

高等学校教材

粘性流体力学

Viscous Fluid Mechanics

朱克勤 许春晓 编著



高等教育出版社

高等学校教材

内容简介

本书是作者在多年从事粘性流体基础课程的教学和科研工作的基础上编写而成的。本书可作为高等院校工科各专业（如机械、航空、航海、水利、化工、建筑、环境工程等）的教材，也可供从事粘性流体研究的工程技术人员参考。

本书共分五章。第一章介绍粘性流体的基本概念和物理性质；第二章介绍粘性流体的运动方程和积分方程；第三章介绍粘性流体的边界层理论；第四章介绍粘性流体的流动阻力；第五章介绍粘性流体的流动相似性。本书可作为高等院校工科各专业（如机械、航空、航海、水利、化工、建筑、环境工程等）的教材，也可供从事粘性流体研究的工程技术人员参考。

粘性流体力学

Viscous Fluid Mechanics

朱克勤 许春晓 编著

010-62881118 销售热线
010-62881118 商务电话
http://www.bep.edu.cn 网
http://www.bep.com.cn
http://www.landao.com 网上订购
http://www.landao.com.cn
http://www.widow.com 售后服务

出版发行 高等教育出版社
地址 北京市西城区德胜门内大街2号
邮编 100120
电话 010-62881000
网址 http://www.hep.com.cn
北京北三环中路15号
北京北三环中路15号

2006年8月第1版
2006年8月第1次印刷
30.00元

787×960 1/16
16.25
300.000



高等教育出版社

010-62881000 服务热线

内容简介

本书从流体力学的基本方程出发,对粘性流体力学的基本理论进行了系统的讲述,对粘性流体运动的几类精确解问题进行了深入的分析和讨论,对流动稳定性和湍流的统计理论进行了系统的介绍。

本书的第1章和第2章首先对粘性流体的基本概念和方程进行了简明扼要的总结和归纳;第3章精心挑选粘性流体力学中有代表性的解析解的例子进行了详细讲解;第4章和第5章分别介绍了小雷诺数流动的蠕流问题和大雷诺数情况下的层流边界层,以帮助读者建立粘性流动的物理概念和认识粘性流动的基本规律;第6章对流动稳定性理论进行了介绍;第7章到第9章是对湍流基本方程、统计理论和切变湍流的介绍,为读者进一步认识和解决湍流问题提供必要的基础知识。

本书可作为力学、热能工程和工程热物理专业本科生教材,也可作为水利、气象、海洋、石油、化工、船舶、航空航天等非力学的工科专业研究生教学用书,并可供相关专业教师、科研人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

粘性流体力学/朱克勤,许春晓编著. —北京:高等教育出版社,2009.6

ISBN 978-7-04-026261-2

I 粘… II. ①朱…②许… III. 粘性流体-流体力学-高等学校-教材 IV. O357

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 038478 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社 址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司	网上订购	http://www.landaco.com
印 刷	北京北苑印刷有限责任公司		http://www.landaco.com.cn
		畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	787×960 1/16	版 次	2009年6月第1版
印 张	16.25	印 次	2009年6月第1次印刷
字 数	300 000	定 价	26.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26261-00

前言

流体力学研究流体宏观运动的规律。在我们周围的自然界和工程技术界,到处都可以见到与流体运动有关的现象。包围地球的大气层是流体,地球陆地之间无垠的海洋是流体,地球内部炙热的岩浆也是流体。小至毛细血管中血液的流动,大至宇宙中天体星云的运动,凡是有流体存在的地方,都有流体力学的问题存在。

人类很早就在生产实践中不断有流体力学知识的积累。几千年来,古代东西方文明对此均做出了巨大的贡献。古希腊学者阿基米德约在公元前 200 年就已经发现了著名的浮力定律。在中国,战国时期(约公元前 256 年)由秦国蜀郡太守李冰父子监造的都江堰,因成功解决引水、分洪和排砂的矛盾,被联合国教科文组织列入《世界遗产名录》。

实践知识的积累上升到科学理论是一个从量变到质变的过程。流体力学作为一门学科的发展得益于牛顿力学和微积分的出现,而欧洲的文艺复兴为包括牛顿力学在内的科学发展打下了基础。1738年伯努利完成并出版《Hydrodynamica》,这是世界上首部流体力学的专著。经过众多学者先后几百年的努力,形成了流体力学当今的基本理论体系,并在许多科学和技术领域中取得了巨大成功。

在流体力学发展的早期阶段,以欧拉 1736 年建立的理想流体运动方程为基础,无粘流理论迅速发展。无粘流理论在给流动分析的数学演绎带来简化和成功的同时,得到的理论结果在许多情况下偏离或违背了实验结果,特别是导致了著名的达朗贝尔佯谬。流体力学家和工程师们在实践中逐渐认识到忽略粘性所付出的巨大代价。1827 年 Navier 从分子运动出发,将欧拉的理想流体运动方程推广到有粘性的情况;1845 年 Stokes 从连续介质假设出发,导出了粘性流体运动的基本方程组,Navier-Stokes 方程至今仍是粘性流体力学的最重要的基本方程。在 19 世纪,流体力学取得了一系列重大进展,其中包括雷诺对湍流的研究和雷诺平均方程的建立,Helmholtz 对涡旋运动的研究,但是对大雷诺数流动的研究仍是困难重重。20 世纪初,普朗特创建的边界层理论奠定了近代流体力学的基础,为解决大雷诺数流动问题开启了大门,在成功解决零阻力的达朗贝尔佯谬的同时,粘性流体力学得到了飞速的发展。目前,它已经构成了研究分离流、

涡旋流、湍流和非牛顿流这些流体力学前沿课题的重要基础。

如果把流体力学比作科学园中的一棵大树,粘性流体力学则是这棵大树上一根粗壮的枝干,经过数百年的成长,它不但已经硕果累累,而且依然生机勃勃,有着巨大的生命力。近一百年来,包括边界层理论、孤立波和混沌理论等科学研究的重大进展均始于粘性流体力学问题。粘性流体力学的迷人之处是它将理论物理、应用数学和工程技术结合到一起,这就是为什么力学家、理论物理学家和应用数学家及工程师一直不断关注它的原因。一个有趣的事实是,在力学、理论物理和应用数学的系列丛书都可以找到粘性流体力学问题的专著。同时,粘性流体力学作为一门技术科学,它不断从科学技术进步的需要中获得巨大的动力。粘性流体力学与航空航天、船舶、机械、气象、海洋、石油、化工、生物等工程学有着密切的关系,也是这些研究领域的专业基础学科之一。

作为当代的科学家和工程师,应该了解和掌握流体的运动特性和基本规律。提供这方面系统的基础知识是编写本教材的主要目的,它主要是为力学专业的本科生编写的,也可以作为水利、航空航天等非力学的工科专业的研究生教学用书及参考书。本书力图在物理概念的清晰和数学演绎的严谨上并重。流体力学常用物理量中除了标量、矢量外,还包括二阶张量。比如,在描述一点的应力状态时,需要引入应力张量;在描述流体微团的变形运动时,需要引入应变率张量。教学实践表明,在了解张量物理意义的基础上熟练进行张量运算通常是某些初学者最感困难之处。为此,我们在附录中介绍了这方面必要的知识。在正文中,矢量和张量用黑体或带下标的符号表述,这两种表述方式并没有本质的差别,完全根据需要和方便来选用。

本书是编者在清华大学工程力学系多年教学所使用讲义的基础上进一步改编而成。第1章至第5章由朱克勤执笔,第6章至第9章由许春晚执笔,尽管在交稿前反复检查和校对,难免仍存在不足,我们由衷地欢迎读者的建议和指正。

2009年1月

目 录

第 1 章 引论	1
第 1 节 流体的粘性	1
1.1.1 粘性流体和理想流体	1
1.1.2 粘度	3
1.1.3 流体粘性的微观机理	6
第 2 节 流体运动的描述	8
1.2.1 迹线、脉线、流线和时间线	8
1.2.2 Helmholtz 微元速度分解定理	10
1.2.3 应变率张量	11
1.2.4 涡量	12
第 3 节 作用在流体上的力	14
1.3.1 质量力	14
1.3.2 表面力	15
1.3.3 应力张量	15
1.3.4 表面张力	17
第 4 节 牛顿流体的本构关系	21
第 5 节 相关的场论及张量分析知识	23
1.5.1 自由标、哑标和求和公约	23
1.5.2 Kronecker 符号和置换符号	24
1.5.3 Nabla 算子	25
1.5.4 张量的代数运算	26
1.5.5 广义高斯公式	27
第 2 章 粘性流体运动的基本方程	29
第 1 节 连续方程	29
第 2 节 动量方程	31
2.2.1 动量方程的一般形式	31
2.2.2 Navier-Stokes 方程	32
第 3 节 流体的动量矩方程	33

第4节 流体的能量方程	33
第5节 流体力学方程组及其在常用坐标系中的表达式	36
2.5.1 流体力学方程组	36
2.5.2 在直角坐标系中的表达式	37
2.5.3 在柱坐标系中的表达式	37
2.5.4 在球坐标系中的表达式	39
第6节 非惯性系中的动量方程	40
第7节 流体力学方程组的定解条件	41
2.7.1 固壁边界条件	41
2.7.2 液体-流体界面的边界条件	41
第3章 粘性流体运动方程的精确解	44
第1节 平行平板间的定常剪切流	44
第2节 同轴圆筒间的定常流	47
3.2.1 同轴旋转圆筒间的 Couette 流	47
3.2.2 同轴圆筒间的轴向流	48
第3节 充分发展了的管流	49
3.3.1 圆管中的 Poiseuille 流	49
3.3.2 矩形截面管中的 Poiseuille 流	50
3.3.3 椭圆截面管中的 Poiseuille 流	51
第4节 非定常平行剪切流	52
3.4.1 平板突然起动	52
3.4.2 平板振荡流	54
3.4.3 圆管内 Poiseuille 流的起动过程	55
3.4.4 圆管振荡流	57
第5节 气泡的径向运动	60
第6节 非线性问题	62
3.6.1 楔形槽道内的平面径向流	62
3.6.2 轴对称驻点流	65
3.6.3 旋盘流	67
第7节 附录:量纲理论基础	69
3.7.1 量纲	69
3.7.2 量纲齐次性原理及应用	70
3.7.3 π 定理	71
3.7.4 几个重要的相似参数	72
第4章 极低雷诺数的流动	74
第1节 小球的极慢运动	74

4.1.1	控制方程	74
4.1.2	速度分布	74
4.1.3	阻力公式	76
第 2 节	二维扩散槽内的径向流	76
第 3 节	楔形狭缝内的 Couette 流	78
第 4 节	偏心圆筒间狭缝内的流动	80
第 5 节	圆盘间的挤压流	83
第 6 节	Oseen 近似	84
第 7 节	狭缝流的平均惯性法	86
第 8 节	雷诺数不很小的圆球定常绕流	87
4.8.1	流函数方程	88
4.8.2	流函数的 Galerkin 解	89
4.8.3	表面分离点的位置和驻涡的长度	92
第 5 章	不可压缩层流边界层	94
第 1 节	边界层的基本特征	94
第 2 节	边界层方程和边界层厚度	95
5.2.1	二维边界层方程	95
5.2.2	边界层厚度	97
第 3 节	平板边界层	99
5.3.1	Blasius 方程	99
5.3.2	Blasius 方程的求解	100
第 4 节	边界层的相似性解	103
5.4.1	Falkner-Skan 方程	103
5.4.2	二维收缩槽内的相似性解	105
5.4.3	平面自由射流	107
第 5 节	边界层的积分关系及应用	109
5.5.1	卡门动量积分关系	110
5.5.2	平板边界层的近似解	110
5.5.3	吸气平板边界层	112
5.5.4	沿曲面边界层的近似解	113
第 6 节	非定常层流边界层	115
5.6.1	在静止流体中物体突然起动	115
5.6.2	小幅高频振荡物体外的边界层	118
第 6 章	湍流的产生和流动稳定性理论	122
第 1 节	湍流的产生	122

6.1.1	雷诺圆管流动显示实验	122
6.1.2	流动稳定性和转换	123
6.1.3	流动不稳定性的机理和典型的流动稳定性问题	124
第2节	流动稳定性问题的建立	126
6.2.1	流动稳定性问题中流动的数学定义	126
6.2.2	流动稳定性的定义和临界雷诺数	126
6.2.3	扰动方程	128
第3节	定常平面平行流的线性稳定性理论	129
6.3.1	定常平面平行流	129
6.3.2	定常平面平行流线性扰动方程	129
6.3.3	Orr-Sommerfeld 方程及其本征值问题	130
6.3.4	Squire 变换和 Squire 定理	133
6.3.5	O-S 方程的无粘近似——Rayleigh 方程及 Rayleigh 定理	133
6.3.6	典型流动线性稳定性结果	137
第4节	流动的非线性稳定性理论	139
6.4.1	Landau 方程	140
6.4.2	能量稳定性理论	141
第5节	二维平板层流边界层的稳定性和转换	144
第7章	湍流运动的基本方程及其封闭模式	146
第1节	湍流运动的不规则性	146
第2节	湍流的统计方法	147
7.2.1	时间平均法	147
7.2.2	空间平均法	148
7.2.3	系综平均法	148
7.2.4	各态遍历假设	149
7.2.5	平均值和脉动值的运算法则	150
第3节	平均运动方程和脉动运动方程	150
7.3.1	雷诺方程	150
7.3.2	脉动方程	152
第4节	雷诺应力和雷诺应力输运方程	152
7.4.1	雷诺应力的物理意义	152
7.4.2	雷诺应力和湍动能的输运方程	157
7.4.3	雷诺应力和湍动能的输运过程	159
第5节	湍流统计方程的封闭模式	160
7.5.1	涡粘模式	161
7.5.2	雷诺应力模式	164

第 8 章 均匀各向同性湍流和湍流统计理论	167
第 1 节 相关函数和 Fourier 谱分析	167
8.1.1 相关函数	167
8.1.2 湍流脉动的谱	170
第 2 节 均匀湍流场常用的相关函数和谱张量	171
8.2.1 均匀湍流中常用的相关函数和谱张量	171
8.2.2 均匀湍流场二阶速度相关及其谱张量的性质	172
第 3 节 均匀各向同性湍流场的相关函数和谱张量	175
8.3.1 均匀各向同性湍流	175
8.3.2 均匀各向同性湍流的相关函数	176
8.3.3 不可压缩均匀各向同性湍流的相关函数及性质	178
第 4 节 不可压缩均匀各向同性湍流的动力学方程	181
8.4.1 不可压缩均匀湍流的基本方程	181
8.4.2 不可压缩均匀湍流两点二阶速度相关函数的动力学方程	182
8.4.3 不可压缩各向同性湍流的 Karman-Howarth 方程	183
8.4.4 湍动能的耗散方程和 Taylor 微尺度	185
第 5 节 不可压缩均匀各向同性湍流中的湍动能传输链	187
8.5.1 不可压缩各向同性湍流中湍动能的传输方程	187
8.5.2 不可压缩各向同性湍流中湍动能的传输链	188
8.5.3 各向同性湍流中的特征尺度	190
第 6 节 局部各向同性湍流及其性质	192
8.6.1 Kolmogorov 的局部各向同性假定和能谱的 $-5/3$ 幂次律	192
8.6.2 结构函数	194
8.6.3 Kolmogorov 局部各向同性湍流的标度律	195
8.6.4 各向同性湍流结构函数的动力学方程	197
第 9 章 切变湍流统计特性和湍流相干结构	199
第 1 节 槽道湍流的统计特性	199
9.1.1 流动的描述	199
9.1.2 平均运动方程	200
9.1.3 近壁区特征尺度及分层模型	201
9.1.4 平均速度分布	203
9.1.5 摩擦因数和雷诺数	207
9.1.6 雷诺应力	208
第 2 节 湍流边界层	214
9.2.1 流动的描述	214

9.2.2 薄剪切层近似的平均运动方程	215
9.2.3 平均速度分布	216
9.2.4 雷诺应力	218
第3节 自由切变湍流的统计特性	222
9.3.1 流动的描述	222
9.3.2 自由切变湍流的自相似性	224
第4节 切变湍流的相干结构	231
9.4.1 壁湍流中的相干结构	231
9.4.2 自由切变湍流的相干结构	234
第5节 湍流的控制	238
9.5.1 雷诺应力与湍流壁面摩擦阻力的关系	238
9.5.2 壁湍流减阻的被动控制	240
9.5.3 壁湍流减阻的主动控制	242
参考文献	243

第1章 引 论

第1节 流体的粘性

1.1.1 粘性流体和理想流体

粘性流体力学作为流体力学的一门分支学科,主要研究粘性流体的宏观运动规律。流体力学将流体近似为连续介质,不讨论由于存在分子结构所呈现的不连续性。连续介质模型是理论流体力学最重要的基本假设之一,也是在流体力学中能有效使用场论等数学工具的基本出发点。研究自然界和工程界通常遇到的各种流动现象均可以使用连续介质模型,但在高空的稀薄气体和微流动等一些特殊情况下,需要修正或放弃连续介质模型。这些特殊流动的讨论不属于本书内容的范畴。

在理论流体力学发展的早期阶段,对于粘性很小的流体,在研究中曾广泛使用理想流体模型。理想流体没有粘性和导热性,相应的数学模型可以得到较大的简化,这给理论分析和数学求解带来很大方便,并得到一系列流动问题的解析解^①。

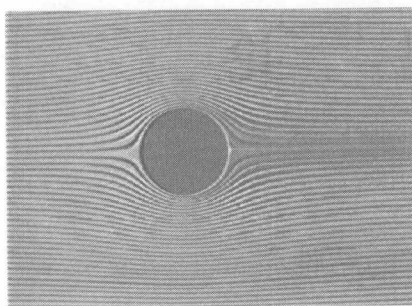
作为一个典型的例子,我们来讨论二维圆柱的定常不可压缩绕流问题。在理想流体的假定下,可以得到流函数在极坐标系 (r, θ) 中的表达式为

$$\psi = U \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta \quad (1.1.1)$$

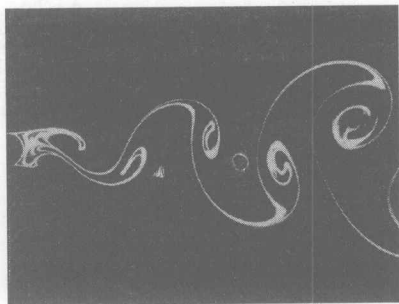
其中 U 是来流速度, a 是圆柱半径。应该强调指出的是,使用理想流体模型得到的结果具有很大的局限性。由于忽略了粘性,常常会得到与实验不一致的结果。利用以上流函数进一步求出速度场后,由伯努利方程得到的压力场在圆柱前后的分布是对称的,这表明圆柱在来流方向受到的合力为零,这就是著名的达朗贝尔佯谬。

① 参考文献[1]给出了70个经典势流问题的解和它们的流线图。

尔佯谬(D'Alembert's paradox)^①。出现以上非物理结果的根本原因之一是采用了理想流体假设。



(a) 附体绕流 ($Re \approx 0.16$)



(b) 卡门涡街 ($Re \approx 140$)

图 1.1 二维圆柱绕流 (引自文献[3])

为了解决以上佯谬,需要放弃理想流体模型。也就是说,即便在流体粘性很小的情况下,也要考虑流体的粘性效应。事实上,流体粘性的存在,除了会产生阻力,也会导致二维圆柱绕流的流场出现各种不同的复杂形态。流场的形态与雷诺数 $Re = Ud/\nu$ 有密切关系,这里 d 是圆柱直径, ν 是流体运动粘度。从极低雷诺数的附体绕流开始(图 1.1a),随着雷诺数的增大,流场尾流的图谱会出现一系列变化,典型的情况有: 1) 在 $Re \approx 7$ 时,流动分离,在圆柱后面出现上下对称的一对驻涡,并随雷诺数的增大而增大; 2) 在 $Re \approx 50$ 时,驻涡在圆柱尾部开始脱落,尾流中出现波动; 3) 随着雷诺数的进一步增大,上下两侧周期性脱落的旋涡在尾流中形成两排反向旋转、交错排列的卡门涡街,图 1.1b 给出了 $Re \approx 140$ 时圆柱尾流中的卡门涡街; 4) 在 $Re \approx 200$ 时,卡门涡街开始失稳,尾流中先后出现具有明显三维特征的斑状和管状的二次涡; 5) 在 $Re > 1.3 \times 10^5$ 时,迎风面的层流边界层过渡为湍流边界层,尾流中的涡街沿流向变得越来越模糊不清。二维圆柱绕流的尾迹中包含有复杂的流动现象,其特征和机理至今仍是流体力学研究所关注的一个热点问题,关于圆柱绕流流场的详细特征和研究现状的述评可见参考文献[4]。

可用来说明理想流体和粘性流体运动存在差别的另一个典型例子是流体在等截面直圆管中的运动。对于理想流体,由于管壁与流体之间的摩擦阻力为零,流体一旦发生运动,在没有外力的情况下,其运动将依靠惯性一直进行下去;而且在管道横截面各点的位置上,流动速度都是相同的。实际观察到的情况是,由于流体粘性的存在,管道内流动与理想流体模型的结果有本质的差别,不但有非

^① 达朗贝尔佯谬的详细讨论见参考文献[2]第12页。该书系统介绍了流体力学中出现的系列重要佯谬。

零的壁面摩擦力,流场的速度剖面也截然不同。根据雷诺的著名实验,在一细长透明圆管入口的中心使流体染色,在流速较低的情况下,观察到的染色线顺流而下,基本上是一条直线(图 1.2a),流动为层流,速度剖面呈现抛物线形状。随着入口流速逐渐增大,中心染色线在某一点处会突然变粗并出现弯曲和摆动,并在下游不远处就很快与周围的水完全混合在一起。变粗的染色线是由大量运动着的大小涡旋组成的,这一现象出现后,流体运动状态便由层流过渡到湍流(图 1.2b)。在实验中,分别改变圆管直径 d 、流体运动粘度 ν 和平均流速 U 进行观察的结果表明,流体的运动状态从层流向湍流的转变与雷诺数 Ud/ν 有密切关系。当雷诺数在 2 000 以下时,流动总是保持在层流状态。如果将入口扰动、管壁粗糙度和实验室的环境条件严格加以限制,层流可以一直保持到雷诺数 5×10^4 ;当然,此时流动对扰动已经非常敏感,任何小扰动的出现都可能导致流动由层流迅速转化为湍流。



图 1.2 圆管内的流动

粘性流体的运动有两种基本流态:层流和湍流。在层流中,流体分层流动,互不掺混,流体质点的迹线是光滑的。在湍流中,流体的各部分剧烈掺混,流体质点的迹线表现出随时间和空间不规则变化的特征。这两种流态在一定条件下可相互转化,从层流转变为湍流的过程称为转捩。以下前 5 章的讨论限于层流问题,从第 6 章开始进入湍流的讨论。

习题

对照以上给出的圆柱绕流的若干临界雷诺数,通过查阅有关资料或文献,试给出圆球绕流不同尾迹形态的相应临界雷诺数,列表进行对比和分析。

1.1.2 粘度

粘性是真实流体的基本物理性质之一,它反映流体抵抗剪切变形的能力。为了度量流体粘性的大小,需要引入粘度的概念。考虑两块相距为 h 的足够大的平行平板,下板静止,上板在它自身平面内以匀速 U 运动,平板间充满均质流体(图 1.3)。对于理想流体模型,板间的流体不会在平板的带动下运动。对于真实流体,由于粘性的作用,流体会在上板的带动下作剪切运动。

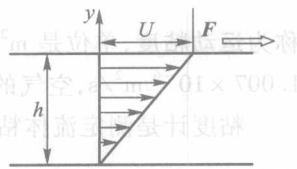


图 1.3 牛顿粘性定律

实验结果表明,当时间足够长后,板间流体的运动速度不再与时间有关,这时流体运动速度 u 与到静止下板面的距离 y 和运动平板的速度 U 成正比,与平板间的距离 h 成反比^①

$$u = \frac{U}{h}y \quad (1.1.2)$$

为了维持平板的运动,必须对它施加一个沿运动方向的力 F ,该力和流体作用于平板上的摩擦力相平衡。实验测定表明,流体作用在单位面积平板表面上(或单位面积流体层之间)的切应力与平板运动的速度成正比,与平板间的距离 h 成反比

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (1.1.3)$$

这里 U/h 为流体运动的剪切变形率,系数 μ 称为流体的动力粘度,简称粘度,可用来度量流体粘性的大小。以上规律被称为牛顿粘性定律(Newton's law of viscosity)。在一般情况下,水和空气以及其他许多流体都服从这一定律,被称为牛顿流体。牛顿流体的本构方程是线性的,本书的讨论将限于牛顿流体的范畴。

在国际单位制(SI)中,粘度 μ 的单位是 $\text{Pa} \cdot \text{s}$ (帕·秒)。在温度 293 K 和一个大气压下,空气的粘度为 $1.815 \times 10^{-5} \text{Pa} \cdot \text{s}$,水的粘度为 $1.005 \times 10^{-3} \text{Pa} \cdot \text{s}$ 。表 1.1 给出了常温常压下具有不同数量级粘度的流体的典型例子。迄今为止,世界上粘性最小的流体是在绝对零度($< 2.19 \text{K}$)附近还能保持液态的唯一物质——液态氦。实验研究表明,它可以无摩擦地通过直径很小的管道,被称为超流体^②。

表 1.1 常温下各种流体粘度的量级

流体	空气	水	自行车油	橄榄油
$\mu (\text{Pa} \cdot \text{s})$	10^{-5}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}

粘度和密度的比值

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.1.4)$$

称为运动粘度,单位是 m^2/s 。在温度 293 K 和一个大气压下,水的运动粘度为 $1.007 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$,空气的运动粘度为 $1.513 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$ 。

粘度计是测定流体粘度的仪器,有多种类型。比如一类常见的粘度计是基

① 该问题起动过程的解析解在第 3 章给出。

② 见参考文献[5]。

于测定一定体积流体通过某一装置的出流时间来得到流体的粘度。体积相同的液体从同一装置流出时,粘性越大所需的时间越长。石油工业中,以 200 cm^3 的蒸馏水在 $20\text{ }^\circ\text{C}$ 的条件下,经由直径为 2.8 mm 的出口流出所需的时间为基准,来给定各种油的相对粘度。

还有的粘度计是根据不同粘性的流体对运动物体阻力不同的特点设计而成的。常见的有落球式粘度计和气泡上升型粘度计,它们是根据在流体中小球下落或气泡上升的快慢来确定流体粘性大小的。关于小球绕流和气泡运动的阻力公式将在以后的章节中给出。

另一类常用的粘度计是旋转式粘度计。常见的旋转式粘度计由内外两个同轴圆筒组成。内筒外壁的半径为 a_1 ,外筒内壁的半径为 a_2 ,内外筒之间充满液面高为 h 的待测流体。内筒保持静止而外筒以等角速度 Ω_2 转动。若测得作用于内筒上的力矩为 M ,就可以推算出该流体的粘度。

为了给出粘度的计算公式,将在径向距离为 r 处的流体绕粘度计转轴的角速度用 Ω 表示,则流体的周向速度为

$$u_\theta = r\Omega \quad (1.1.5)$$

假定流动是轴对称的,速度只是坐标 r 的函数,它的径向梯度为

$$\frac{du_\theta}{dr} = r \frac{d\Omega}{dr} + \Omega \quad (1.1.6)$$

需要强调指出的是,上式右边第二项 Ω 反映流体做刚体式转动的效应,与流体的剪切运动无关,不会产生粘性摩擦力;仅上式右边第一项反映流体的剪切运动,会产生切应力。根据牛顿粘性定律,圆柱形单位液面的粘性切应力值为

$$\tau = \mu \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right) \quad (1.1.7)$$

由此得到作用在半径 r 、高 h 圆柱液面上的粘性力矩 $2\pi r^2 h \tau$ 。圆筒做匀速转动,由于力矩平衡,该粘性力矩等于作用于外筒上的力矩 M ,于是

$$M = 2\pi r^3 h \mu \frac{d\Omega}{dr} \quad (1.1.8)$$

将上式从 a_1 到 a_2 积分,便可得到计算流体粘度的公式

$$\mu = \frac{M(a_2^2 - a_1^2)}{4\pi h \Omega_2 a_1^2 a_2^2} \quad (1.1.9)$$

这里忽略了粘度计筒底末端和自由面的效应,在精确测量中应对以上公式进行修正。此外,常用的旋转式粘度计还有平行圆盘式粘度计和锥板式粘度计(图1.4)。

习题

在锥板式粘度计中(图 1.4),锥角很小,满足条件 $\theta \ll 1$ 。已知圆锥的半径为 R ,当旋转角速度为 Ω 时,测得转动圆锥所需的力矩为 M ,根据以上参数,试给出所测流体粘度的计算公式。

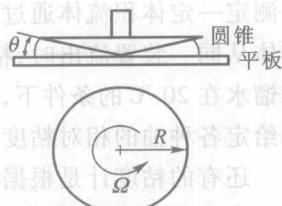


图 1.4 锥板式粘度计示意图

1.1.3 流体粘性的微观机理

同个物质由分子组成,流体的宏观特性本质上由流体分子的运动所决定。了解流体粘性产生的微观机理有助于加深认识粘性流体的力学特性。粘性作为流体的一种宏观物理属性,它与流体分子的热运动、分子间的相互作用以及由此在非均匀速度场中产生的动量输运密切相关。

在均匀的速度场中,相邻两层流体的分子由于热运动而相互交换位置时,宏观上不会产生动量的输运。如果流体作剪切运动,由于相邻两层流体的速度不同,当分子由于随机热运动从速度较慢的一层进入速度较快的一层时,所输运的动量导致对快层流体产生了减速的阻力;反之,当快层流体内的分子进入速度较慢的流体层后,它会对慢层流体产生加速的动力。这种由于分子热运动产生的动量输运引起快层流体速度变慢和慢层流体速度变快的现象,在宏观上表现为流体的粘性,即流体在运动时具有抵抗剪切变形的特性,服从牛顿粘性定律。式(1.1.3)给出了牛顿粘性定律在剪切流中的形式,它的一般表达式将在本章第4节给出。

对于气体,分子间相互作用非常弱,粘性主要来源于剪切流中由于分子热运动引起的动量输运。对于液体,由于分子间的相互作用力较强,粘性主要来源于分子间的相互作用力。由于这种差别,当温度升高时,分子热运动引起的动量输运增强,气体的粘度增高;而液体分子间相互作用力随温度的升高明显变弱,液体的粘度反而变小。流体的粘度不仅与温度有关,与压力也有关系,但不如温度那样明显。流体粘度随温度和压力变化的经验公式可以在有关的专著或手册中查到。

因分子热运动引起的宏观物理量的输运现象,除了动量输运之外,还有热传导和质量扩散。在不均匀的温度场中,分子热运动会导致热量的输运,产生热传导现象。其规律服从傅立叶定律(Fourier law)

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (1.1.10)$$

其中 ∇ 是 Nabla 算子^①; T 为温度,单位 K; $\mathbf{q}$ 是热通量矢量,即单位时间内通过

① Nabla 算子的定义和运算见本章 1.5.3 节。