東北行政委員會教育部規定

高中臨時教材
專科學校適用

解析幾何學

徐任吾
仲子明 編著

東北書店印行

1949

目　　次

解析幾何學

第　一　章

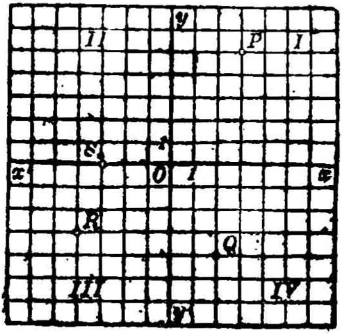
坐　標*（Coördinates）

1．平面上點之位置．如圖，P 爲平面上之一點．若在此平面上引互相垂直之兩直線 $x'x$ 及 $y'y$ 相交於 O，從 P 點引 $x'x$ 及 $y'y$ 之垂直線 PM 及 PN，則 OM 及 MP 稱爲 P 點之坐標．OM 爲橫坐標（abscissa），MP 爲縱坐標（ordinate）．$x'x$ 及 $y'y$ 爲坐標軸（coördinate axes），而橫軸 $x'x$ 常稱爲 x 軸（x-axis），縱軸 $y'y$ 常稱爲 y 軸（y axis），又其交點爲原點（origin）．

橫坐標在 $y'y$ 之右者爲正，在左者爲負；縱坐標在 $x'x$ 之上者爲正，在下者爲負．

$x'x$ 與 $y'y$ 分平面爲四部份，稱爲象限（quadrauts）；在右上角稱爲第一象限（first quadrant），左上角者爲第二象限（second quadrant），左下角者爲第三象限（third qu

*本章所述之坐標一名笛卡兒坐標，因笛卡兒氏（Descartes）所發明，故名。又兩坐標軸互相垂直者稱爲正坐標，斜交者稱爲斜坐標，本書祗用正坐標。



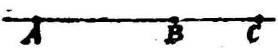
adrant)，右下角者爲第四象限 (fonrth quadrant). 所以在第一象限之點之兩坐標皆爲正；在第二象限則橫坐標爲負，縱坐標爲正；在第三象限兩坐標皆爲負；在第四象限則橫坐標爲正，縱坐標爲負.

如圖，P 點之橫坐標爲 3，縱坐標爲 5，爲簡便計，記爲 (3,5). 在括孤內先記橫坐標，次記縱坐標. 此 (3,5) 非但表示 P 點之坐標，以後竟以此代表 P 點. 仿此，(2,−4) 乃代表橫坐標爲 2，縱坐標爲 −4 之 Q 點，(−4,−3) 代表 R 點，(−3,0) 代表 S 點，(0,0) 代表原點.

在 1 頁圖中，縱坐標 MP 等於 ON，故有時以 ON 作爲縱坐標.

由上述知幾何學上之一點必有二實數爲其坐標；以二實數爲坐標必可決定一點. 故可以代數方法或稱爲解析方法研究幾何圖形之性質，解析幾何學即用代數方法研究幾何之科學也

2. 有向線分及射影 (directed line segment and projection). 初等幾何學中之線分有大小而無方向，解析幾何學中則線分除大小外兼有方向. 如圖，線分 AB 與線分 BA 大小相等而方向相反. 線分由 A 至 B 以 AB 表之，由 B 至 A 以



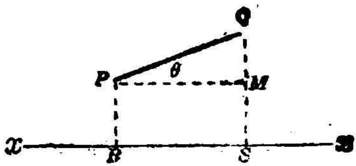
BA表之。若AB爲正，則BA爲負。故$AB=-BA$又在水平位置時，從左向右爲正；在鉛垂位置時，從下向上爲正.

因 $$AB=-BA,$$

故 $$AB+BA=0.$$

又因 $$AB+BC=AC=-CA,$$

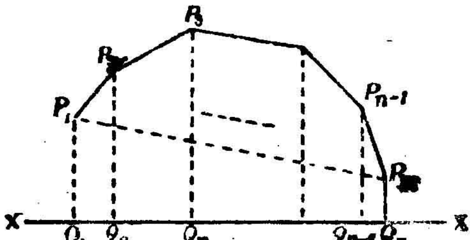
故 $$AB+BC+CA=0.$$



一有向線分PQ及無限直線$x'x$. 從P及Q各引$x'x$之垂線PR及QS, 則R稱爲P點之射影，S爲Q點之射影，而RS爲PQ之射影. 又QP之射影爲SR. 因$RS=-SR$, 故PQ之射影與QP之射影大小相等而方向相反.

若已知PQ與$x'x$所成之角爲θ, 則$\mathrm{RS}=\mathrm{PQ}\cos\theta$.

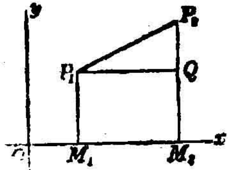
定理：任意折線$\mathrm{P_1P_2, P_2P_3 \cdots\cdots, P_{n-1}P_n}$之射影之和等於$\mathrm{P_1P_n}$之射影.



證：如圖，$P_1P_2, P_2P_3\cdots\cdots P_{n-1}P_n$之諸射影爲$Q_1Q_2$, $Q_2Q_3, \cdots Q_{n-1}Q_n$, 則$Q_1Q_2+Q_2Q_3+\cdots+Q_{n-1}Q_n=Q_1Q_n$

系。多邊形各邊順次所成之射形之和爲零。

3. 兩點間之距離。若已知兩點之坐標，則兩點間之距離可用其坐標求得之。



設 P_1 之坐標爲 (x_1, y_1)，又 P_2 之坐標爲 (x_2, y_2)。自 P_1，P_2 引 Ox 之垂線 P_1M_1，P_2M_2，又過 P_1 點引 Ox 之平行線 P_1Q，則

$$P_1P_2 \text{之距離} d=\sqrt{\overline{P_1Q}^2+\overline{QP_2}^2}$$

但 $P_1Q=M_1M_2=OM_2-OM_1=x_2-x_1$,

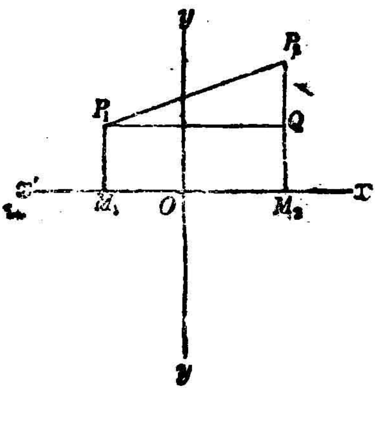
$QP_2=M_2P_2-M_2Q=y_2-y_1$,

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} \qquad \text{公式} \quad)$$

P_1，P_2 二點不論在任何象限中，此公式亦能應用，今舉例如下：

若 P_1 在第二象限，P_2 在第一象限，則

$$P_1P_2=d=\sqrt{\overline{P_1Q}^2+\overline{QP_2}^2}$$



但 $$P_1Q=M_1M_2$$
$$=M_1O+OM_2=-x_1+x_2=x_2-x_1,$$
又 $$QP_2=M_2P_2-M_2Q=M_2P_2-M_1P_1$$
$$=y_2-y_1,$$
$$\therefore d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

例題 1. 求點 $(1,3)$ 與點 $(-5,5)$ 間之距離.

解. 設 $(1,3)$ 為 P_1, 又 $(-5,5)$ 為 P_2, 則
$$x_1=1,\ y_1=3,\ x_2=-5,\ y_2=5.$$
代入公式 (1) 得
$$d=\sqrt{(-5-1)^2+(5-3)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}.$$

習 題 一

1. 以 $(-10,-8)$, $([illegible]6,34)$, $(-13,20)$ 為頂點, 繪一三角形。

2. 繪諸點: $\left(\frac{3}{2},\ \frac{2}{3}\right)$, $\left(\frac{1}{6},\ -\frac{5}{6}\right)$, $\left(1,\ \frac{7}{6}\right)$.

3. 以 $(0,0)$, $(0.07,\ 0.11)$, $(-0.0[illegible],\ 0.06)$, $(0.20,\ -0.08)$ 為頂點, 繪一四邊形。

4. 繪諸點: $\left(\frac{1}{[illegible]}\sqrt{3},0\right)$, $(-[illegible]\sqrt{[illegible]},\ \sqrt{3})$, $\left(\frac{1}{2}\pi,\ \pi\right)$.

5. 在 x 軸上之各點之坐標若何? 在 y 軸上者如何? 在過 O 且二等分第一及第三象限之直線上者如何? 二等分第二及第四象限上者如何? 在 y 軸右邊二格且平行於 y 軸之直線上者如何? 在 x 軸下三格且平行於 x 軸之直線上者如何?

求下列二點間之距離及其在二坐標軸上之射影。

6. $(-4,-4)$ 及 $(1,[illegible])$, 答: 距離 $=\sqrt{74}$; 射影為 [illegible], 7.

7. $(-\sqrt{2},\sqrt{[illegible]})$ 及 $(\sqrt{3},\ \sqrt{3})$.

答: 距離 $=\sqrt{10}$; 射影為 $\sqrt{3}+\sqrt{[illegible]}$, $\sqrt{[illegible]}-\sqrt{3}$.

8. $(0,0)$ 及 $\left(\frac{a}{2},\ \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$. 答: 距離 $=a$; 射影為 $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{2}\sqrt{[illegible]}$

9. $(a+b,\ c+a)$ 及 $(c+a,\ b+c)$.

答：距離$=\sqrt{(b-c)^2+(a-b)^2}$；射影爲$c-b,\ b-a$.

10. 證明以 ([illegible],-2), (-1, -1), (1, 5) 爲頂點之三角形乃一直角三角形，且求其面積。 答：10.

11. 證明以 ([illegible]), (-7,3), (0,$-$[illegible]) 爲頂點之三角形乃一等腰三角形，且求其面積。 答：37.

12. 若一圓之中心爲 (3,5)，且過一點 (14, 10)，求其半徑。此圓過點 (13,12) 否？

13. 一圓之中心爲 (5,6)，且切於 y 軸。此圓過 (4,1) 否？過 (1,3) 否？

14. 若弦長爲 4，此弦被一點 (5,4) 所二等分，又中心爲 (3,0)，求圓之半徑。 答：$2\sqrt{6}$.

15. 直徑之兩端爲 (10,-2) 及 (-4,-4). 此圓過 (-3,2) 否？

16. 圓之中心爲 (-4,3)，又半徑爲 5. 求被一點 (-2,1) 所二等分之弦之長。 答：$4\sqrt{5}$.

17. 求證三點 (10, 2), (7, 1), (-2, $-$[illegible]) 在一直線上。

18. 三點 ([illegible], 0), (-1, 8), (48, -90) 在一直線上否？

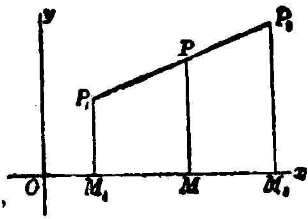
19. 若一點 (x, y) 與一點 (-5, 3) 間之距離爲 5，用方程式表之。

答：$(x+[illegible])^2+(y-3)^2=25$.

20. 一點與原點之距離爲 10，又距 y 軸爲 -6. 求此點之坐標。

答：(-6, ± 8).

4. **線分之分點及中點．** 如圖，$P:(x, y)$ 爲線分 P_1P_2 上之任意一點。



設 P_1 之坐標爲 (x_1, y_1)，P_2 爲 (x_2, y_2)，

又 $P_1P:PP_2=m:n$，則

$$OM=OM_1+M_1M.$$

但 $\quad OM=x,\ OM_1=x_1,$

又因 $\quad M_1M:MM_2=m:n,$

$$\therefore \quad M_1M : M_1M + MM_2 = m : m+n,$$

即
$$M_1M : M_1M_2 = m : m+n,$$

$$\therefore \quad M_1M = \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1),$$

$$\therefore \quad x = x_1 + \frac{m}{m+n}(x_2 - x_1),$$

同理，
$$y = y_1 + \frac{m}{m+n}(y_2 - y_1),$$

簡單之，
$$\begin{cases} x = \dfrac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \\ y = \dfrac{ny_1 + my_2}{m+n}. \end{cases} \qquad \text{公式 (2)}$$

又 P:（x,y）爲 P_1P_2 之中點時，則 $m=n$.

故
$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{2}(x_1 + x_2), \\ y = \dfrac{1}{2}(y_1 + y_2). \end{cases} \qquad \text{公式 (3)}$$

〔注意〕 公式(2),(3)亦不專限於第一象限，即在其他任何象限亦能通用。嗣後從第一象限所得之公式皆能應用於其他任何象限，不再說明矣.

例題 1. 求分 P_1（-1, -6）與 P_2（3,0）間線分使成 $m:n = -\frac{1}{4}$ 之點之坐標.

解.
$$x_1 = - \quad, y_1 = -6, x_2 = 3, y_2 = 0,$$

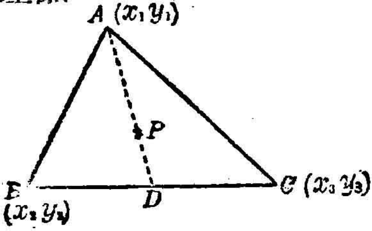
$$m:n = 1:-4,$$

$$\therefore \quad x = \frac{(-4)\times(-1) + 1\times 3}{1-4} = -2\frac{1}{3},$$

$$y = \frac{(-4)\times(-6) + 1\times 0}{1-4} = -8.$$

故所求之分點為 $\left(-[illegible]\frac{1}{3}, -8\right)$.

例題 2. 一三角形之頂點為 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), 求其中線交點之坐標.



解. 從平面幾何知 $AP=\frac{2}{3}AD$, 即 $AP:PD=2:1$. D 之坐標為 $\frac{1}{2}(x_2+x_3)$, $\frac{1}{2}(y_2+y_3)$. 故得

$$x=\frac{x_1+2\cdot\frac{1}{2}(x_2+x_3)}{1+2}=\frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3),$$

$$y=\frac{y_1+2\cdot\frac{1}{2}(y_2+y_3)}{1+2}=\frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3).$$

習　題　二

1. 自 $(8, -18)$ 至 $(-6, -4)$ 間之線分被成四等分。求各分點之坐標。

2. 自 $(-11, 1)$ 至 $(7, -2)$ 間之線分，延長至何處適等於原線分之二倍？　　答：$(3[illegible], -[illegible])$.

3. 圓之中心為 $(5, 5)$, 求過圓上一點 $(6, -9)$ 之直徑之其他一端之坐標。

4. 等腰三角形以 $(3, -9)$ 與 $(6, -4)$ 間之線分為底；頂點為 $(-8, 1)$, 求其高。　　答：$\frac{5}{[illegible]}\sqrt{[illegible]4}$.

5. 分自 $(-1, 4)$ 至 $(-5, -8)$ 間之線分使成 $1:3$, 求分點之坐標。

答：$(-2, 1)$。

6. 分自 $(-3,-5)$ 至 $(6,9)$ 間之線分使成 $2:5$. 求分點之坐標。

答：$\left(-\frac{3}{7},-1\right)$.

7. 分自 $(2,6)$ 至 $(-4,8)$ 間之線分使其比為 $-\frac{4}{3}$ 之點之坐標。

答：$(-22,14)$.

8. 直角三角形斜邊之中點至三頂點等距離，試證明之。

9. 矩形之三頂點為 $(3,-2)$, $(7,6)$, $(3,8)$. 求第四頂點。

10. 用二種方法證明以 $(3,4)$, $(4,12)$, $(6,-2)$, $(5,-10)$ 為頂點之四邊形為一平行四邊形。

11. 平行四邊形之順次三頂點為 $(1,2)$, $(-2,-3)$, $(3,-4)$, 求第四頂點。

12. 若四邊形之頂點為 $(6,8)$, $(-4,0)$, $(-2,-6)$, $(4,-4)$, 求證對邊中點之聯結線互相二等分。

13. 若梯形之頂點為 $(-8,0)$, $(-4,-4)$, $(-4,4)$ 及 $(4,-4)$, 證明不平行之兩邊之中點之聯結線等於二底和之半。

14. 求一點 $(16,3)$ 分自 $(-2,0)$ 至 $(4,-9)$ 間之線分之比。

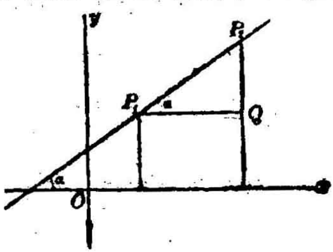
答：$-\frac{3}{2}$.

15. 若一三角形三邊之中點為 $(2,1)$, $(3,3)$ 及 $(6,2)$, 求三角形三頂點之坐標。

答：$(-1,2)$, $(5,0)$, $(7,4)$.

5. 直線之斜角 (angle of inclination) 及斜率 (slope).

一直線與 x 軸相交，在交點右側之 x 軸部分與直線在 x 軸上方部分所成之正角稱為斜角. 如圖，a 即斜角. 又斜角之正切稱為斜率. 斜角之範圍自 0° 起迄 180° 止.



若已知直線上兩點之坐標. 則可求直線之斜率如下：設已知 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 為直線上之兩點，則

斜率 $m=\tan a=\frac{QP_2}{P_1Q}$,

因之, $$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$ 公式 (4)

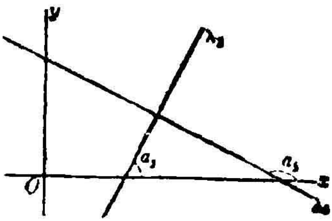
若 a 在 0° 與 90° 之間, 則 m 爲正.

若 a 在 90° 與 180° 之間, 則 m 爲負.

若 a 爲 0, 則 $m=0$, 即直線與 x 軸平行.

若 a 爲 90° 則直線與 y 軸平行.

6. 平行線及垂直線.



若兩直線平行, 則其斜率必相等, 此顯而易見者; 其逆亦眞.

若兩直線 λ_1, λ_2 互相垂直, λ_1 之斜率爲 m_1, λ_2 之斜率爲 m_2,

則 $$m_1=\tan a_1,\ m_2=\tan a_2.$$

但 $$a_2=a_1+90^\circ,$$

$$\therefore\quad \tan a_2=\tan(a_1+90^\circ)=-\cot a_1=-\frac{1}{\tan a_1}$$

即 $$m_2=-\frac{1}{m_1}.$$

或 $$m_1m_2=-1$$ 公式 (5)

故得

定理: 若兩直線互相垂直, 則一直線之斜率等於他直線斜率之負逆數.

或: 若兩直線互相垂直, 則兩斜率之積等於 -1.

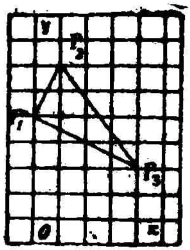
本定理之逆定理亦眞.

例題 求證 $P_1:(-1,4)$, $P_2:(0,6)$, $P_3:(3,2)$ 三點為一直角三角形之三頂點.

解. 以 P_1, P_2, P_3 為頂點, 作 $\triangle P_1P_2P_3$, 則知 $\overline{P_1P_2}$ 及 $\overline{P_1P_3}$ 之斜率為

$$m_1=\frac{6-4}{0+1}=2,$$

$$m_2=\frac{2-4}{3+1}=-\frac{1}{2},$$



因之知 P_1P_2 與 P_1P_3 互相垂直. 故 $\triangle P_1, P_2, P_3$ 為直角三角形, 即 P_1, P_2, P_3 為一直角三角形之三頂點.

習 題 三

1. 求過 $(1,3)$ 與 $(2,7)$ 直線之斜率。 答: 4.

2. 求過 $(2,7)$ 與 $(-4,-4)$ 直線之斜率。 答: $\frac{11}{6}$.

3. 求過 $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ 與 $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ 直線之斜率。

答: $2\sqrt{6}-5$.

4. 求過 $(a+b,c+a)$ 與 $(c+a,b+c)$ 直線之斜率。 答: $\frac{b-a}{c-b}$.

5. 若三角形之頂點為 $(1,1)$, $(-1,-1)$, $(\sqrt{3},-\sqrt{3})$, 求各邊之斜率。

答: $1, \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}, \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$.

6. 用斜率證明 $(-4,-2)$, $(2,0)$, $(8,6)$, $(2,4)$ 為一平行四邊形之四頂點。

7. 用斜率證明 $(3,0)$, $(6,4)$, $(-1,3)$ 為一直角三角形之三頂點。

8. 用斜率證明 $(0,-2)$, $(4,2)$, $(0,6)$, $(-4,2)$ 為一矩形之四頂點。再用公式(1)證明此乃一正方形。

9. 正方形之對角線互相垂直, 用其斜率證明之。

10. 設三角形之頂點為 $(-7,3)$, $(1,-3)$, $(7,5)$; 證明聯二邊中點之

直線等於第三邊之半，且平行於第三邊。

11. 求證 $\left(\frac{17}{5}, \frac{6}{5}\right)$, $\left(\frac{33}{5}, -\frac{6}{5}\right)$, $\left(\frac{32}{5}, -\frac{24}{5}\right)$, $(0, 0)$ 爲等腰梯形之四頂點。

12. 求證以 $(-1, 0)$, $(3, 1)$, $(2, 5)$, $(-6, 3)$ 爲頂點之四邊形有二個直角。

13. 求證 $(a, b+c)$, $(b, c+a)$, 及 $(c, a+b)$ 三點在一直線上。

14. 求12題之四邊形之面積。

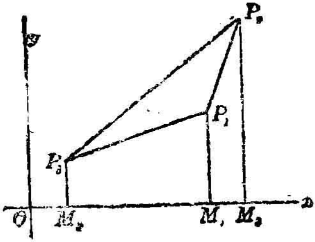
15. 過 $(2, 2)$ 及 $(-2, -2)$ 之直線之斜角如何？

16. 過 $(3, 0)$ 及 $(2, \sqrt{3})$ 之直線之斜角如何？　　答：$\frac{2\pi}{3}$

17. 過 $(0, 0)$ 及 $(-\sqrt{3}, 1)$ 之直線之斜角如何？　　答：$\frac{5\pi}{6}$

18. 過 $(0, -4)$ 及 $(-\sqrt{3}, -5)$ 之直線之斜角如何？　　答：$\frac{\pi}{6}$

7. 三角形之面積. 如圖，$P_1P_2P_3$ 爲一三角形．若自梯形 $M_3M_2P_2P_3$ 減去梯形 $M_3M_1P_1P_3$ 及梯形 $M_1M_2P_2P_1$ 即得三角形之面積.



設 P_1, P_2, P_3 三點之坐標爲 (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3),

則
$$M_3M_2P_2P_3 = \frac{1}{2}(x_2 - x_3)(y_2 + y_3),$$
$$M_3M_1P_1P_3 = \frac{1}{2}(x_1 - x_3)(y_1 + y_3),$$
$$M_1M_2P_2P_1 = \frac{1}{2}(x_2 - x_1)(y_2 + y_1).$$
$$\therefore\ \text{面積}A = \frac{1}{2}\Big\{(x_2 - x_3)(y_2 + y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 + y_3) - (x_2 - x_1)(y_2 + y_1)\Big\}$$

即面積 $A=\frac{1}{2}\left\{x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_1)\right\}$

公式（6）

〔註〕 求得面積之值，有時爲負數，本書祇取其絕對值，不詳論其符號。

習 題 四

求三角形之面積，若其頂點爲：

1. $(2,6)$, $(5,6)$, $(-1,-4)$. 答：15.
2. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $\left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{7}{6}\right)$ 答：$\frac{23}{72}$.
3. $(38,16)$, $(41,17)$, $(-36,-14)$. 答：8.
4. 四邊形之頂點爲 $(1,1)$, $(2,5)$, $(4,3)$, $(4,-6)$, 求其面積。

答：$\frac{37}{2}$.

5. 用三種方法證明三點 $(4,2)$, $(6,-3)$, $(10,-13)$ 在一直線上。
6. 求一點 $(-3,3)$ 與過 $(\ ,7)$, $(1,-2)$ 之直線之距離。 答：$\frac{1}{2}\sqrt{82}$.
7. 用新方法證明 $(\ ,-\ )$, $(-1,-1)$, $(1,5)$, 爲一直角三角形之三頂點。
8. 矩形之三個頂點爲 $(2,2)$, $(6,5)$, $(4,6)$. 用二種方法求其面積。
9. 平行四邊形之三個頂點爲 $(-2,0)$, $(-7,4)$, $(\ ,\ )$. 求其面積及其第四頂點之坐標。
10. 求證：若三角形之頂點爲 $(3,-8)$, $(-4,6)$, $(7,0)$, 其面積四倍於聯各邊中點所成之三角形之面積。

---

*應用行列式，公式（6）可改成下式，便於記憶：

$$A=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}.$$

第 二 章

曲 線（Curve）

8. **變數及常數**（variable and constant）. 方程式

$$x+y=5.$$

中之 x 之值任爲何數均可，即 x 代表一變化隨意之數值，y 亦然. 此等可以代表任何數值之文字稱爲變數. 又如 5,6 等數字只能代表一固定不變之數值，不能如上述 x,y 等任意變動者稱爲常數. 常數亦有以文字表之者，通例以字母次序末端之 x,y,z 等代表變數，以字母次序首端之 a,b,c 等代表常數.

9. **方程式之軌跡**. 設 x,y 兩變數之關係以方程式表之，例如

$$y=2x+3,$$

$$y^2=2x,$$

或

$$x^2+y^2=1.$$

若任意指定一變數之値，即可求得其他變數之值；因之可得無數對 x,y 之數值，俱適合方程式. 若以每一對數值用幾何表之作爲一點，則從每一個方程式可得無數之點. 精密研究之，知此無數之點並非凌亂毫無規則，而往往形成一相聯無間之曲線（有時或爲直線）. 此曲線稱爲此方程式之軌跡（locus）. 嚴格言之，曲線上諸點之坐標皆適合於方程式；方程式所有之每對根作爲坐標之點皆在曲線上.

此曲線稱爲方程式之軌跡或圖解線 (graph)，而方程式稱爲曲線之方程式。

解析幾何之目的有二：其一，已知方程式而探討其軌跡之形狀；其二，已知曲線而求其方程式，並由其方程式用代數方法研究曲線之性質。

本章先將第一目的研究之，以下數章則專論第二目的。

欲畫方程式之圖解線必須先求適合於方程式之數對 x, y 之數值而用點畫出之，然後經過此各點描一平滑曲線，此曲線即爲所求之圖解線。

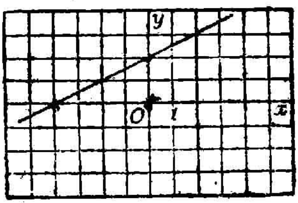
畫圖解線須用方格紙，直規及曲線板，當較隨手畫成者平滑而正確。

例題 1. 試求 $y=\frac{1}{2}x+2$ 之軌跡。

解. 先任意指定 x 之諸值而計算 y，得表如下：

x	0	1	2	3	-1	-2	-3	-4	-5
y	2	$\frac{5}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$

將諸點畫出，然後通過各點畫一平滑曲線，此即所求之軌跡。



〔註〕 本例題所得之軌跡實爲一直線，至22節可正式證明：凡一次方程式之軌跡是一直線。

例題 2 試畫曲線 $y^3=2x$

解. 欲避免開立方，將方程式化爲

$$x=\frac{1}{2}y^3,$$

然後假設 y 之諸值而求 x，得表如下：