圆位置

关系随之发生变化?)

(2) 哪些量决定着两圆的位置关系?

[情况分析] 由于动画的直观性,学生容易分别从中悟出圆心距及两圆半径的大小决定两圆的位置关系。

第二层面 让学生通过画图,并借助图形探索另一组问题

背景材料 2:

(1) 已知两圆的半径分别为 3 cm 和 5 cm,若圆心距 d 是 8 cm (2 cm、9 cm、1 cm、4 cm),请分别画出图形并确定它们的位置关系;

(2) 再另写一组数据,试一试。

拓展延伸:

(1) 根据所画的两圆位置关系,想一想背景材料 2 中的两圆半径和圆心距具有怎样的数量关系,就能确定两圆相对应的位置关系?

(2) 归纳概括:

① 你能从“试一试”中得到启发,获得利用两圆的半径(R 、 r)和圆心距(d)之间的数量关系判断两圆位置关系的一般结论吗?

② 反之,由两圆位置关系,你能得到相对应的两圆半径 R 、 r 与圆心距 d 之间的关系式吗?

③ 请尝试将①、②的结果归纳成如下表格。

两圆的位置关系	数量关系

(3) 尝试论证你所获得的结论。

[情况分析] 再次以直观图形作为探索新知识的起点,通过形数互化,体验数形结合思想,通过从特殊到一般培养学生的归纳概括能力,对于问题(3)的解决,重点放在两圆相交情形的论证。

[点评] 本课例以直观画面作为问题情境教学的切入点,通过引导学生直觉感悟图形中隐含着的本质属性,从而获得两圆半径、圆心距之间的数量关系与两圆位置关系的内在规律,期间渗透数形结合思想,培养学生归纳概括和合情推理的能力。

二、数学问题情境教学要适应学生的思维发展水平

学生的思维在不同的年龄段有着不同的特点,因此问题情境教学应与当前学生的思维发展水平相匹配。若当前学生的思维模式处在经验型为主的抽象思维阶段,问题情境教学中所需要的思维方式则以归纳推理为主;若当前学生的思维模式处在经验型抽象思维向理论型抽象思维发展的阶段,问题情境教学中所需要的思维方式则以类比推理或逻辑推理为主,以便学生跳一跳就能摘到果子,促使学生思维发展的飞跃期提前到来。

(一) 数学问题情境教学要体现从特殊到一般的归纳推理

例4 整式乘法中平方差公式的教学

初二学生的思维通常处在经验型的抽象思维阶段,为了以知识为载体渗透数学思想方法,逐步形成学生新的学习方式,让学生了解乘法公式是多项式乘以多项式公式的特殊情况,学会从特殊到一般的归纳推理方法,在乘法公式的问题情境教学中,可侧重采用由特殊到一般的归纳推理思维方式。

第一层面 温故、点题、解决探索问题

首先,请同学们回忆多项式乘以多项式公式,然后完成一组教师刻意选择的能承上启下的整式乘法计算题及由此拓展的探索问题。[在出示计算题之后,必须向学生说明:通过这组计算题,你们将会发现一类特殊的多项式乘以多项式的简洁计算方法。这就是我们今天所要学习的内容——乘法公式(点题)]具体如下: