

1998 年全国
工学、经济学硕士研究生入学考试
数学考试大纲

中华人民共和国国家教育委员会 制订



■ 高等教育出版社

013

1998 年全国工学、经济学硕士

3/98

175

研究生入学考试

数学考试大纲

中华人民共和国国家教育委员会 制订



高等教育出版社

(京)112 号

图书在版编目(CIP)数据

1998 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试数学考试大纲/国家教委制订. —北京:高等教育出版社, 1997.7
ISBN 7-04-006272-0

I. 19… II. 国… III. 高等数学—研究生—入学考试—考试大纲 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 08695 号

本书封底贴有防伪标签,无标签者不得销售。

高等教育出版社出版

北京沙滩后街 55 号

邮政编码:100009 传真:64014048 电话:64054588

新华书店总店北京发行所发行

北京印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 7.5 字数 190 000

1997 年 6 月第 1 版 1997 年 6 月第 1 次印刷

印数 0 001—50 170

定价 12.00 元

凡购买高等教育出版社的图书,如有缺页、倒页、脱页等
质量问题者,请与当地图书销售部门联系调换

版权所有,不得翻印

关于全国工学、经济学硕士研究生入学考试 《数学考试大纲》的修订说明

随着当今科学技术的不断发展,对硕士研究生数学素质的要求也越来越明确.因此,我们在总结近十年来硕士研究生入学数学考试经验的基础上,对1991年颁布的数学考试大纲进行了修订.这次修订的主要内容如下:

1. 原工学类数学一与数学二合并为一份试卷,合并后的试卷称为数学一;原工学类数学三更名为数学二;原经济学类数学四更名为数学三;原经济学类数学五更名为数学四.

2. 新的数学一的考试科目为高等数学、线性代数、概率论与数理统计初步;新的数学二的考试科目为高等数学、线性代数初步;新的数学三的考试科目为微积分、线性代数、概率论与数理统计;新的数学四的考试科目为微积分、线性代数、概率论.

3. 增加了与考试内容相对应的考试要求.考试要求分为两个层次,其中有关概念、理论方面要求较高的用“理解”一词表述,要求较低的用“了解”一词表述;有关方法、运算方面要求较高的用“掌握”一词表述,要求较低的用“会”或“了解”来表述.考试要求与本科所规定的教学要求基本一致,部分考试内容的考试要求略高于教学要求.

4. 适当调整了新卷种中各考试科目内容所占的比例.

5. 对原试卷运用的招生专业进行了调整.

国家教育委员会

1996年5月

《数学考试大纲》修订的补充说明

1996年我们组织专家对《数学考试大纲》作了较大的修订,重新调整了卷种及其适用的专业,增加了部分考试内容和考试要求.它将作为1997年后考生复习和命题的依据.

今年我们又组织专家除对《数学考试大纲》进行了勘误外,还增加了下列考试内容和考试要求:

1. 数学一的无穷级数部分增加根值审敛法.在“考试要求”中增加会用该审敛法判定正项级数的收敛性,掌握正项级数的比值审敛法.

2. 数学一和数学二的常微分方程部分不仅要求考生会求自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数,以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解,而且要求会求它们的通解.

3. 数学一的概率论与数理统计初步部分增考常见二维随机变量的联合分布,在“考试要求”中增加了解二维均匀分布和二维正态分布.

4. 数学三的二次型部分要求考生了解合同矩阵的概念.

另外,我们还对一些有可能引起歧义的数学概念作了明确说明,如幂级数的收敛区间均指开区间;指数分布的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}; \text{ 样本方差的公式为 } S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2.$$

根据国家标准对数学符号的统一要求,从1998年开始,试卷中的正切函数、余切函数、反正切函数和反余切函数分别用 $\tan x$ 、 $\cot x$ 、 $\arctan x$ 和 $\operatorname{arccot} x$ 表示.

国家教育委员会

1997年5月

目 录

一、考试性质	1
二、考试的基本要求	1
三、考试方法和考试时间	1
四、试卷分类及适用专业	1
五、各卷考试科目、考试内容、考试要求和试卷结构	2
数学	2
数学二	18
数学三	24
数学四	36
六、样卷	44
样卷参考解答和评分标准	62
附录 ^①	100
1996 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试	100
数学一试卷	100
数学一试题参考解答及评分标准	106
数学三试卷	118
数学三试题参考解答及评分标准	122
数学四试卷	132
数学四试题参考解答及评分标准	137
数学五试卷	151
数学五试题参考解答及评分标准	156
1997 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试	168

① 从 1997 年开始,数学一与数学二合并为一份试卷,故在此不再附 1996 年数学一试卷及其试题参考解答与评分标准。

数学一试卷	168
数学一试题参考解答及评分标准	173
数学二试卷	184
数学二试题参考解答及评分标准	188
数学三试卷	198
数学三试题参考解答及评分标准	203
数学四试卷	216
数学四试题参考解答及评分标准	221

一、考试性质

全国工学、经济学硕士研究生入学数学考试是为招收工学、经济学硕士研究生而实施的具有选拔功能的水平考试,它的指导思想是既有利于高层次人才的选拔,又有利于高等学校各类数学课程教学质量的提高.考试对象为参加全国工学、经济学硕士研究生入学考试的考生.

二、考试的基本要求

要求考生比较系统地理解数学的基本概念和基本理论,掌握数学的基本方法.要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析和解决问题的能力.

三、考试方法和考试时间

全国工学、经济学硕士研究生入学数学考试为笔试,考试时间为三个小时.

四、试卷分类及适用专业

根据工学、经济学各学科专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和素质的不同要求,将数学试卷分为四个卷种,其中工学类分为数学一和数学二两个卷种,经济学类分为数学三和数学四两个卷种.每种试卷所适用的招生专业(工学类按一级学科分,经济学类按二级学科分)如下:

数学一适用的招生专业

力学、仪器仪表、动力工程及工程热物理、电工、电子学与通

信、计算机科学与技术、自动控制、管理科学与工程、船舶与海洋工程、原子能科学与技术、航空与宇航技术、兵器科学与技术、机械工程、材料科学与工程、冶金、土木、水利、测绘、化学工程和工业化学、地质勘探、矿业、石油、铁道、公路、水运,以及建筑学、科学技术史、轻工、纺织、林业工程、农业工程六门学科中对数学要求较高的二级学科、专业。

数学二适用的招生专业

建筑学、科学技术史、纺织、轻工、林业工程、农业工程六门学科中对数学要求较低的二级学科、专业。

数学三适用的招生专业

国民经济计划与管理(含国民经济系统分析)、工业经济、企业管理(含企业财务管理)、统计学、数量经济学、技术经济、运输经济(附邮电经济)、经济地理、投资经济、信息经济,以及对数学要求较高的人口经济学、保险学专业。

数学四适用的招生专业

农业经济(含林业经济、畜牧业经济、渔业经济)、商业经济(含物资经济)、劳动经济学、财政学、货币银行学、会计学(含审计学)、国际贸易、国际金融、世界经济、政治经济学、马克思主义经济思想史、中国经济思想史、中国经济史、西方经济学、外国经济史、外国经济思想史、消费经济、商品学、旅游经济、城市经济、国防经济,以及对数学要求较低的人口经济学、保险学专业。

五、各卷考试科目、考试内容、考试要求和试卷结构

数 学 一

考试科目

高等数学、线性代数、概率论与数理统计初步

高等数学

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性 反函数、复合函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形

初等函数 简单应用问题的函数关系的建立 数列极限与函数极限的定义以及它们的性质 函数的左、右极限 无穷小 无穷大 无穷小的比较 极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则 两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理)

考试要求

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示方法.
2. 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性.
3. 理解复合函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形.
5. 会建立简单应用问题中的函数关系式.
6. 理解极限的概念,理解函数左、右极限的概念,以及极限存在与左、右极限之间的关系.
7. 掌握极限的性质及四则运算法则.
8. 掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法.
9. 理解无穷小、无穷大以及无穷小的阶的概念,会用等价无穷小求极限.
10. 理解函数连续性的概念,会判别函数间断点的类型.

11. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(最大值、最小值定理和介值定理),并会应用这些性质.

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 基本初等函数的导数 导数和微分的四则运算 反函数、复合函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数的概念 某些简单函数的 n 阶导数 一阶微分形式的不变性 微分在近似计算中的应用 罗尔(Rolle)定理 拉格朗日(Lagrange)中值定理 柯西(Cauchy)中值定理 泰勒(Taylor)定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数的极值及其求法 函数增减性和函数图形的凹凸性的判定 函数图形的拐点及其求法 渐近线 描绘函数的图形 函数最大值和最小值的求法及简单应用 弧微分 曲率的概念及计算 曲率半径 两曲线的交角 方程近似解的二分法和切线法

考试要求

1. 理解导数和微分的概念,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.

2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法,掌握基本初等函数的导数公式,了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变性,了解微分在近似计算中的应用.

3. 了解高阶导数的概念,会求简单函数的 n 阶导数.

4. 会求分段函数的一阶、二阶导数.

5. 会求隐函数和由参数方程所确定的函数的一阶、二阶导数,会求反函数的导数.

6. 理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理和泰勒定理.

7. 了解并会用柯西中值定理.

8. 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用.

9. 会用导数判断函数图形的凹凸性,会求函数图形的拐点,会求水平、铅直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

10. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.

11. 了解曲率和曲率半径的概念,会计算曲率和曲率半径,会求两曲线的交角.

12. 了解求方程近似解的二分法和切线法.

三、一元函数积分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和性质 定积分中值定理 变上限定积分及其导数 牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 广义积分的概念及其计算 定积分的近似算法 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数概念,理解不定积分和定积分的概念,理解定积分中值定理.

2. 掌握不定积分的基本公式,掌握不定积分和定积分的性质及换元积分法与分部积分法.

3. 会求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分.

4. 理解变上限定积分是其上限的函数及其求导定理,掌握牛顿-莱布尼茨公式.

5. 了解广义积分的概念并会计算广义积分.

6. 了解定积分的近似算法.

7. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量(平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积

为已知的立体体积、变力作功、引力、压力及函数的平均值等)。

四、向量代数和空间解析几何

考试内容

向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积的概念及运算 向量的混合积 两向量垂直和平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程、直线方程及其求法 平面与平面、平面与直线、直线与直线的平行、垂直的条件和夹角 点到平面和点到直线的距离 球面 母线平行于坐标轴的柱面 旋转轴为坐标轴的旋转曲面的方程 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

1. 理解空间直角坐标系,理解向量的概念及其表示.
2. 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.
3. 掌握单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式,以及用坐标表达式进行向量运算的方法.
4. 掌握平面方程和直线方程及其求法,会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题.
5. 理解曲面方程的概念,了解常用二次曲面的方程及其图形,会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程.
6. 了解空间曲线的参数方程和一般方程.
7. 了解空间曲线在坐标平面上的投影,并会求其方程.

五、多元函数微分学

考试内容

多元函数的概念 二元函数的极限和连续的概念 有界闭域上连续函数的性质 偏导数、全微分的概念 全微分存在的必要条件和充分条件 全微分在近似计算中的应用 复合函数、隐函数的求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度的概念及其计算 空间曲线的切线和法平面 曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数极值和条件极值的概念 多元函数极值的必要条件 二元函数极值的充分条件 极值的求法 拉格朗日乘数法 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

考试要求

1. 理解多元函数的概念.
2. 了解二元函数的极限与连续性的概念, 以及有界闭域上连续函数的性质.
3. 理解偏导数和全微分的概念, 了解全微分存在的必要条件和充分条件, 以及全微分在近似计算中的应用.
4. 理解方向导数与梯度的概念并掌握其计算方法.
5. 掌握复合函数一阶、二阶偏导数的求法.
6. 会求隐函数(包括由方程组确定的隐函数)的偏导数.
7. 了解曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念, 会求它们的方程.
8. 了解二元函数的二阶泰勒公式.
9. 理解多元函数极值和条件极值的概念, 掌握多元函数极值存在的必要条件, 了解二元函数极值存在的充分条件, 会求二元函数的极值, 会用拉格朗日乘数法求条件极值, 会求简单多元函数的最大值和最小值并会解决一些简单的应用问题.

六、多元函数积分学

考试内容

二重积分、三重积分的概念及性质 二重积分与三重积分的计算和应用 两类曲线积分的概念、性质及计算 两类曲线积分

的关系 格林(Green)公式 平面曲线积分与路径无关的条件
已知全微分求原函数 两类曲面积分的概念、性质及计算 两类
曲面积分的关系 高斯(Gauss)公式 斯托克斯(Stokes)公式 散
度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

考试要求

1. 理解二重积分、三重积分的概念,了解重积分的性质,了解二重积分的中值定理.
2. 掌握二重积分(直角坐标、极坐标)的计算方法,会计算三重积分(直角坐标、柱面坐标、球面坐标).
3. 理解两类曲线积分的概念,了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系.
4. 掌握计算两类曲线积分的方法.
5. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件,会求全微分的原函数.
6. 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系,掌握计算两类曲面积分的方法,了解高斯公式、斯托克斯公式,会用高斯公式计算曲面积分.
7. 了解散度与旋度的概念,并会计算.
8. 会用重积分、曲线积分及曲面积分,求一些几何量与物理量(平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、重心、转动惯量、引力、功及流量等).

七、无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数 正项级数的比较审敛法、比值审敛法、根值审敛法 交错级数的莱布尼茨定理 绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数的收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数

在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 函数可展开为泰勒级数的充分必要条件 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^a$ 的麦克劳林(Maclaurin)展开式 幂级数在近似计算中的应用 函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数 狄利克雷(Dirichlet)定理 函数在 $[-l, l]$ 上的傅里叶级数 函数在 $[0, l]$ 上的正弦级数和余弦级数

· 考试要求

1. 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念, 掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.
2. 掌握几何级数与 p 级数的收敛性.
3. 会用正项级数的比较审敛法和根值审敛法, 掌握正项级数的比值审敛法.
4. 会用交错级数的莱布尼茨定理.
5. 了解无穷级数绝对收敛与条件收敛的概念, 以及绝对收敛与条件收敛的关系.
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.
7. 掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.
8. 了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质, 会求一些幂级数在收敛区间内的和函数, 并会由此求出某些数项级数的和.
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.
10. 掌握 e^x 、 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\ln(1+x)$ 和 $(1+x)^a$ 的麦克劳林展开式, 会用它们将一些简单函数间接展开成幂级数.
11. 了解幂级数在近似计算上的简单应用.
12. 了解傅里叶级数的概念和函数展开为傅里叶级数的狄利克雷定理, 会将定义在 $[-l, l]$ 上的函数展开为傅里叶级数, 会将定义在 $[0, l]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数, 会写出傅里叶级数的和的表达式.

八、常微分方程

考试内容

常微分方程的概念 微分方程的解、通解、初始条件和特解
变量可分离的方程 齐次方程 一阶线性方程 伯努利(Bernoulli)方程 全微分方程 可用简单的变量代换求解的某些微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 欧拉(Euler)方程 包含两个未知函数的一阶常系数线性微分方程组 微分方程的幂级数解法 微分方程(或方程组)的简单应用问题

考试要求

1. 了解微分方程及其解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 掌握变量可分离的方程及一阶线性方程的解法.
3. 会解齐次方程、伯努利方程和全微分方程, 会用简单的变量代换解某些微分方程.
4. 会用降阶法解下列方程: $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和 $y'' = f(y, y')$.
5. 理解线性微分方程解的性质及解的结构定理.
6. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法, 并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程.
7. 会求自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数, 以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解和通解.
8. 了解微分方程的幂级数解法, 会解欧拉方程, 会解包含两个未知函数的一阶常系数线性微分方程组.
9. 会用微分方程(或方程组)解决一些简单的应用问题.