南师大教辅·一课一练丛书

第一推荐　第一选择

金牌

MO KUAI JIAO YU LIAN

模块教与练

数学【选修2-1】

苏教版

本书编写组　组编

南京师范大学出版社

金牌 MO KUAI JIAO YU LIAN

模块教与练

高中数学【选修2-1】

苏教版

本书编写组　组编

南京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

模块教与练·高中数学·选修 2-1(苏教版)/本书编写组组编. --南京:南京师范大学出版社,2009.8

ISBN 978-7-81101-886-8/G·1316

Ⅰ.模… Ⅱ.本… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 153439 号

书　　名	模块教与练·高中数学·选修 2-1(苏教版)
组　　编	本书编写组
责任编辑	刘新金　王书贞
出版发行	南京师范大学出版社
地　　址	江苏省南京市宁海路 122 号(邮编:210097)
电　　话	(025)83598077(传真)　83598412(营销部)　83598297(邮购部)
网　　址	http://press.njnu.edu.cn
E — mail	nspzbb@njnu.edu.cn
印　　刷	扬州市文丰印刷制品有限公司
开　　本	850×1168　1/16
印　　张	6.5
字　　数	221 千
版　　次	2009 年 9 月第 1 版　2009 年 9 月第 1 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-81101-886-8/G·1316
定　　价	13.00 元

目录
CONTENTS

第 1 章　常用逻辑用语

1.1　命题及其关系

1.1.1　四种命题

了解命题的逆命题、否命题与逆否命题；会分析四种命题之间的相互关系；会利用互为逆否命题的两个命题之间的关系判别命题的真假.

新课导航

要点 1　命题：可以判断真假的语句.

命题可写成：若 p 则 q.

原命题：若 p 则 q；

逆命题：若 q 则 p；

否命题：若非 p 则非 q；

逆否命题：若非 q 则非 p.

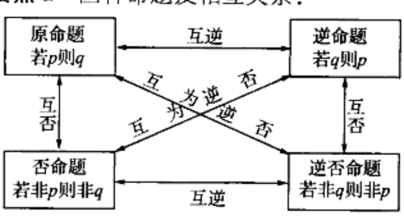
例 1　写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题.

(1)若 $a^2>b^2$，则 $a>b$；

(2)当 $c>0$ 时，若 $a>b$，则 $ac>bc$.

【归纳】这是一道有关四种命题概念的习题. 了解四种命题的概念，找出原命题的条件和结论是解答本题的关键.

要点 2　四种命题及相互关系：



例 2　将下列命题改写成“若 p 则 q”的形式，并写出它们的逆命题、否命题、逆否命题，同时指出它们的真假.

(1)两个全等三角形一定相似；

(2)负数的平方是正数.

【归纳】(1)将非“若 p 则 q”形式的命题改写成“若 p 则 q”形式的命题，使原命题的条件和结论更加明确，便于写出命题的其他三种形式.

(2)任何一个命题都可以写成“若 p 则 q”的形式，且其写法不一定唯一.

要点 3　(1)四种命题的真假判断：

①原命题为真，它的逆命题可以为真，也可以为假.

②原命题为真，它的否命题可以为真，也可以为假.

③原命题为真，它的逆否命题一定为真.

④互为逆否命题是等价命题，它们同真同假.

同一个命题的逆命题和否命题也是一对互为逆否命题，它们同真同假.

(2)在原命题及其逆命题、否命题、逆否命题四个命题中，真命题的个数要么是 0，要么是 2，要么是 4.

例 3　判断命题：“若 $x^2\neq1$，则 $x\neq1$”的真假.

【归纳】“正难则反”是数学解题的重要思想方法，对原命题的真假判断困难时可考虑其等价命题的真假.

(2)钝角的余弦值是负数.

课内训练

1. 命题 p:“若 $x^2<1$,则 $x<1$”,则命题 p 的逆命题是________________;否命题是________________.

2. 有下列命题：

①命题“若 $xy=0$,则 $|x|+|y|=0$”的逆命题；

②命题“若 $a>b$,则 $a+c>b+c$”的否命题；

③命题“矩形的两条对角线相等”的逆命题；

④命题“菱形的两条对角线互相垂直”的否命题.

其中真命题的个数为______.

3. 对于命题：

(1)若 x,y 互为相反数,则 $x+y=0$;

(2)若 $x=1$,则 $x^2=1$;

(3)若 $A\cup B=A$,则 $B\subseteq A$.

其中逆命题是真命题的序号是______.

4. 将下列命题改写成“若 p 则 q”的形式,并写出它们的逆命题、否命题、逆否命题,同时指出它们的真假.

(1)对顶角相等；

5. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题,并判断它们的真假；

(1)若 $x<0$,则 $|x|=-x$;

(2)$\triangle ABC$ 中,若 $a^2+b^2=c^2$,则 $\angle C=90°$.

6. 判断下列命题的真假.

(1)“若 $xy\neq 0$,则 $x\neq 0$”的逆命题；

(2)“菱形的两条对角线互相垂直平分”的逆否命题.

1.1.2　充分条件和必要条件(1)

理解推断符号“⇒”的含义；理解并掌握充分条件、必要条件、充要条件的意义及应用；培养学生的辩证思维能力.

新课导航

要点 1　推断符号“⇒”的含义：

命题：“若 p 则 q”为真命题,记作“$p\Rightarrow q$”.

命题：“若 p 则 q”为假命题,记作“$p\nRightarrow q$”.

例 1　从“⇒”“⇏”与“⇔”中选择适当的符号填空.

(1)$x=0$ ______ $xy=0$;

(2)$a=b$ ______ $a+c=b+c$;

(3)$\begin{cases}a>2,\\ b>2,\end{cases}$ ______ $\begin{cases}a+b>4,\\ ab>4.\end{cases}$

【归纳】能判断命题的真假是解决本题的前提条件,特别指出的是：要肯定一个结论,必须给出严格的证明；欲否定一个结论,则只要举出一个反例即可.

要点 2　充分条件与必要条件的概念.

若 $p\Rightarrow q$,则称 p 是 q 的充分条件,其含义：p 的成立“充分保证”q 的成立. 也即有 p 必有 q,然而 p 不成立,q 也可能成立.

若 $p\Rightarrow q$,则称 q 是 p 的必要条件,其含义：q 是 p 成立的“必不可少”的条件. 也即没有 q 就没有 p,但是未必有 q 就一定有 p.

若 $p\Rightarrow q$，且 $q\Rightarrow p$，则称 p 是 q 的充分必要条件，简称为 p 是 q 的充要条件，记作 $p\Leftrightarrow q$.

若 $p\Rightarrow q$，且 $q\nRightarrow p$，则称 p 是 q 的充分不必要条件.

若 $p\nRightarrow q$，且 $q\nRightarrow p$，则称 p 是 q 的既不充分又不必要条件.

注　充分条件是中学数学中最重要的数学概念之一，它主要讨论了命题的条件与结论之间的逻辑关系，为今后的数学学习特别是数学推理的学习打下基础，它是整个高中数学新教材体系中的一块基石.

例 2　指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件.（在“充分不必要条件”、“必要不充分条件”、“充要条件”、“既不充分也不必要条件”中选出一种）

(1) p：$(x-2)(x-3)=0$，q：$x-2=0$；

(2) p：同位角相等，q：两直线平行；

(3) p：四边形的对角线相等，q：四边形是平行四边形；

(4) 直线 l_1、l_2 不重合，p：l_1、l_2 的斜率相等，q：$l_1 /\!/ l_2$.

【归纳】(1) 判断命题充分性的步骤一般是：①认清条件和结论；②考察 $p\Rightarrow q$ 和 $q\Rightarrow p$ 是否成立.

(2) 判断 p 是 q 的什么条件，必须从正反两方面考虑，若 p 是 q 充分条件，则仅回答 p 是 q 的充分条件（或必要条件）是不全面的.

例 3　已知 C 是 D 的必要条件，B 是 C 的必要条件，问：

(1) D 是 C 的什么条件？

(2) B 是 D 的什么条件？

【归纳】抽象问题，通过画箭头表示它们之间的逻辑关系，直观、方便，体现了抽象问题直观化的思想.

课内训练

1. (1)“$x=y$”是“$x^2=y^2$”的________条件；

(2)“$x>1$”是“$x>-1$”的________条件；

(3)“$\alpha=\beta$”是“$\sin\alpha=\sin\beta$”的________条件.

2. (1)“$a>b$”是“$2^a>2^b$”的________条件；

(2)“$M>N$”是“$\log_2 M>\log_2 N$”的________条件.

3. 对任意实数 a、b、c，给出下列命题：

(1)“$a=b$”是“$ac=bc$”的充要条件；

(2)“$a+5$ 是无理数”是“a 是无理数”的充要条件；

(3)“$a>b$”是“$a^2>b^2$”的充分条件；

(4)“$a<5$”是“$a<3$”的必要条件.

其中真命题的序号是________.

4. 指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件.（在“充分不必要条件”、“必要不充分条件”、“充要条件”、“既不充分也不必要条件”中选出一种）

(1) p：$a^2-2ab+b^2=0$，q：$a=b$；

(2) p：$x=1$，q：$|x|=1$；

(3) p：$a>b$，q：$ac^2>bc^2\ (c\in\mathbf{R})$；

(4) p：$\tan\theta=2\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$，$q$：$\theta=\frac{2\pi}{3}$.

5. 已知 p、q 都是 r 的必要条件，s 是 r 的充分条件，q 是 s 的充分条件，那么 s、r、p 分别是 q 的什么条件？

6. 已知 p：$(5x-1)^2>a^2\ (a>0)$，q：$2x^2-3x+1>0$，若 p 是 q 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围.

1.1.3　充分条件和必要条件(2)

进一步理解“充要条件”的概念；学会判断充分条件、必要条件、充要条件的常用方法：定义法、等价命题法、集合法；理解充要条件与命题等价性、集合的包含关系之间的联系；培养学生的辩证思维能力.

新课导航

要点 1　定义法：(1)分清条件和结论；

(2)找推式，判断“$p\Rightarrow q$”及“$q\Rightarrow p$”的真假；

(3)下结论：根据推式及定义下结论.

要点 2　等价命题法：将命题转化为另一个等价的又便于判断真假的命题.

例 1　(1)“$a\neq 0$”是“$ab\neq 0$”的________条件；

(2)“$t^2\neq 4$”是“$t\neq 2$”的________条件.

【归纳】涉及“否定型”的充要条件的判断问题常常考虑使用等价命题法.

要点 3　集合法：写出集合 $A=\{x\mid p(x)\}$ 及 $B=\{x\mid q(x)\}$，利用集合之间的包含关系加以判断.

(1)$p\Rightarrow q$，相当于 $A\subseteq B$；

(2)$q\Rightarrow p$，相当于 $A\supseteq B$；

(3)$q\Leftrightarrow p$，相当于 $A=B$.

例 2　(1)设 p：“$a=3$”，q：“$(a+2)(a-3)=0$”，则 p 是 q 的________条件；

(2)设 p：“$x>0$”，q：“$x>1$”，则 p 是 q 的________条件；

(3)“设 $x\in\mathbf{R}$，则 $x>2$”的一个必要不充分条件是________________.

【归纳】“充要条件”的判断问题若涉及变量的范围，则用“集合法”往往事半功倍.

要点 4　一般地，对于充要条件的证明，必须从充分性和必要性两个方面进行论证，两者缺一不可.

例 3　已知 $ab\neq 0$，求证：$a+b=1$ 的充要条件是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$.

课内训练

1. (1)“$x=1$”是“$x^2=1$”的________条件；

(2)“$x>1$”是“$x>0$”的________条件；

(3)“$x<1$”是“$x<0$”的________条件；

(4)“$0<x<3$”是“$-1<x<2$”的________条件.

2. “$a=-3$”是“直线 $ax+(1-a)y-3=0$ 与 $(a-1)x+(2a+3)y-2=0$ 互相垂直”的________条件.

3. “设 $x\in\mathbf{R}$，则 $x<2$”的一个充分不必要条件是________________.

4. 若 M 是 N 的充分不必要条件，N 是 P 的充要条件，Q 是 P 的必要不充分条件，则 M 是 Q 的什么条件？

5. 用多种方法判断“$x\neq 3$”是“$x^2\neq 9$”的什么条件？

6. 求证：关于 x 的方程 $ax^2-bx+c=0$ 有一根为 -1 的充要条件为 $a+b+c=0$.

1.2　简单的逻辑联结词

1.2.1　简单的逻辑联结词(1)

了解简单的逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义；了解含有“或”、“且”、“非”的命题的结构；能正确区分命题的否定与否命题；能正确利用“或”、“且”、“非”表述相关的数学内容.

新课导航

要点 1　逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

“p 或 q”：可记为“$p\vee q$”，“$\vee$”读作“析取”，表示“或者”(可兼有)；

“p 且 q”：可记为“$p\wedge q$”，“$\wedge$”读作“合取”，表示“并且”；

“非 p”：也叫做命题的否定，可记为“$\neg p$”，“$\neg$”读作“非”，表示“否定”.

例 1　分别指出下列命题的形式.

(1)矩形的对角线互相平分且相等；

(2)正方形既是菱形又是矩形；

(3)$4\geqslant 5$；

(4)方程 $x^2+x-2=0$ 的解是 $x=-2$ 或 $x=1$；

(5)$\sqrt{2}$不是无理数.

【归纳】正确理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义是解题的关键，应根据组成上述各命题的语句中出现的逻辑联结词，进行命题结构的判断.

要点 2　常用关键词及否定形式列表：

关键词	否　定
等于(=)	不等于(≠)
大于(>)	不大于(小于或等于)(≤)
小于(<)	不小于(大于或等于)(≥)
是(能)	不是(不能)
至多有 n 个(如：至多有 1 个)	至少有 $n+1$ 个(如：至少有 2 个)
至少有 1 个	一个也没有

例 2　写出由下列各组命题构成的“p 或 q”、“p 且 q”以及“非 p”形式的命题.

(1)p:3 是 6 的约数;q:3 是 9 的约数；

(2)p:方程 $x^2=1$ 的解是 $x=1$,q:方程 $x^2=1$ 的解是 $x=-1$；

(3)p:$0\in\{1,2,3\}$;q:$0\in\{0,2,4,6\}$.

【归纳】抓住集合的运算与逻辑联结词的内在联系有利于理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义.

要点 3　命题的否定与否命题的区别.

(1)命题的否定：即把一个命题的结论改为与它相矛盾的判断，即只否定“结论”，不否定“条件”.

(2)否命题：即同时否定“条件”和“结论”.

例 3　分别写出命题:"若 $a=0$,则 $ab=0$"的否命题和否定形式.

【归纳】分清否命题和命题的否定形式两个概念是解决本题的"不二法门".

课内训练

1. 用"或"、"且"、"非"填空,使命题成为真命题:

(1) $x\in A\cup B$,则 $x\in A$ ______ $x\in B$;

(2) $x\in A\cap B$,则 $x\in A$ ______ $x\in B$;

(3) $a,b\in \mathbf{R}$, $a>0$ ______ $b>0$,则 $ab>0$;

(4)若 $ab=0$,则 $a=0$ ______ $b=0$.

2. 命题"$\sqrt{5}$的值不超过 3"看作"非 p"形式时,则 p 为______;看作"p 或 q"形式时,p 为______,q 为______.

3. 命题"在$\triangle ABC$中,若$\angle A>\angle B$,则 $\sin A>\sin B$"的否定是________________,它的否命题是________________.

4. 指出下列命题的形式及其构成;

(1)12 是 48 和 36 的公约数;

(2)方程 $x^2+1=0$ 没有实数根;

(3)有两个角为 45°的三角形是等腰直角三角形;

(4)10 是 5 的倍数或 15 是 5 的倍数.

5. 写出由下列各组命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"以及"非 p"的命题.

(1) p:菱形的对角线互相垂直,q:菱形的对角线互相平分;

(2) p:$\sqrt{3}$是有理数,q:$\sqrt{3}$是无理数.

6. 已知命题 p:$|x^2-x|\geqslant 6$,q:$x\in \mathbf{Z}$,若"p 且 q"与"$\neg q$"同时为假命题,求 x 的值.

1.2.2　简单的逻辑联结词(2)

学会判断命题真假的方法;能正确利用"或"、"且"、"非"表述相关的数学内容;培养数学理解力和判断力.

新课导航

要点 1　真值表:

p	q	非 p	p 且 q	p 或 q
真	真	假	真	真
真	假	假	假	真
假	真	真	假	真
假	假	真	假	假

例 1　写出由下列命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"以及"非 p"形式的命题,并判断命题的真假.

(1) p:梯形有一组对边平行;

q:梯形有一组对边相等.

(2) p：-1 是方程 $x^2+4x+3=0$ 的解；
　q：-3 是方程 $x^2+4x+3=0$ 的解.

(3) p：方程 $x^2+4x+3=0$ 的解是 $x=-1$；
　q：方程 $x^2+4x+3=0$ 的解是 $x=-3$.

【归纳】(1)判断一个命题真假的步骤：先判断 p、q 的真假；再运用真值表判断命题的真假.

(2)逻辑联结词"或"是学习的难点，应充分注意作为逻辑联结词的"或"和一般连词的"或"之间的区别.

要点 2　"非 p"、"p 且 q"、"p 或 q"形式命题真假性判断的规律：

(1)"非 p"形式的命题的真假与 p 的真假相反——"天翻地覆".

(2)"p 且 q"形式的命题当且仅当 p 与 q 同时为真时为真，其他情况为假——"一损俱损".

(3)"p 或 q"形式的命题当且仅当 p 与 q 同时为假时为假，其他情况为真——"一荣俱荣".

例 2　对于命题 p 和 q，"非 q"为真，"p 或 q"为真，试判断命题 p 和命题"p 且 q"的真假.

【归纳】逆向思维是逻辑思维的重要组成部分，应引起足够重视.

例 3　判断下列命题的真假：

(1) $3>4$ 或 $3<4$；

(2) $3\geqslant 3$；

(3) $2\leqslant 3$；

(4) $5\leqslant 4$.

【归纳】请仔细领悟含有逻辑联结词"或"的命题的真假判断规律："一荣俱荣".

课内训练

1. 命题 p：0 不是自然数，命题 q：$\sqrt{2}$是无理数，则在命题"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"、"非 q"中真命题是________，假命题是________.

2. 若 $\forall x\in\mathbf{R}$，$|x-1|+|x+1|>a$ 是真命题，则实数 a 的取值范围是________.

3. 由下列各组命题构成"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"形式的命题中，"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，"非 p"为真的是______.

(1) p：3 是偶数；q：4 是奇数.

(2) p：$3+2=6$；q：$5>3$.

(3) p：$a\in\{a,b\}$；q：$\{a\}\subset\{a,b\}$.

(4) p：$\mathbf{Q}\subset\mathbf{R}$；$q$：$\mathbf{N}=\mathbf{Z}$.

4. 分别指出由下列各组命题构成的"p 或 q"、"p 且 q"、"非 p"形式的命题的真假.

(1) p：9 是质数；q：8 是 12 的约数.

(2) p：$4>5$；q：$4=5$.

(3) p：$\varnothing\subset\{0\}$；q：$\varnothing=\{0\}$.

5. 判断下列命题的真假并简要说明理由：

(1)$3\geqslant4$；

(2)平行四边形的两条对角线相等且平分；

(3)4 的平方根不是 2.

6. 已知 $a>0,a\neq1$，设命题 p：函数 $y=\log_a(x+1)$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 内单调递减；q：曲线 $y=x^2+(2a-3)x+1$ 与 x 轴交于不同的两点. 若 p 和 q 有且只有一个正确，求 a 的取值范围.

1.3　全称量词与存在量词

1.3.1　量　词

理解全称量词与存在量词的意义；能准确地利用全称量词与存在量词叙述数学内容.

新课导航

要点 1　全称量词与存在量词.

全称量词：表示全体的量词称为全称量词，如"所有"、"任意"、"每一个"等，通常用符号"$\forall x$"表示"对任意 x".

存在量词：表示部分的量词称为存在量词，如"有一个"、"有些"、"存在一个"等，通常用符号"$\exists x$"表示"存在 x".

要点 2　全称命题与存在性命题.

含有全称量词的命题叫做全称命题. 其一般形式为：$\forall x\in M,p(x)$. 含有存在量词的命题叫做存在性命题. 其一般形式为：$\exists x\in M,p(x)$.

例 1　判断下列命题是全称命题还是存在性命题.

(1)每个人的潜力都是无穷的；

(2)一切正三角形都是相似的；

(3)所有自然数的平方是正数；

(4)有些一元二次方程没有实数根；

(5)方程 $x^2-2x-3=0$ 至少有一个负根；

(6)菱形的对角线互相垂直；

(7)负数没有对数.

【归纳】掌握判断全称命题与存在性命题的方法：①寻找关键词；②理解命题的本质."关键词"是问题的"题眼".

要点 3 判断全称命题与存在性命题真假的方法：

(1)要判断一个存在性命题是真命题，只要在给定的集合中，找到一个元素 x_0，使 $p(x_0)$ 为真；否则，命题为假.

(2)要判断一个全称命题是真命题，必须对给定集合中的每一个元素 x，$p(x)$ 都为真；但要判断一个全称命题是假命题，只要在给定的集合中找出一个 x_0，使得 $p(x_0)$ 为假即可.

例 2 判断下列命题的真假：

(1) $\exists x\in\mathbf{R}$，使 $x^2+x=1$；

(2) $\exists x\in\mathbf{Z}$，使 $x^2=5$；

(3) $\forall x\in\mathbf{N}$，有 $x^2>0$；

(4) $\forall x\in\mathbf{R}$，有 $x^2-x+1>0$.

课内训练

1. 给出下列命题，其中全称命题是______；存在性命题是______.

(1)偶函数的图象关于 y 轴对称；

(2)正四棱柱都是平行六面体；

(3)平面上不相交的两条直线是平行直线；

(4)存在实数大于等于 3；

(5)凸多边形的外角和等于 360°；

(6)对任意角 α，都有 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$.

2. (1)命题“所有实数大于它的相反数”是______命题(填“真”或“假”).

(2)命题“存在实数 x，$|x+1|\leqslant 1$ 且 $x^2<4$”为______命题(填“真”或“假”).

3. 下列命题为真命题的是______.

(1)命题“$\exists x\in\mathbf{Z}$，使 $x^2+2x+3=0$”；

(2)命题“存在偶函数 $f(x)$，使 $f(0)=0$”；

(3)命题“至少存在一个常数列，它既是等差数列，又是等比数列”；

(4) $\forall x\in\mathbf{R}$，$|1+x|>x$；

(5) $\forall x\in\{1,2,3\}$，有 $2x+1$ 为质数；

(6)奇函数的图象关于原点对称.

4. 已知函数 $f(x)=x^2-2x+5$.

(1)是否存在实数 m，使不等式 $m+f(x)>0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立？并说明理由.

(2)若存在一个实数 x，使不等式 $m-f(x)>0$ 成立，求实数 m 的取值范围.

5. 若方程 $\cos 2x+2\sin x+a=0$ 有实数解，求实数 a 的取值范围.

1.3.2 含有一个量词的命题的否定

理解对含有一个量词的命题的否定的意义；能正确地对含有一个量词的命题进行否定；进一步提高利用全称量词与存在量词准确、简洁地叙述数学内容的能力；培养对立统一的辩证思想.

新课导航

要点 1 含有一个量词的命题的否定：

(1)“$\forall x\in M,p(x)$”的否定为“$\exists x\in M,\neg p(x)$”；

(2)“$\exists x\in M,p(x)$”的否定为“$\forall x\in M,\neg p(x)$”.

例 1 写出下列命题的否定形式.

(1)所有质数都是奇数；

(2)$\forall x\in \mathbf{R},x^2\geqslant 0$；

(3)$\exists x\in \mathbf{R}$,使得 $x^2+x+1\leqslant 0$；

(4)不论 m 取什么实数,方程 $x^2+x-m=0$ 必有实根.

【归纳】抓住含有一个量词的命题的否定的规律是解决本题的关键.

例 2 写出下列命题的否定形式.

(1)三角形的两边之和大于第三边；

(2)直角相等；

(3)$\triangle ABC$ 的内角中必有一个锐角.

【归纳】对表面上不含有量词的命题的否定,应首先根据命题中所叙述的对象的特征,挖掘其隐含的量词,确定是全称命题还是存在性命题.

要点 2 含有逻辑联结词“或”、“且”的命题的否定：

(1)“p 或 q”的否定是“非 p 且非 q”；

(2)“p 且 q”的否定是“非 p 或非 q”.

例 3 写出下列命题的否定形式.

(1)若 $xy=0$,则 $x=0$ 或 $y=0$；

(2)若 $x^2+y^2=0$,则 $x=0$ 且 $y=0$.

【归纳】(1)本题主要考查了含有逻辑联结词“或”、“且”的命题的否定.

(2)通过常见数学表达式之间的转换进一步理解逻辑联结词的含义,以提高辩证思维能力.

课内训练

1. 命题“$\forall x\in \mathbf{R},x^2-2x+1<0$”的否定是________.

2. 设命题 p 是“存在一个实数 x,$\sqrt{x^2}=x$”,那么 p 的否定是________.

3. 已知命题 p:$\forall x\in \mathbf{R}$,$\sin x\leqslant 1$,则非 p 为________.

4. 命题“若 $xy\leqslant 8$,则 $x\leqslant 2$ 且 $y\leqslant 4$”的否命题是________.

5. “存在一个实数 x,使得 $x^2+2x+2=0$”的否定是________.

6. (1)命题“$\forall x\in \mathbf{R},x^2-x+2>0$”的否定是________.

(2)命题“$\exists x\in \mathbf{R},x^2+1\leqslant 0$”的否定是________.

7. 命题“$\forall x\in \mathbf{R},x^2>x$”的否定是________.

8. 命题“存在一个正三角形没有内切圆”的否定是________.

9. (1)命题“每个正方形都是平行四边形”的否定是________,它是一个______命题.

(2)“三角形内角和等于 180°”的否定是________,它是一个______命题.

10. (1)命题“若 $x+y\neq 5$,则 $x\neq 3$ 或 $y\neq 2$”的否定形式是________；它的否命题是________；

(2)命题“若 $|x-2|\leqslant 3$,则 $-1\leqslant x\leqslant 5$”的否定形式是________；它的否命题是________.

第 2 章　圆锥曲线与方程

2.1　圆锥曲线

了解圆锥曲线的实际背景；经历从具体情境中抽象出圆锥曲线的过程；掌握椭圆、抛物线的定义和几何图形；了解双曲线的定义和几何图形.

新课导航

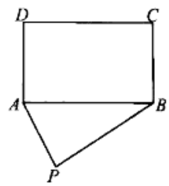
要点 1　平面内到两个定点 F_1,F_2 的距离的和等于常数（大于 F_1F_2）的点的轨迹叫做椭圆，两个定点 F_1,F_2 叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距.

例 1　已知圆 $C:(x+1)^2+y^2=25$，定点 $A(1,0)$，M 为圆上的一个动点，连 MA，作 MA 的垂直平分线交半径 MC 于 P. 求证：P 点的轨迹是椭圆.

【归纳】解此题的关键是找到两个定点，使得动点 P 到两个定点的距离和为定值.

要点 2　平面内到两个定点 F_1,F_2 的距离的差的绝对值等于常数（小于 F_1F_2）的点的轨迹叫做双曲线，两个定点 F_1,F_2 叫做双曲线的焦点，两焦点间的距离叫做双曲线的焦距.

例 2　如图，$ABCD$ 是一个矩形草坪，P 是位于草坪外的一点，且 $PA=60$ m，$PB=80$ m，$AB=100$ m. 某班体育教师想做一个游戏，在草坪上放置一些球，再将本班的学生分成两组，一组从 P 点出发经 A 点到草坪上取球，另一组从 P 点出发经 B 点到草坪上取球，先取到球者胜. 所有的球都放在一条曲线上，为了公平，必须保证两组人走的线路长度相等，根据你学过的知识，你能指出球放在什么曲线上吗？



【归纳】由于这里仅是一动点到两定点的距离之差，而不是绝对值之差，故只是双曲线右支在矩形内的一部分.

要点 3　平面内到一个定点 F 和一条定直线 l（F 不在 l 上）的距离相等的点的轨迹叫做抛物线. 定点 F 叫做抛物线的焦点，定直线 l 叫做抛物线的准线. 椭圆、双曲线、抛物线统称为圆锥曲线.

例 3　动点 M 到 y 轴的距离比它到定点 $F(3,0)$ 的距离小 1，试判断 M 点的轨迹.

【归纳】定义是解决问题的基础和灵魂，要善于思考定义和应用定义. 在本题中，体现了数学转化思想，由距离之差为 1 转化为距离相等，相应地到 y 轴的距离转化为到定直线 $x=-1$ 的距离，从而得到等量关系，利用定义即可判断.

要点 4　设圆锥面的母线与轴成 α 角$(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$，截面与轴成 β 角，当 $0\leqslant\beta<\alpha$ 时，截线为双曲线；当 $\beta=\alpha$ 时，截线为抛物线；当 $\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$ 时，截线为椭圆；当 $\beta=\frac{\pi}{2}$ 时，截线为圆.

例 4　若一个圆锥面的母线与轴成 45°，现用一个与轴成 β 角的截面去截圆锥.

当 $\beta=45^\circ$ 时，截线的形状为________；

当 $\beta=0^\circ$ 时，截线的形状为________；

当 $\beta=90^\circ$ 时，截线的形状为________；

当 $\beta=60^\circ$ 时，截线的形状为________.

课内训练

1. 已知点 $F(3,0)$，直线 l 的方程为 $x=-3$，动点 P 到 F 的距离等于它到直线 l 的距离，则点 P 的轨迹是______________.

2. 已知 A、B 两地相距 800 m，在 A 地听到炮弹爆炸声比在 B 地晚 2 s，且声速为 340 m/s，则炮弹爆炸点的轨迹为______.

3. 如果 $M(x,y)$ 在运动过程中，总满足关系式 $\sqrt{x^2+(y+3)^2}+\sqrt{x^2+(y-3)^2}=10$，则 M 的轨迹是____________________.

4. 设 $x,y\in\mathbf{R}$，在直角坐标平面内，$\boldsymbol{a}=(x,y+2)$，$\boldsymbol{b}=(x,y-2)$，且 $|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=8$，求点 $M(x,y)$ 的轨迹 C 的方程.

5. 已知动圆 M 过定点 $A(-3,0)$，并且在定圆 $B:(x-3)^2+y^2=64$ 的内部与其相内切，求动圆圆心 M 的轨迹方程.

6. 在$\triangle ABC$ 中，已知 $|AB|=4\sqrt{2}$，且三内角 A、B、C 满足 $2\sin A+\sin C=2\sin B$，建立适当的坐标系，求顶点 C 的轨迹方程.