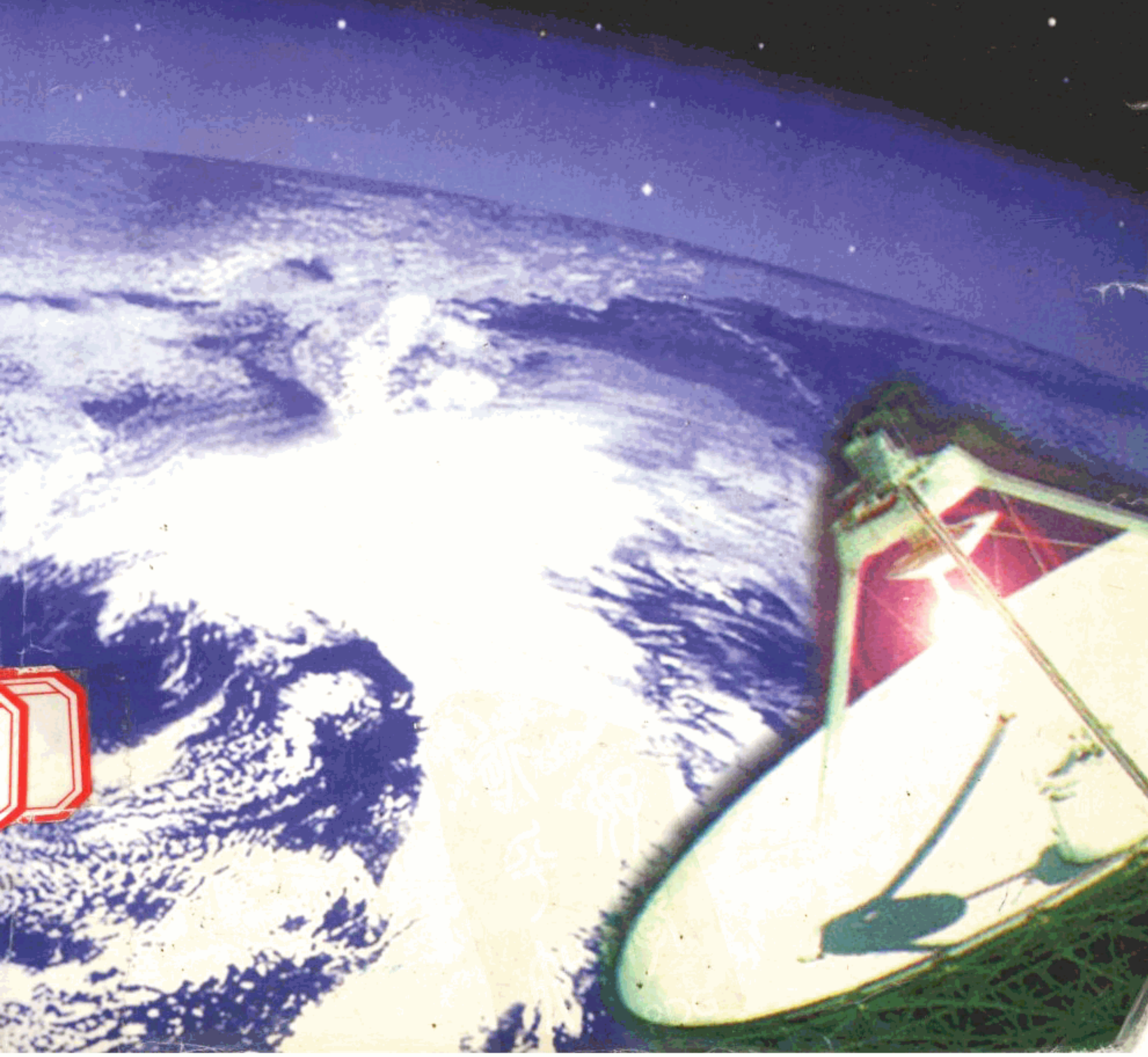
信号与系统学习指导

XINHAO YU XITONG XUEXI ZHIDAO

王继森　李化图　林正庆　编

重庆大学出版社



信号与系统学习指导

王继森　李化图　林正庆　编

4414号借

重庆大学出版社

内容简介

本书分六章：信号与系统的基本概念，连续和离散系统的时域分析，连续信号与系统的频域分析，连续信号与系统的复频域分析，离散信号与系统的Z域分析，连续与离散系统的状态变量分析。每章均摘抄了基本概念及公式，安排了详尽的例题分析，精选了足够数量的习题。书末附有习题答案。通过本书学习，能使读者较好地理解和掌握《信号与系统》课程中的基本概念和分析方法，提高解题能力。

本书可供高等工科院校无线电技术、通信、电子工程等专业师生教学使用，也可作为上述专业的广大自考生，报考硕士研究生的人员深入学习《信号与系统》课程的辅导材料，还可供有关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导/王继森等编．—重庆：重庆大学出版社，1999.11

ISBN 7-5624-2121-8

Ⅰ.信…　Ⅱ.王…　Ⅲ.①信号理论②连续系统③离散系统　Ⅳ.TN911.2

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第67311号

信号与系统学习指导

王继森　李化图　林正庆　编

责任编辑　冉向东

*

重庆大学出版社出版发行

新　华　书　店　经　销

重庆建筑大学印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/16　印张：23.25　字数：580千

1999年11月第1版　　1999年11月第1次印刷

印数：1—3100

ISBN　7-5624-2121-8/TN·31　定价：28.00元

前　言

《信号与系统》是无线电技术、通信工程、电子工程等专业的重要技术基础课。它的任务是研究确定信号通过线性非时变系统传输或处理的基本理论和基本分析方法。其理论性强，运用现代数学的概念和方法较多，是一门较难学习但又必须学好的主要专业基础课程。

编者在多年的教学实践中，深知学生在学习《信号与系统》课时，不仅需要典型例题加深对所学内容的理解，而且需要做一定数量的习题来巩固所学知识。但是，培养学生综合解决问题的能力乃是高校重要任务之一，具体到《信号与系统》课程中，需要有一定数量带综合性的、能较深入分析问题的例题和习题对学生进行训练，而在教材中又尚感不足。为此，编者曾于1994年编著了《信号与系统例题及习题》。该书被我院四届本科大学生和部分外校师生使用，受到学生和同行的鼓励和支持，并要求再版。为使新版书具有鲜明的指导学习的目的，编者对原《信号与系统例题及习题》作了较大修订，重新安排了书的结构，更名为《信号与系统学习指导》。

本书共分六章：信号与系统的基本概念；连续和离散系统的时域分析；连续信号与系统的频域分析；连续信号与系统的复频域分析；离散信号与系统的Z域分析；连续和离散系统的状态变量分析。每章的开始扼要地介绍了基本理论，给出了公式、表格，便于查用；接着以突出该章重点难点为指导思想，按传统内容的先后次序分要点选编了例题，最后列出了习题内容要点，精选了习题。本书共列举例题112道，选编习题251道，书末附有习题答案。

目前，信号、电路与系统研究的重点普遍转向离散、数字方面。本书在例题与习题的编排上，连续与离散并列，强化了离散系统内容，以逐步适应这种转向。这样做，是把系统（连续的和离散的）看作一个整体，既强调了连续和离散系统的共性，也突出了它们各自的特点，无疑有助于对基本概念和分析方法的理解和掌握。在拉氏变换与Z变换中，打破了传统的格局，以双边变换为主，单边仅作为双边的特例，这样安排，将使读者对变换法有全面了解。

例题中，力求做到一题多种解法。每种解法均给出详细的解题步骤，并对结果作必要的物理分析，澄清某些易于出现的错误，引出一些带规律性的结论。其中特别注重分析和运算技巧，以提高解题能力。在习题中，除选编一些典型题外，侧重选编了难度较大、灵活性较强的综合题，以达到提高解题能力的目的。在例题和习题的类型上，安排了概念题、证明题、计算题和应用题。其主要来源是历年教学中积累的思考题、习题、试题及近年部分高校招考硕士研究生入学试题，大多数例题和习题与国内《信号与系统》教材不重复。因此，本书可作为高校《信号与系统》课程的配套教材或教学参考书，也可作为上述专业的广大自考生、报考硕士研究生的人员深入学习《信号与系统》的辅导材料，可供工程技术人员参考。

本书由王继森任主编并编写第一、二、五、六章和全部习题答案，李化图编写第三章，林正

庆编写第四章。参加编写辅助工作的有邓培碧、王梅、王勇、吕格兵等同志。

本书经重庆大学吴宁教授，程开明教授和全寿春副教授、重庆邮电学院汪载生教授和阙采兰副教授审阅，重庆邮电学院领导和教材建设委员会的专家对本书的编写和出版给予了极大关怀和支持，电路与信号教研室老师对本书编写给予了积极支持和帮助，谨向他们致以衷心的谢意。

由于编者水平有限，难免出现错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

1999年3月于重庆邮电学院

目　录

第一章　信号与系统的基本概念

一、基本内容及公式摘要

（一）信号分类

1. 周期信号

(1)连续周期信号

$$f(t)=f(t+kT) \tag{1-1}$$

其中，k 为任意整数，T 为周期，$t:(-\infty,\infty)$。

若 $f(t)=f_1(t)+f_2(t)$，且 $f_1(t)=f_1(t+n_1T_1)$，$f_2(t)=f_2(t+n_2T_2)$，则当 $\frac{T_1}{T_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{n_2}{n_1}$（$n_1$、$n_2$ 为不可约的整数）时，$f(t)$ 为周期信号，其周期 $T=n_1T_1=n_2T_2$。

(2)离散周期信号

$$f(k)=f(k+mN) \tag{1-2}$$

其中，m 为任意整数，N（正整数）为周期，$k:(-\infty,\infty)$。

2. 信号功率、能量

信号 $f(t)$ 的能量

$$W=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-3}$$

信号 $f(t)$ 的平均功率

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

或

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

（二）信号的运算

1. 非奇非偶信号 $f(t)$ 分解为奇分量 $f_0(t)$ 与偶分量 $f_e(t)$ 之和

$$f(t)=f_0(t)+f_e(t) \tag{1-5a}$$

$$f_0(t)=\frac{1}{2}[f(t)-f(-t)] \tag{1-5b}$$

$$f_e(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)] \tag{1-5c}$$

2. 冲激信号 $\delta(t)$ 的基本性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0) \tag{1-6}$$

$$\delta(t_0 - t) = \delta[-(t-t_0)] = \delta(t-t_0) \tag{1-7}$$

$$? \quad \delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1-8}$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-9}$$

$$\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t) \tag{1-10}$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau = U(t) \tag{1-11}$$

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\mathrm{d}t = 1 \\ \delta(t) = 0 \qquad t \neq 0 \end{cases} \tag{1-12}$$

3. 冲激偶信号的基本性质

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(n)}(t-t_0)\mathrm{d}t = (-1)^n f^{(n)}(t_0) \tag{1-13a}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t = -f'(t_0) \tag{1-13b}$$

$$\delta'[-(t-t_0)] = -\delta'(t-t_0) \tag{1-14}$$

$$\delta'(at) = \frac{1}{a^2}\delta'(t) \qquad a > 0$$

或

$$\delta'(at) = \frac{1}{|a|}\frac{1}{a}\delta'(t) \tag{1-15}$$

$$f(t)\delta'(t) = f(0)\delta'(t) - f'(0)\delta(t) \tag{1-16}$$

$$\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} = \delta'(t) \tag{1-17}$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta'(\tau)\mathrm{d}\tau = \delta(t) \tag{1-18}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)\mathrm{d}t = 0 \tag{1-19}$$

4. 序列 $f(k)$的差分

(1)序列 $f(k)$的 n 阶前向差分运算:

$$\Delta^n f(k) = \sum_{i=0}^{n}(-1)^i \frac{n!}{i!(n-i)!}f(k+n-i) \tag{1-20}$$

(2)序列 $f(k)$的 n 阶后向差分运算:

$$\nabla^n f(k) = \sum_{i=0}^{n}(-1)^i \frac{n!}{i!(n-i)!}f(k-i) \tag{1-21}$$

离散序列差分与连续信号微分概念相对应,特别是后向差分与微分相对应。

5. 序列取和

$$\sum_{n=-\infty}^{k} f(n) \tag{1-22}$$

也是一离散序列,它与连续信号积分概念相对应。

6. 单位(数字)序列 $\delta(k)$的基本性质

$$\delta[-(k-k_0)]=\delta(k-k_0) \tag{1-23}$$

$$f(k)\delta(k-k_0)=f(k_0)\delta(k-k_0) \tag{1-24}$$

$$\delta(k)=\nabla U(k) \tag{1-25}$$

$$U(k)=\sum_{n=-\infty}^{k}\delta(n)=\sum_{n=0}^{\infty}\delta(k-n) \tag{1-26}$$

(三)线性时不变因果系统的特性

·线性:

设初始状态$\{x_j(0_-)\}\xrightarrow{\text{引起}}$零输入响应$\{y_{xj}(t)\}$, $j=1,2,\cdots,n$;又激励 $f(t)=a_1f_1(t)+a_2f_2(t)\quad t\geqslant 0$

且

$$f_1(t)\xrightarrow{\text{引起}}y_{f1}(t)\quad t\geqslant 0$$

$$f_2(t)\xrightarrow{\text{引起}}y_{f2}(t)\quad t\geqslant 0$$

则全响应

$$y(t)=\sum_{j=1}^{n}y_{xj}(t)+\sum_{j=1}^{2}a_jy_{fj}(t)\quad t\geqslant 0 \tag{1-27}$$

$$=y_x(t)+y_f(t)$$

上式表明:线性系统具有全响应 $y(t)$的分解性(分解为零输入响应 $y_x(t)$和零状态响应 $y_f(t)$)、零输入线性和零状态线性($y_x(t)$、$y_f(t)$皆满足叠加性和齐次性)。线性系统表明 $y(t)$与$f(t)$、$x(0_-)$间满足线性方程。只满足叠加性的系统称叠加系统;只满足齐次性的系统称均匀系统。

·时不变性:

若 $f(t)\xrightarrow{\{x_j(0_-)\}}y(t)$

则

$$f(t-t_0)\xrightarrow{\{x_j(t_{0-})\}=\{x_j(0_-)\}}y(t-t_0) \tag{1-28}$$

时不变系统还表明,系统内部的一切参数与时间无关,因此,时不变系统又称恒参系统。在这种系统的数学模型中,不应具有时间 t 及其函数与 $y(t)$、$f(t)$、$x(0_-)$等的乘积项。

·微、积分特性:

若 $f(t)\longrightarrow y_f(t)$

则

$$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\longrightarrow\frac{\mathrm{d}y_f(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-29}$$

$$\int_0^t f(\tau)\mathrm{d}\tau\longrightarrow\int_0^t y_f(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-30}$$

·因果性:

若 $t<t_0$ 时 $f(t)=0$

则 $t<t_0$ 时 $y_f(t)=0$

因果系统表明,响应不能出现在激励之前。

离散系统具有对应的特性。

二、例　题

(一)信号类别的判定

例 1-1　判断下列信号是否为周期信号,若是,周期为多少?

(1)$f(t)=\sin(7\pi t+\frac{\pi}{3})$　　　　(2)$f(t)=10\sin3t+2\cos2t$

(3)$f(t)=t^2+1$　　　　(4)$f(t)=2\sin2t+\cos\pi t$

解:对信号作分类是为了便于了解它的数学特征。根据信号数学特征的不同,可有多种多样的分类办法,常见有如下分类:

(1)按其是否能用函数表示分,有确定信号与随机信号。

(2)按其函数表示式中自变量是否连续分,有连续(时间)信号与离散(时间)信号。

(3)按其表示函数是否是实函数分,有实信号与复信号。

(4)按其函数自变量存在范围分:

①有始信号:$f(t)=0,t<t_1$。当 $t_1=0$ 时称因果信号。

②有终信号:$f(t)=0,t>t_2$。当 $t_2=0$ 时称反因果信号。

③时限信号:$f(t)=0,t<t_1$ 和 $t>t_2(t_2>t_1)$。

④无时限信号:$f(t)\neq0,t:(-\infty,\infty)$。

(5)按信号功率和能量是否有限分:

①能量信号:$0<W<\infty,P=0$。

②功率信号:$0<P<\infty,W\to\infty$。

③非功非能信号:$P\to\infty,W\to\infty$。

(6)按其是否每隔一定时间 T(周期)重复变化分,有周期信号和非周期信号。

顺便指出,信号作不同分类各有其用处,例如对信号作卷积运算分析时,按第(4)种分类法方便;对信号作频谱分析时,按第(3)、(5)、(6)种分类法方便;对信号作拉氏变换分析时,按第(3)种分类法方便。下面解答本例。

(1)$f(t)$为周期信号,角频率 $\omega_0=7\pi(\text{rad/s})$,周期 $T=\frac{2\pi}{\omega_0}=\frac{2}{7}(\text{s})$。

(2)$f(t)$是二周期信号的线性组合,各子周期信号的周期存在最小公倍数,故 $f(t)$为周期信号。

14π

$10\sin3t$ 的 $\omega_1=3,T_1=\frac{2\pi}{\omega_1}=\frac{2\pi}{3}$;$2\cos2t$ 的 $\omega_2=2,T_2=\frac{2\pi}{\omega_2}=\pi$。$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{2}{3}$,故 $f(t)$的周期 $T=n_1T_1=n_2T_2=2\pi$。

(3)$f(t)$为非周期信号。

(4)虽然 $f(t)$为二子周期信号的线性组合,但$\frac{T_1}{T_2}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{\pi}{2}(=\frac{n_2}{n_1},n_2$ 不是不可约的整数),它们不存在最小公倍数,故 $f(t)$为非周期信号。

若取 $T_1=\pi\approx3.14$,则 $3.14/2=157/100$,其近似周期 $T=100\times3.14=314\text{s}$;若取 $T_1=3.141$,则 $3.141/2=3141/2000$,其近似周期 $T=3.141\times2000=2\times3141=6282\text{s}$。显然,近似周期的大小随近似程度而改变,故 $f(t)$又称为概周期信号。

例 1-2　判断下列离散时间信号是周期信号还是非周期信号，若为周期信号，确定其周期。

$(1) f_1(k) = \sin\frac{\pi k}{5}$　　　　$(2) f_2(k) = A\cos\left(\frac{3k}{4} + \frac{\pi}{4}\right)$

$(3) f_3(k) = \cos\frac{\pi k}{4} + \sin\frac{\pi k}{3}$　　　　$(4) f_4(k) = \cos\frac{k}{5} + \sin\frac{\pi k}{3}$

解：有关连续信号的各种分类法，离散信号对应皆有。判断离散信号是否为周期信号的方法与连续信号的情况相似，但必须保证离散周期信号的周期 N 为正整数，否则为非周期信号。

离散周期信号应满足：$f(k) = f(k + mN)$。由此可以证明，对于周期正弦、余弦序列，$N = \frac{2\pi}{\omega_0}$。

$(1)\ \omega_0 = \frac{\pi}{5}\quad N = \frac{2\pi}{\omega_0} = 10$，故 $f_1(k)$ 为周期信号。

$(2)\ \omega_0 = \frac{3}{4}\quad N = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{8\pi}{3}$，$N$ 不可能为整数，故 $f_2(k)$ 为非周期信号。

$(3)\ \omega_1 = \frac{\pi}{4}\quad N_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 8$，为周期信号。

$\omega_2 = \frac{\pi}{3}\quad N_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 6$，为周期信号。

$f_3(k)$ 为二周期信号之和 $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{4} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{N_2}{N_1}$，$N = m_1N_1 = m_2N_2 = 24$（最小公倍周期），故 $f_3(k)$ 为周期信号。

(4) $f_4(k)$ 为两项序列之和，第一项为非周期信号，第二项为周期信号，故 $f_4(k)$ 为非周期信号。

由本例可见，对于离散三角函数序列，是否为周期信号要看其周期是否为整数。不能认为三角函数序列一定是周期离散序列，但是，连续三角函数一定是周期函数。

例 1-3　从功率和能量的观点看，下列信号属于何类？

$(1) f(t) = \sin t$ P　　　　$(2) f(t) = \cos t U(t)$ P

$(3) f(t) = U(t) - U(t-1)$　　　　$(4) f(t) = tU(t)$

解：只要计算出信号的功率和能量，再按定义即可确定信号类别。

$$(1)\ W = \int_{-\infty}^{\infty}\sin^2 t\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{1-\cos 2t}{2}\mathrm{d}t = \frac{t}{2}\Big|_{t=-\infty}^{\infty} - \frac{1}{4}\sin 2t\Big|_{t=-\infty}^{\infty} \longrightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)\mathrm{d}t = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\sin^2 t\,\mathrm{d}t$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\left[\frac{1}{2}t\Big|_{t=-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} - \frac{1}{4}\sin 2t\Big|_{t=-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\right] = \frac{1}{2}$$

故 $f(t)$ 为功率信号。

$$(2)\ W = \int_0^{\infty}\cos^2 t\,\mathrm{d}t = \int_0^{\infty}\frac{1+\cos 2t}{2}\mathrm{d}t = \frac{t}{2}\Big|_{t=0}^{\infty} + \frac{1}{4}\sin 2t\Big|_{t=0}^{\infty} \longrightarrow \infty$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{W}{2T} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{t}{2}\Big|_{t=0}^{T} = \frac{1}{4}$$

故 $f(t)$为功率信号。

(3) $W = \int_0^1 1\mathrm{d}t = 1 \qquad P = \lim\limits_{T\to\infty}\dfrac{W}{2T} = 0$

① $W = \int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt$

② $P = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} |f(t)|^2 dt$

$T \to \infty$

故 $f(t)$ 为能量信号。

(4) $W = \int_0^\infty t^2\mathrm{d}t = \dfrac{1}{3}t^3\Big|_{t=0}^{\infty} \longrightarrow \infty$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{W}{2T} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{6T}t^3\Big|_{t=0}^{T} \longrightarrow \infty$$

(利用定义呀)

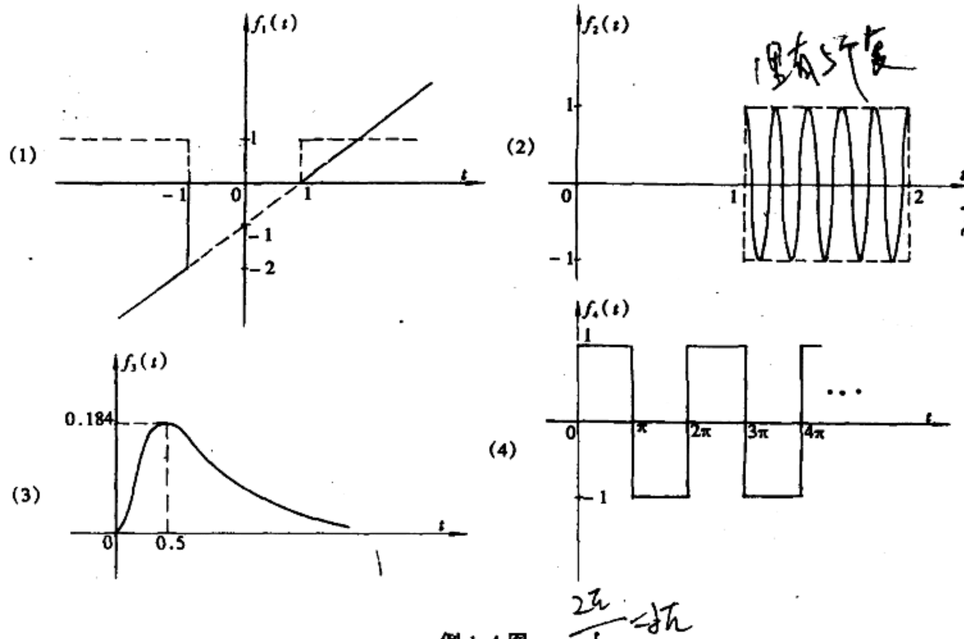
故 $f(t)=tU(t)$为非功非能信号。

通过本例可得出一般规律:周期信号一般属功率信号;非周期信号可能属能量信号或功率信号或非功非能信号。对于后者,若为单个脉冲信号则属能量信号;若为有始周期信号或自身不满足绝对可积,但其一次导数满足绝对可积的信号属功率信号;若自身及其一次导数皆不满足绝对可积的信号属非功非能信号。

值得注意的是,不存在既是功率信号又是能量信号的信号。

(二)信号的函数式与波形图

例 1-4 粗略绘出下列各信号的波形图:



$=T \quad \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5}$

$\frac{2\pi}{1} = 2\pi$

例 1-4 图

(1)$f_1(t)=(t-1)U(t^2-1)$ (2)$f_2(t)=\cos 10\pi t[U(t-1)-U(t-2)]$

(3)$f_3(t)=t\mathrm{e}^{-2t}U(t)$ (4)$f_4(t)=\mathrm{Sgn}(\sin t)U(t)$

解:给定信号表示式描绘其波形是本课程的基本训练之一。在绘图时应注意信号的基本特征,对所绘出的波形应标出一些特殊点的值,如初值、终值、极大值、极小值等。例 1-4 图示出了各信号的波形。

$\mathrm{sgn}(\sin t)$

$U(t)-U(t-\pi)$

$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n U(t-n\pi) - U(t-\pi-n\pi)$

在(1)中，将 $f_1(t)$ 看作 $(t-1)$ 与 $U(t^2-1)$ 相乘，分别绘出它们的波形再相乘。由于 $U(t^2-1)=U[(t+1)(t-1)]$，当 $(t+1)(t-1)>0$ 时，$U(t^2-1)=1$；当 $(t+1)(t-1)<0$ 时，$U(t^2-1)=0$，故

$$U(t^2-1)=\begin{cases}1 & |t|>1\\ 0 & |t|<1\end{cases}$$

$$=U(-t-1)+U(t-1)$$

$(t-1)$ 及 $U(t^2-1)$ 波形如图中虚线所示，$f_1(t)$ 波形如实线所示。

在(2)中，因为 $\cos10\pi t$ 的周期 $T=\frac{1}{5}$，故 $f_2(t)$ 在区间 $[1,2]$ 内应有 5 个周期的余弦波。$f_2(t)=G_1(t-\frac{3}{2})\cos10\pi t$，其中 $G_1(t-\frac{3}{2})$ 是宽度为 1、延时 $\frac{3}{2}$ 的门函数。

在(3)中，$f_3(t)$ 为连续信号，且 $f_3(0)=0$，$\lim\limits_{t\to\infty}f_3(t)=0$，故 $f_3(t)$ 一定有极值。由 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[f_3(t)]=0$ 求得极值点的 $t=0.5$，$f_3(\frac{1}{2})=\frac{1}{2\mathrm{e}}\approx0.184$。

在(4)中，因 $\sin t$ 是周期为 2π 的周期信号，且有

$$u=\sin t\begin{cases}>0 & 0<t<\pi\\ <0 & \pi<t<2\pi\end{cases}\quad(\text{在一周期内})$$

时 的

而

$$\mathrm{Sgn}(u)=\begin{cases}1 & u>0\\ -1 & u<0\end{cases}$$

故 $\mathrm{Sgn}(\sin t)$ 是一周期为 2π 的方波信号，$\mathrm{Sgn}(\sin t)U(t)$ 是一有始周期方波信号。在区间 $[0,2\pi]$ 内，其值为

$$\mathrm{Sgn}(\sin t)U(t)=\begin{cases}1 & 0<t<\pi\\ -1 & \pi<t<2\pi\end{cases}$$

如果函数 $f(t)$ 在 $t=t_0$ 处出现跳变，则

$$f(t_0)=\frac{1}{2}[f(t_{0_-})+f(t_{0_+})]$$

因此 $U(t)$、$\mathrm{Sgn}(t)$ 可表为

$$U(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ \frac{1}{2} & t=0\\ 0 & t<0\end{cases}\qquad \mathrm{Sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ 0 & t=0\\ -1 & t<0\end{cases}$$

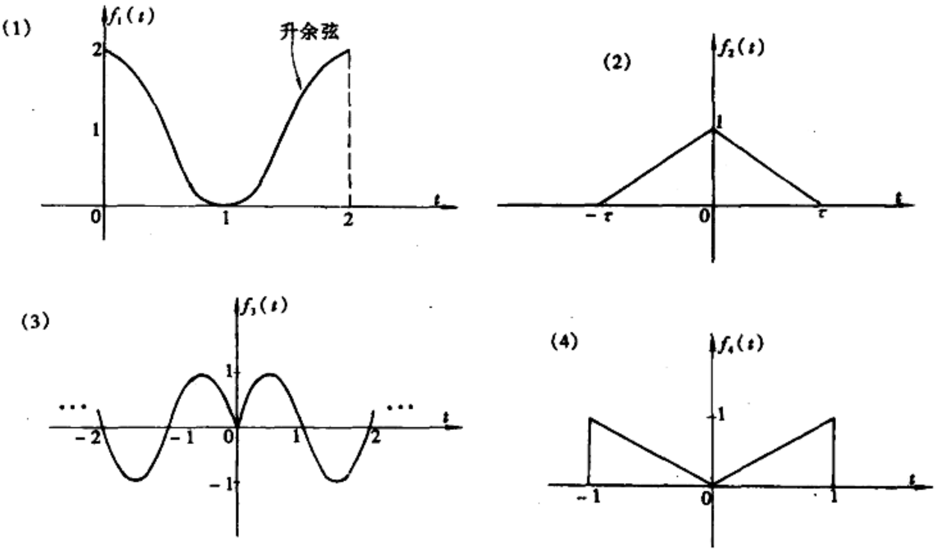
例 1-5　写出例 1-5 图所示各波形的信号表示式。

解：由波形写出信号表示式是本课程的又一基本训练，常有两种方法：分段表示法和闭合式表示法。在付氏变换和拉氏变换中，后者更为重要。在信号的闭式表示中，常将一个复杂的信号波形看成一些常见典型信号波形通过四则运算的结果。对本课程而言，常见的一些典型信号是：

①正弦信号：$A\sin\omega t$；$A\cos\omega t$。

②无时限复指数信号：Ae^{st}　$t:(-\infty,\infty)$，其中，$s=\sigma+j\omega$，σ、ω 皆为实数，s 称复频率。

当 $s=0(\sigma=0,\omega=0)$ 时，$f(t)=A$，称为直流信号。当 $\omega=0$ 时，$f(t)=Ae^{\sigma t}$，称实指数信号。当 $\sigma=0$ 时，$f(t)=Ae^{j\omega t}$，称虚指数信号，这时，$f(t)=A\cos\omega t+jA\sin\omega t$，实部为余弦信号，



例 1-5 图

虚部为正弦信号。因此,复指数信号概括了直流信号、实指数信号、正弦、余弦等信号。

③单边指数信号:$f(t)=Ae^{\alpha t}U(t)$,α 为实数。当 $\alpha>0$ 时,$f(t)$称为增长指数信号;当 $\alpha<0$ 时,$f(t)$称衰减指数信号。

④斜坡信号:$R(t)=tU(t)$。

⑤门信号:$G_\tau(t)=U(t+\frac{\tau}{2})-U(t-\frac{\tau}{2})$。

⑥符号信号:$\mathrm{Sgn}(t)=-U(-t)+U(t)$。

⑦取样信号:$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$。

⑧正三角脉冲信号:$\Delta_{2\tau}(t)=\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)[U(t+\tau)-U(t-\tau)]$。

⑨单位冲激信号:$\delta(t)$。

⑩单位阶跃信号:$U(t)$。

若一个复杂信号能表示成上述典型信号的四则运算,则无论是对复杂信号的函数表示,或是作其付氏变换、拉氏变换等都将带来极大的方便。

应当指出,由函数式画波形图是唯一的,但由波形写函数式则不唯一。

下面解答本题。

(1)$f_1(t)=(1+\cos\pi t)[U(t)-U(t-2)]=G_2(t-1)(1+\cos\pi t)$

(2)$f_2(t)=\Delta_{2\tau}(t)=\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)[U(t+\tau)-U(t-\tau)]$

$$=\frac{1}{\tau}R(t+\tau)-\frac{2}{\tau}R(t)+\frac{1}{\tau}R(t-\tau)$$