

師範專科學校數學科

三角与解析幾何

試行教學大綱

中華人民共和國教育部

師範專科學校數学科

三角与解析幾何試行教学大綱

(甲)說明

(一)本学科設置目的和要求

本学科是師範專科學校數学科基礎学科之一，其設置目的是

(1)三角部分：系統地複習与補充三角知識，並为學習解析幾何及數學分析作好準備。

(2)解析幾何部分：以最基本的形數对应法(即笛卡兒坐标法)研究幾何圖形的基本性質，並为學習數學分析做好準備，同時为初等幾何配备適當工具，以解决一些較為困難的問題。本学科對於教学的基本要求是使學生：

(1)牢固地掌握三角函數的定義及基本性質，並熟悉三角形各元素間的相互關係。

(2)掌握形數对应的基本概念及代數方程与幾何圖形的对应關係。

(3)系統地掌握在本学科中所學習的知識和方法。

(4)由基本概念的掌握進一步達到熟練技巧的養成。

(二)本学科講授內容及時數分配

根据師範專科學校暫行教学計劃。三角包括：三角函數、三角

函數表的製造原理及使用法、三角形的解法（附簡單平面測量）。解析幾何包括：平面解析幾何與空間解析幾何，內容為坐標系的建立，直線、平面、圓、圓錐曲線、二次曲面的標準方程及其基本性質，講授重點放在平面解析幾何，適當地介紹空間解析幾何。

第一學期三角，每週講授三學時，習作二學時，共計講授 54 學時，習作 36 學時。

第二學期解析幾何，每週講授五學時，習作二學時，共計講授 85 學時（其中平面解析幾何講授 59 學時，空間解析幾何講授 26 學時），習作 34 學時。

（三）本大綱主要精神

（1）本大綱制定的原則：

（i）遵照教育部頒發的師範專科學校暫行教學計劃對本學科內容的要求。

（ii）參照中華人民共和國教育部頒發的師範學院數學系解析幾何試行教學大綱、物理系解析幾何與代數試行教學大綱（1955），並參考蘇聯師範專科學校高等數學教學大綱及蘇聯師範專科學校教科書：

別列別爾基娜（А. Н. Перепелкина）與諾霍塞洛夫（С. Н. Новоселов）合著，“幾何與三角”的三角部分。

（iii）結合目前中等學校畢業生的實際，充分考慮將來教學的需要。

（iv）注意與其他學科的配合。

（2）三角部分的複習應該是系統的，但不只是高中三角的重複，故定義三角函數從一般角開始，並引入了向量和射影的概念。

解析幾何部分，以笛卡兒直角坐标为主，对極坐标則另闢專項作一簡單介紹。

(3)本大綱主要是確定本学科的基本內容，至於細節的次序和講授時數的安排，必要時教師可根据具体情况作適當的變動。

(4)關於習題課，教師应按照教學計劃規定的時數結合具体情况通盤籌劃，以期達到最好的效果。

(乙)大綱內容

(I)三角部分

(一)序論 (4 學時)

(1)三角學研究的對象，發展簡史。

(2)直線上和平面上的向量(包括向量的定義、向量的代數度量、向量的相等)，沙氏(Chasles)定理，向量在軸上的射影。

(3)角與弧的測量(包括角與弧的度量單位，弧度(徑)與角度的換算)。

(4)任意值的角，關於三角弧的沙氏定理： $\widehat{AB} + \widehat{BC} = \widehat{AC} + 2k\pi$ 。

(5)平面上點的笛卡兒直角坐标。

[附註]：弧度是高等數學常用的單位，應使學生澈底明瞭其意義，並在以後各單元儘量使用。

(二)角(弧)的三角函數(只講正弦、餘弦、正切、餘切，略提正割、餘割) (11 學時)

(1) 函數概念。

(2) 任意角(弧)的三角函數的定義(包括比值定義、線定義)。

(3) 已知三角函數值求對應的角(弧)。

(4) 特殊角(弧) $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right]$ 的三角函數。

(5) 三角函數間的基本公式。

(6) 用角(弧)的一個三角函數表出其他三角函數，簡易恆等式。

(7) 誘導公式：

α 與 $2\pi + \alpha$, α 與 $-\alpha$, α 與 $2\pi - \alpha$, α 與 $\pi + \alpha$,

α 與 $\pi - \alpha$, α 與 $\frac{\pi}{2} + \alpha$, α 與 $\frac{\pi}{2} - \alpha$, α 與 $\frac{3\pi}{2} + \alpha$,

α 與 $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ 三角函數間的關係。

(8) 0 到 2π 三角函數值的變化，正弦、餘弦、及正切的圖象。

[附註]：講誘導公式時，注意指出三角函數的週期性與奇偶性。

(三) 複角函數 (9 學時)

(1) 向量在軸上的射影定理，折線在軸上的射影定理。

(2) 二角(弧)和或差的正弦與餘弦。

(3) 二角(弧)和或差的正切與餘切。

(4) 倍角的三角函數。

(5) 半角的三角函數。

(6) 化三角函數的乘積為和或差及化三角函數和或差為相乘積(包括引用輔助角的化法)。

(7) 三角恆等式。

(四) 逆三角函數 (4 學時)

(1) 逆三角函數的定義, 逆三角函數的主值與一般值。

(2) 逆三角函數的三角運算(僅作簡略介紹)。

(3) 逆三角函數間的關係:

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, \quad \operatorname{arctg} x + \operatorname{arccotg} x = \frac{\pi}{2}.$$

(五) 三角方程 (6 學時)

(1) 三角方程和它的一般解。

(2) 雜例。

(3) 消去法(舉例說明)。

(六) 造表法 (3 學時)

(1) 定理: 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 則 $\sin \alpha < \alpha < \operatorname{tg} \alpha$; 定理: $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$ 。

(2) 定理: 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 則 $\alpha - \sin \alpha < \frac{\alpha^3}{4}$ 。

(3) 造表法。

[附註]: 三角函數表的製訂, 用 $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$ 求 $\sin \alpha$ 的近似值, 用三角不等式估計其誤差。

(七) 三角函數表的用法 (3 學時)

(1) 真數表的說明和使用。

(2) 三角函數對數表的說明和使用。

(八) 直角三角形 (3 學時)

(1) 直角三角形諸元素間的關係。

(2) 直角三角形的解法。

(3) 用三角函數對數表解直角三角形。

(九) 斜三角形 (8 學時)

(1) 斜三角形諸元素間的關係。

(2) 正弦定理, 正切定理, 餘弦定理。

(3) 由三角形的三邊求角的公式。

(4) 三角形面積的公式。

(5) 用三角函數真數表解斜三角形。

(6) 用三角函數對數表解斜三角形。

(十) 簡單平面測量 (3 學時)

(1) 線段的量法。

(2) 測角的儀器。

(3) 不能直接測得的二點間的距离。

(4) 求高。

(5) 三角測量。

[附註]: 除課堂講授外, 可以利用習作時間適當安排實地測量。

(II) 解析幾何部分

平面解析幾何學 (共 59 學時)

(一) 引言 (1 學時)

(1) 解析幾何學研究的對象。

(2) 發展簡史。

(3) 解析幾何學在數學上的地位。

(二) 平面解析幾何學的一些基本知識 (3 學時)

(1) 直線上點的坐標。

(2) 平面上點的坐標(笛氏直角坐標)。

(3) 兩點間的距离, 線段的定比分割, 三角形面積的計算(三點共線的條件)。

(三) 曲線方程 (4 學時)

(1) 曲線方程的意義。

(2) 已知方程如何求曲線(举例說明)。

(3) 已知曲線如何導出它的方程(举例說明)。

(4) 兩曲線交點的求法。

[附註]: 在講授曲線方程時, 應強調從點與數的聯繫到曲線與方程的聯繫間的過程。

(四) 直線 (9 學時)

(1) 直線方程的各種類型: 包括斜截式、法線式、一般式(特殊情形的討論)、截距式、點斜式、兩點式(三點共線的條件)。

(2) 已知方程的直線作圖法。

(3) 兩直線間的關係: 包括交點、交角、平行、垂直、重合。

(4) 直線與點的關係——直線到點的距离。

(5) 直線束: 包括直線束方程、三直線共點的條件。

[附註]: 應指出直線方程各種類型間的聯繫; 兩個條件決定一條直線; 直線束方程的應用。

(五) 圓錐曲線(圓、橢圓、雙曲線、拋物線) (18 學時)

(1) 圓錐曲線的發生與類別。

(2) 各種圓錐曲線的定义及其標準方程。

(3) 各種圓錐曲線的形狀及作圖(包括雙曲線的漸近線)。

(4) 圓錐曲線的离心率、焦點和準線。

(5) 圓錐曲線的一般定义。

(6) 直線與圓錐曲線的關係(相交、相切與不相交)。

(7) 關於直線與圓的軌跡問題(圓幕、等幕軸等)及其他軌跡举例。

[附註]: 應以 4 學時講授(7)。內容可參考 H. M. 肯傑爾、P. O. 庫茲明著(鄭醒華、劉紹祖譯): “高等數學習題集”第一卷第一章 § 3。

(六) 坐標變換, 二次曲線通論 (16 學時)

- (1) 坐标变换的意义。
- (2) 平移变换。
- (3) 旋转变换。
- (4) 坐标变换的应用(举例说明)。
- (5) 代数曲线的次数。
- (6) 一般二次方程的标准写法。
- (7) 一般二次方程的简化。
- (8) 二次方程的三种类型。
- (9) 椭圆型、双曲型、及抛物型方程的讨论。
- (10) 一般二次方程的轨迹作图。
- (11) 二次曲线论的一般总结。

(七) 极坐标 (5 学时)

- (1) 极坐标的建立。
- (2) 平面上点的极坐标。
- (3) 点的直角坐标与极坐标的关系。
- (4) 直线的极坐标方程。
- (5) 圆锥曲线的极坐标方程(圆锥曲线的统一定义)。
- (6) 极坐标方程的作图(举例说明, 如 $r^2 = a^2 \cos 2\phi$, $r = a\phi$, $r = ab^{k\phi}$ 等)。

(八) 参数方程 (3 学时)

- (1) 参数方程的定义。
- (2) 举例(直线、圆、椭圆、旋轮线等)。

空间解析几何学(共 26 学时)

(九) 空间解析几何学的一些基本知识 (6 学时)

- (1) 空间内点的坐标(笛卡儿直角坐标)。

(2)兩點間的距離。線段的定比分割。

(3)空間內點與線段的射影。

(4)直線與三坐標軸交角的關係：包括方向角、方向餘弦、方向數。

(5)曲面方程與曲線方程（僅作簡略介紹）。

(十)平面（7學時）

(1)平面方程的各種類型：包括法線式、截距式、一般式、三點式。

(2)兩平面間的關係：包括交角、平行、垂直、重合。

(3)三平面共點的條件。

(4)點與平面的關係——平面到點的距離。

【附註】：指出平面方程各種類型的關係；三個條件決定一平面。

(十一)空間直線（7學時）

(1)空間直線方程的各種類型：包括一般式、兩點式、標準式、參數式。

(2)兩直線間的關係：包括交角、垂直、平行、在同一平面上的條件。

(3)直線與平面的關係：包括交點、交角、平行、垂直、直線在平面上的條件。

【附註】：注意各種不同形式的直線方程間的聯繫。

(十二)二次曲面（6學時）

(1)各種類型的二次曲面的標準方程。

(2)各種類型的二次曲面的平截面。

(3)旋轉曲面。

(丙) 參考資料

(I) 三角

1. 別列別爾基娜及諾窪塞洛夫著, 尹伯平譯, 幾何与三角。

А. Н. Перепелкина и С. И. Новоселов, Геометрия и тригонометрия.

2. 高級中学課本, 平面三角, 人民教育出版社。

3. 柯仁烏諾夫著, 李榮凍譯, 三角学教程。

П. Я. Кожеуров, Курс тригонометрии.

4. 諾窪塞洛夫著, 張禾瑞等譯, 代數与初等函數。

С. И. Новоселов, Алгебра и элементарные функции.

5. 伯拉基斯著, 吳品三譯, 中学数学教学法。

Брадис, Мотодика преподавания математики в средней школе.

6. 諾窪塞洛夫著, 吳品三譯, 反三角函數。

С. И. Новоселов, Обратные тригонометрические функции.

7. 高中平面三角講授計劃綱要(北京市中小学教学參考資料編輯委员会編)。

(II) 解析幾何

1. 維諾格拉陀夫著, 傅尙民譯, 高等数学簡明教程。

С. П. Виноградов, Краткий курс высшей математики.

2. 伏拉索夫著, 东北工学院数学教研組譯, 高等数学教程(一卷一分册)。

А. К. Власов, Курс высшей математики.

3. 勃里瓦洛夫著, 苏步青譯, 解析幾何。

И. И. Привалов, Аналитическая геометрия.

4. 葉菲莫夫著, 胥長辰譯, 解析幾何簡明教程。

Н. В. Ефимов, Краткий курс аналитической геометрии.

5. 克利介尼克著, 孫福元等譯, 解析幾何習題集。

Д. В. Клетеник, Сборник задач по аналитической геометрии.

6. 肯傑尔, 庫茲明著, 鄭醒華, 刘紹祖譯, 高等數學習題集, 第一卷。

Н. М. Гюнтер и Р. О. Кузьмин, Сборник задач по высшей математике, том. 1.

7. 米海里孫著, 东北工学院數學教研組譯, 高等數學簡明教程。

Н. С. Мнхельсон, Краткий курс высшей математики.