御製數理精蘊

第二函

函十册

御製數理精蘊下編卷二十四

體部二

帶縱較數立方

帶縱立方者。兩兩等邊長方體積也。高與闊相等。惟長不同者。爲帶一縱立方。長與闊相等。而皆比高多者。則爲帶兩縱相同之立方。至於長與闊與高皆不等者。則爲帶兩縱不同之立方。開之之法。大槩與立方同。祇有帶縱之異耳。其帶一縱之法。如以高與闊相等惟長不同爲問者。則以初商爲高與闊。以之自乘。又以初商加縱數爲長。以之再乘。得初商積。至次商以後。亦有三方廉三長廉一小隅。但其一方廉附

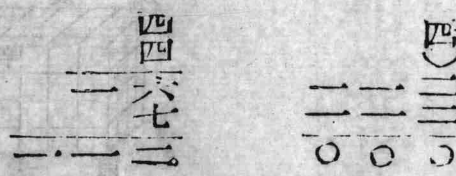
於初商積之方面者。卽初商數其二方廉附於初商積之長面者。則帶縱也。其二長廉附於初商積之方邊者。卽初商數其一長廉附於初商積之長邊者。則帶縱也。其帶兩縱相同之法。如以長與闊相等皆比高多爲問者。則以初商加縱數爲長與闊以之自乘。又以初商爲高。以之再乘。得初商積。至次商以後。其一方廉附於初商積之正面者。則帶兩縱。其二方廉附於初商積之旁面者。則各帶一縱也。其一長廉附於初商積之高邊者。卽初商數。其二長廉附於初商

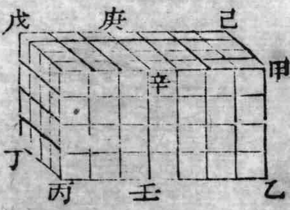
積之長闊兩邊者則各帶一縱也其帶兩縱不同之法。如以闊比高多長比闊又多爲問者則以初商爲高又以初商加闊縱爲闊與高相乘又加長縱爲長。以之再乘得初商積至次商以後其一方廉附於初商積之正面者則帶兩縱其二方廉附於初商積之旁面者則一帶闊縱一帶長縱也其一長廉附於初商積之高邊者即初商數其二長廉附於初商積之長闊兩邊者則各帶一縱也惟小隅則無論帶一縱兩縱皆各以所商之數自乘再乘成一小正方其每

邊之數。即三方廉之厚。亦即三長廉之闊與厚焉。凡有幾層廉隅。皆依次商之例。遞析推之法雖不一。要皆本於正方而後加帶縱。故凡商出之數。皆爲小邊。方體共十二邊。若帶一縱。或帶兩縱相同者。則八邊相等四邊相等。若帶兩縱不同者。則每四邊各相等。是故得其一邊。加入縱多。即得各邊也。

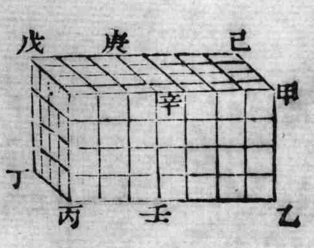
設如帶一縱立方積一百一十二尺。其高與闊相等。長比高闊多三尺。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其積一百一



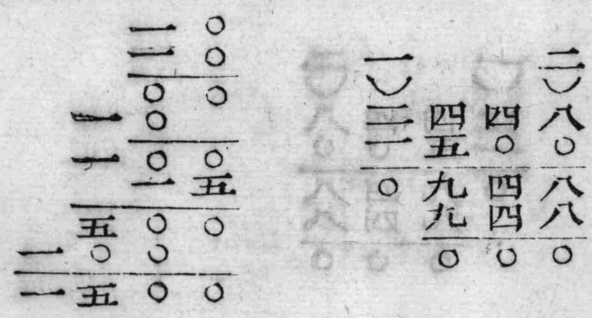


十二尺。止可商四尺。乃以四尺書於原積二尺之上。而以所商四尺爲高與闊。因高與闊等。故四尺卽方之高與闊也。加縱多三尺。得七尺爲長。卽以高與闊四尺自乘。得一十六尺。又以長七尺再乘。得一百一十二尺。書於原積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱四尺。加縱多三尺。得七尺。卽立方之長也。如圖甲乙丙丁戊己長方體形容積一百一十二尺。其甲乙爲



高。甲己爲闊。己戊爲長。甲乙甲己俱四尺。己戊爲七尺。己戊比己庚多三尺。卽所帶之縱。甲乙壬辛庚己正方形。卽初商之正方積。庚辛壬丙丁戊扁方形。卽帶縱所多之扁方積也。蓋因此法高與闊俱止一位。其積止一位之積。故初商所得卽高與闊之邊。加入縱多。卽爲長邊也。凡有帶一縱無次商者。依此法開之。

設如帶一縱立方積二千四百四十八尺。其高與闊
相等。長比高闊多五尺。問高闊長各幾何。



法列積如開立方法商之。其二千尺為
初商積。可商十尺。乃以十尺書於原積
二千尺之上。而以所商十尺為初商之
高與闊。加縱多五尺。得十五尺。為初商
之長。卽以初商之高與闊十尺自乘。得
一百尺。又以初商之長十五尺再乘。得
一千五百尺。書於原積之下相減。餘九

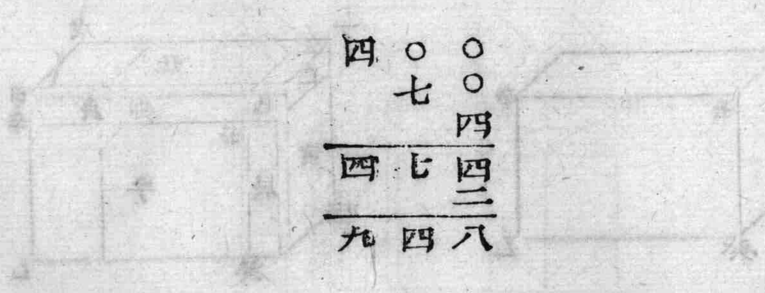
二〇八〇
八八〇

四〇
四四〇

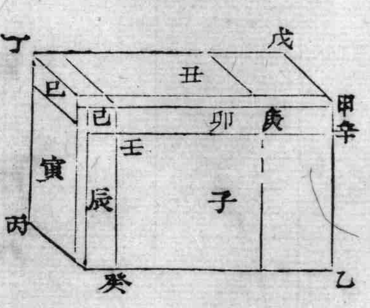
四五
九九〇

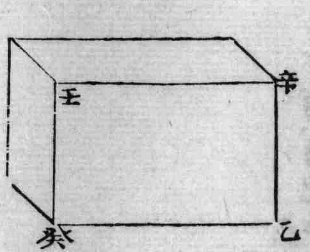
一〇二二
〇

百四十八尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。此一方廉初商數也。又以初商之高與闊十尺。與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。加倍為帶縱兩方廉。即初商加縱多也。兩數相併。得四百尺。為次商三方廉面積。以除次商廉隅之共積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。而以初商之高與闊十尺倍之。得二十尺。

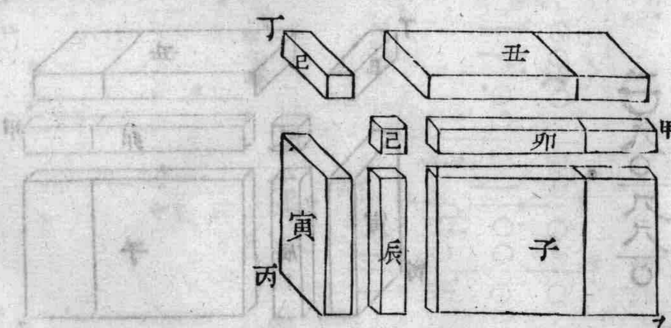


此兩長廉初商數也。與初商之長十五尺相併。此帶縱一長廉也。得三十五尺。以次商之二尺乘之。得七十尺。為次商三長廉面積。又以次商之二尺自乘。得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百七十四尺。為廉隅共法。以次商之二尺乘之。得九百四十八尺。書於餘積之下。相減恰盡。是知立方之高與闊俱一十二尺。加縱多五尺。得一十七

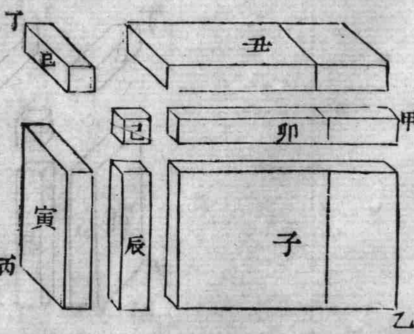


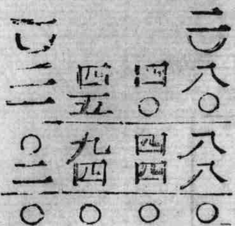


尺。即立方之長也。如圖甲乙丙丁長方體形容積二千四百四十八尺。其甲乙高甲戊闊皆十二尺。甲己長十七尺。甲己比庚己所多甲庚五尺。即縱多之數。其從一角所分辛乙癸壬長方體形。壬癸與辛乙皆十尺。即初商數。壬辛十五尺。即初商加縱多之數。辛乙癸壬長方積一千五百尺。即初商自乘又以初商加縱多再乘之數。所餘子形丑形寅形



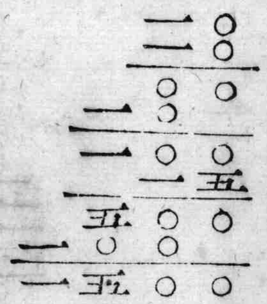
爲三方廉。其中寅形爲一正方廉。每邊十尺。卽初商數。子形丑形爲二長方廉。每闊十尺。長十五尺。其長比闊多五尺卽縱多之數。其厚皆二尺。卽次商數。卯形辰形巳形爲三長廉。其辰形巳形皆長十尺。卽初商數。卯形比辰形巳形皆長五尺。卽縱多之數。其闊與厚皆二尺。亦卽次商數。其己形一小正方體。爲隅。其長闊與高皆二尺。亦卽次商數。合子





丑寅三方廉。卯辰巳三長廉。己一小方隅。共成一磬折體形。附於初商長方體之三面。而成甲乙丙丁之總長方體積也。三商以後皆做此遞析開之。

又法以初商積二千尺商十尺書於原積二千尺之上。而以所商十尺爲初商之高與闊。加縱多五尺得十五尺爲初商之長。卽以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之長十五尺再乘。



得一千五百尺。書於原積之下。相減餘九百四十八尺。爲次商積。乃以初商之高與闊十尺自乘。得一百尺。又以初商之高與闊十尺與初商之長十五尺相乘。得一百五十尺。倍之得三百尺。兩數相併。得四百尺。爲次商三方廉面積。以除次商積九百四十八尺。足二尺。則以二尺書於原積八尺之上。合初商次商共一十二尺。爲初商次商之高與闊。加

縱多五尺。得十七尺。爲初商次商之長。乃以初商次商之高與闊十二尺自乘。得一百四十四尺。又以初商次商之長十七尺再乘。得二千四百四十八尺。與原積相減恰盡。即知立方之高與闊俱十二尺。其長爲十七尺也。

		二	三
			四
	二	三	
	一	四	四
		一	七
二	〇	〇	八
	四	四	
三	四	四	八

設如帶一縱立方積一萬九千零八寸。其高與闊相等。長比高闊多一百二十寸。問高闊長各幾何。

法列積如開立方法商之。其一萬九千