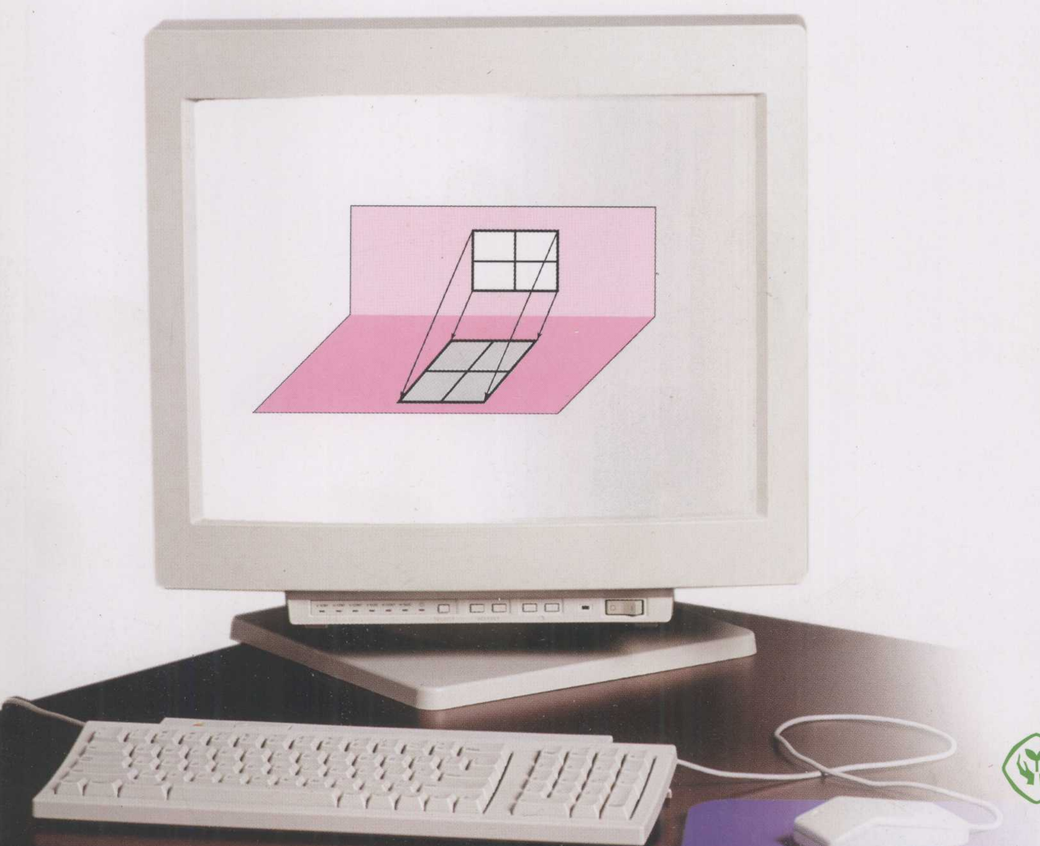
经全国中小学教材审定委员会
2004年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学 ②

必修

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

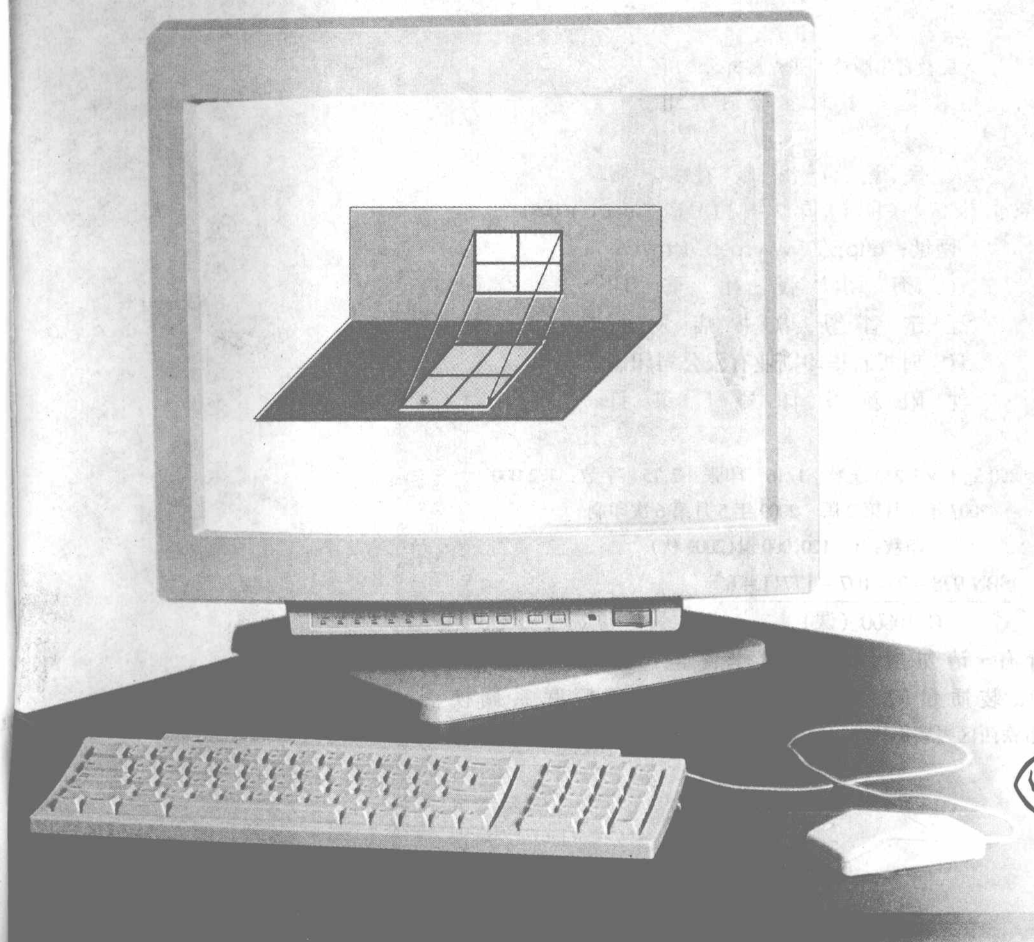
B版

普通高中课程标准实验教科书

数学②

必修

人民教育出版社 课程教材研究所
中学数学教材实验研究组 编著



人民教育出版社

B版

主　　编　　高存明

本册主编　　范登晨
编　　者　　范登晨　高存明　江守礼
　　　　　　张润琦　龙正武
责任编辑　　龙正武
美术编辑　　张　蓓　王　喆
绘　　图　　王　鑫
封面设计　　林荣桓

普通高中课程标准实验教科书
数学 2
必修
B版
人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学教材实验研究组　编著
*
人民教育出版社出版
（北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼　邮编：100081）
网址：http://www.pep.com.cn
辽海出版社重印
辽宁省新华书店发行
辽宁时报新华印刷业有限公司印刷
沈阳新华印刷厂装订
*
开本：890毫米×1 240毫米　1/16　印张：7.75　字数：172 000
2007年4月第2版　2009年5月第6次印刷
印数：1—120,000册（2009秋）
ISBN 978－7－107－17711－8
G·10800（课）　定价：6.85元

目 录

第一章　立体几何初步 …… 1

1.1 空间几何体 …… 3

◆ 1.1.1　构成空间几何体的基本元素 …… 3

◆ 1.1.2　棱柱、棱锥和棱台的结构特征 …… 6

◆ 1.1.3　圆柱、圆锥、圆台和球 …… 11

◆ 1.1.4　投影与直观图 …… 16

◆ 1.1.5　三视图 …… 21

◆ 1.1.6　棱柱、棱锥、棱台和球的表面积 …… 25

◆ 1.1.7　柱、锥、台和球的体积 …… 28

实习作业 …… 34

1.2 点、线、面之间的位置关系 …… 35

◆ 1.2.1　平面的基本性质与推论 …… 35

◆ 1.2.2　空间中的平行关系 …… 39

◆ 1.2.3　空间中的垂直关系 …… 47

本章小结 …… 58

阅读与欣赏

散发着数学芳香的碑文 …… 61

第二章　平面解析几何初步 …… 63

2.1 平面直角坐标系中的基本公式 …… 65

◆ 2.1.1　数轴上的基本公式 …… 65

◆ 2.1.2　平面直角坐标系中的基本公式 …… 68

2.2 直线的方程 …… 74

◆ 2.2.1　直线方程的概念与直线的斜率 …… 74

◆ 2.2.2　直线方程的几种形式 …… 77

◆ 2.2.3　两条直线的位置关系 …… 81

◆ 2.2.4　点到直线的距离 …… 87

2.3 圆的方程 …… 93

◆ 2.3.1　圆的标准方程 …… 93

◆ 2.3.2 圆的一般方程 …… 97
◆ 2.3.3 直线与圆的位置关系 …… 99
◆ 2.3.4 圆与圆的位置关系 …… 101
[redacted] …… 106
◆ 2.4.1 空间直角坐标系 …… 106
◆ 2.4.2 空间两点的距离公式 …… 108
本章小结 …… 111
阅读与欣赏
笛卡儿 …… 115

附录

部分中英文词汇对照表 …… 116

第一章 立体几何初步

1.1 空间几何体

1.2 点、线、面之间的位置关系

我们经常观察周围各种各样的物体，并且不断地学着区分物体形状之间的差异. 从儿童时代起，我们就通过观察、玩各种玩具，通过父母和老师的启蒙教育，认识了各种各样的物体的形状，它们有些是长方体形的物体，有些是球形的物体等. 然后离开具体的实物，开始辨认画在纸上的物体，例如汽车、飞机、床、桌子、房屋的图片等. 后来又通过学习几何知识，认识了许多几何图形，如长方形、长方体、圆、球等. 同学们有没有想过，为什么画在纸上的各种各样的物体，你一看就能认出它是某种物体呢?

人类从能区分各种各样的物体到把这些物体画在纸上表达它们，直到现代利用计算机画出复杂物体的图形，经历了漫长的年代. 不过，你只要通过短时间的学习，就能初步学会人类几千年所积累到的立体几何知识.

在小学和初中，我们已经学习了一些简单的几何体. 你还记得图 1-1 中一些几何体的名称吗? 在图 1-2 的照片中，我们看到的各种各样的建筑物，大都是由图 1-1 中的几何体组成的.

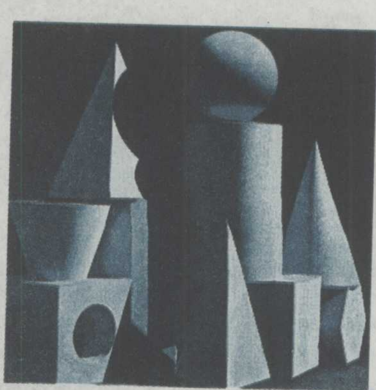
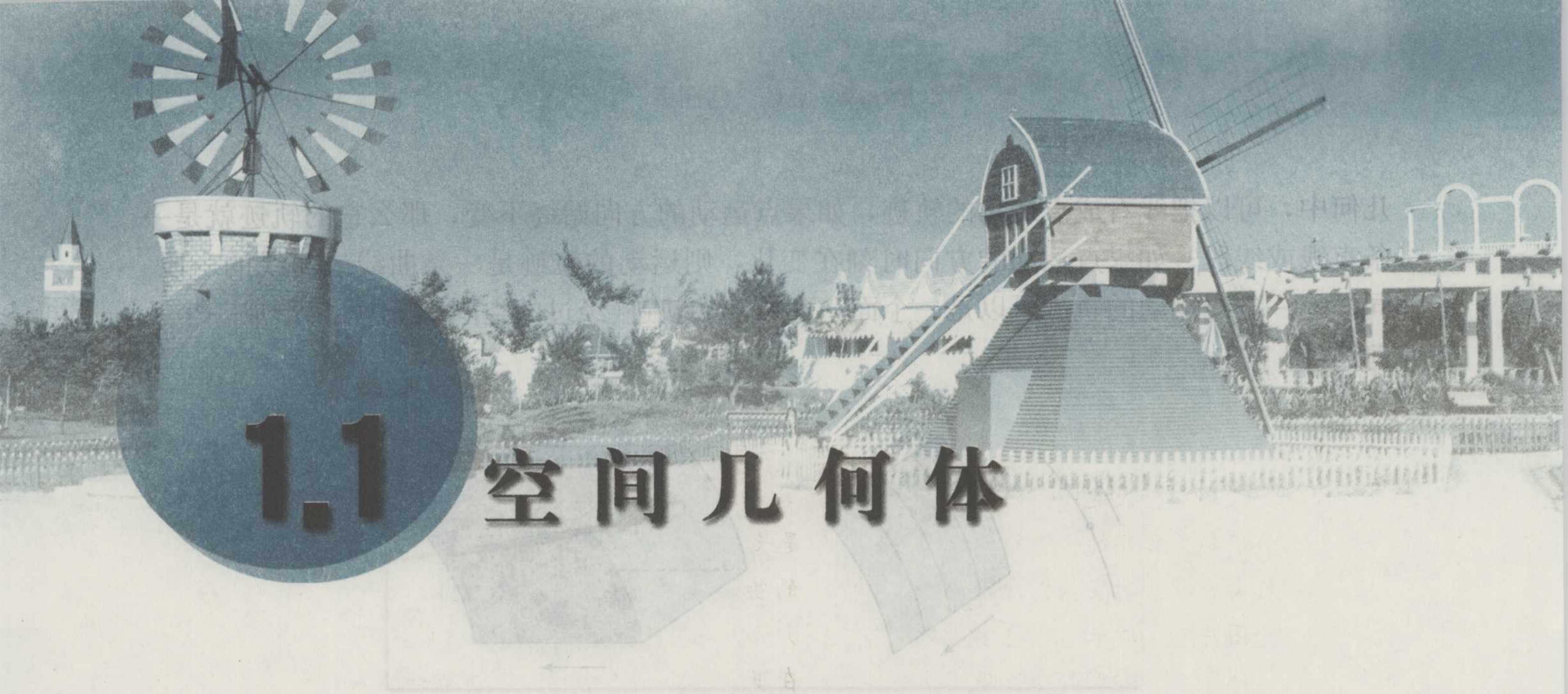


图 1-1

图 1-2

这一章我们先从分析常见立体图形的几何结构开始，建立空间概念，学习描述简单立体图形的结构，从而学习如何在平面上表示这些立体图形，然后分析这些知识的逻辑结构，认识有关图形的基本性质，培养空间想象能力和逻辑思维能力.



1.1 空间几何体

观察我们生活的空间，一切物体都占据着空间的一部分. 如果我们只考虑一个物体占有空间部分的形状和大小，而不考虑其他因素，则这个空间部分叫做一个**几何体**. 例如，一个长方体形包装箱，占有的空间部分就是一个几何体. 我们知道这个几何体叫做**长方体**(图 1-3).

同学们可以通过折纸练习，自己制作一些几何体的模型，帮助学习本节内容.

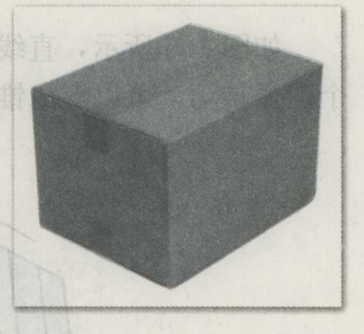


图 1-3

1.1.1 构成空间几何体的基本元素

让我们以长方体为例，分析构成几何体的基本元素以及它们之间的关系.

如图 1-3 所示，长方体由六个矩形(包括它的内部)围成，围成长方体的各个矩形，叫做**长方体的面**；相邻两个面的公共边，叫做**长方体的棱**；棱和棱的公共点，叫做**长方体的顶点**. 长方体有 6 个面，12 条棱，8 个顶点. 观察长方体和各种几何体的构成可以发现，任意一个几何体都是由点、线、面构成的. 点、线、面是构成几何体的基本元素.

线有直线(段)和曲线(段)之分，面有平面(部分)和曲面(部分)之分. 工程人员为了检查一个物体的表面是不是平的，通常把直尺放在物体表面的各个方向上，看看直尺的边缘与物体表面有没有缝隙，如果都不出现缝隙，就判断这个物体表面是平的. 由此可见，平面是处处平直的面，而曲面就不是处处平直的.

在立体几何中，平面是无限延展的，通常画一个平行四边形表示一个平面(图 1-4)，并把它想象成无限延展的.

平面一般用希腊字母 α，β，γ，…来命名，还可以用表示它的平行四边形的对角顶点的字母来命名，例如，图 1-4 中的平面 α、平面 β、平面 $ABCD$ 或平面 AC 等.

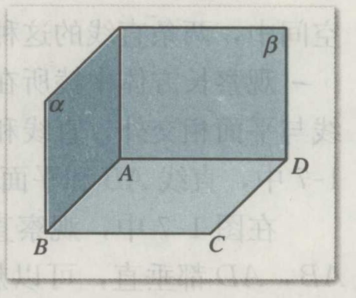


图 1-4

我们还可以从运动的观点，来理解空间基本图形之间的关系. 流星划过夜空，给我们一种“点动成线”的视觉感受. 在

几何中，可以把线看成点运动的轨迹，如果点运动的方向始终不变，那么它的轨迹就是一条直线或线段；如果点运动的方向时刻在变化，则运动的轨迹是一条曲线或曲线的一段．同样，一条线运动的轨迹可以是一个面，面运动的轨迹（经过的空间部分）可以形成一个几何体（图 1-5）．

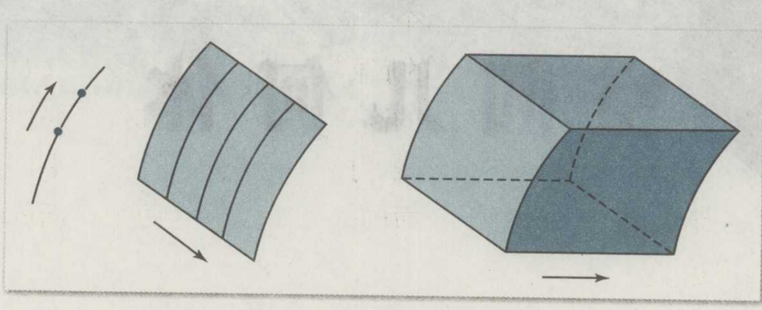


图 1-5

如图 1-6 所示，直线平行移动，可以形成平面或曲面．固定射线的端点，让其绕着一个圆弧转动，可以形成锥面．

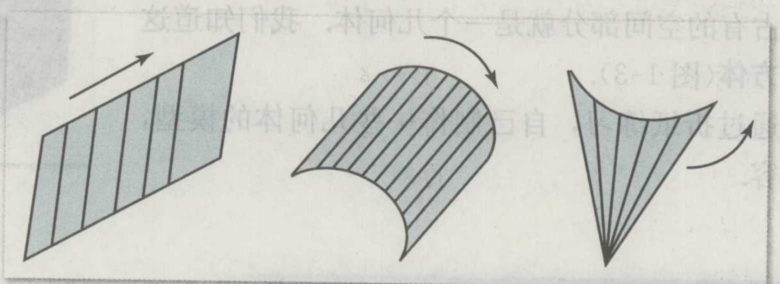


图 1-6

如图 1-7 所示的水平放置的长方体，通常记作长方体 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$．这个长方体，可看成矩形 $ABCD$ 上各点沿铅垂线向上移动相同距离到矩形 $A'B'C'D'$ 所形成的几何体．

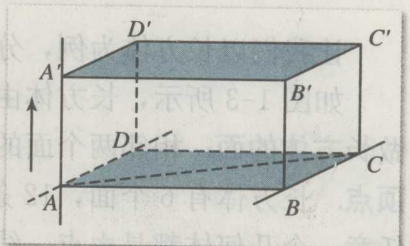


图 1-7

让我们通过长方体的顶点、棱和面之间的位置关系来直观认识一下空间点、直线和平面之间的位置关系．在下一节，我们还要对它们之间的位置关系和性质作进一步的探讨．

设想长方体的棱可延伸为直线，面可延伸为平面．容易看到，在长方体的棱所在直线中，有些相交，有些平行，另外还可观察到直线 AA' 和直线 BC，它们既不相交也不平行．空间中，两条直线的这种关系比比皆是，如交叉走向的高压线等．

观察长方体中棱所在直线及面所在平面的位置关系，容易看到，除直线在平面内或直线与平面相交外，直线和平面还有可能没有公共点，这时，我们说**直线和平面平行**．如图 1-7 中，直线 AB 和平面 $A'C'$ 平行，记作 $AB /\!/$ 平面 $A'C'$．

在图 1-7 中，观察直线 AA' 和平面 $ABCD$，我们看到直线 AA' 和平面内的两条直线 AB，AD 都垂直，可以想象，当 AD 在平面 AC 内绕点 A 旋转到任何位置时，都会和 AA' 垂直．直线 AA' 给我们与平面 AC 垂直的形象，这时我们说**直线 AA' 与平面 AC 垂直**，

A 为垂足．记作直线 $AA'\perp$平面 AC．直线 AA'称作平面 AC 的垂线．平面 AC 称作直线 AA'的垂面．容易验证，线段 AA'为点 A'到平面 AC 内的点所连线段中最短的一条．线段 AA'的长称作点 A'到平面 AC 的距离．

在图 1-7 中，再观察平面与平面的位置关系．可以想象，长方体 $ABCD$-$A'B'C'D'$两个相对面所在的平面没有公共点．如果两个平面没有公共点，则说这两个平面平行．如果面 $ABCD$ 和面 $A'B'C'D'$分别作为长方体的底面，则棱 AA'，BB'，CC'，DD'都与底面垂直且等长．我们知道它们都是这个底面上的高，它们的长度称作两底面间的距离．

容易看到，两个平面会相交于一条直线，此时，我们说这两个平面相交．如果两个平面相交，并且其中一个平面通过另一个平面的一条垂线，这两个平面就给我们互相垂直的形象，这时，我们说这两个平面互相垂直．

练习A

1. 想想看，如何检验一个面是平面的一部分．
2. 举出点运动的轨迹是线、线运动的轨迹是面、面运动的轨迹是体的实例．
3. 举几对既不相交也不平行的直线的例子．
4. 下列各题说法对吗？

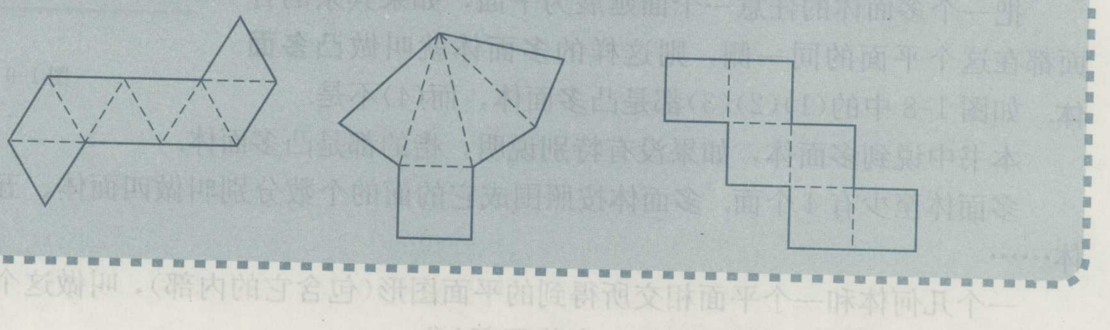
（1）点运动的轨迹是线；

（2）线运动的轨迹一定是面；

（3）面运动的轨迹一定是体．

练习B

根据图中给出的平面图形，制作几何体．



1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征

1. 多面体

观察图 1-8 中的几何体，这些几何体都是**多面体**.

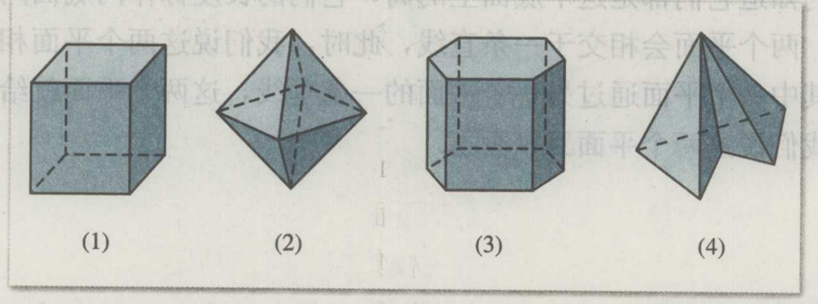


图 1-8

我们来研究所有多面体构成的集合. 现在要问：

多面体集合的哪些性质可以作为它的特征性质(多面体具有，而不是多面体的几何体都不具有的性质)？

建议同学们通过思考或讨论，回答上面的问题.

多面体的每个面都是多边形(围成多面体的多边形都包含它内部的平面部分)，而圆柱、圆锥、球等其他几何体就不具有这种性质.

由此得出多面体的结构特征：

多面体是由若干个平面多边形所围成的几何体.

如图 1-9，围成多面体的各个多边形叫做**多面体的面**，如面 $ABCD$、面 $BCC'B'$；相邻的两个面的公共边叫做**多面体的棱**，如棱 AB、棱 AA'；棱和棱的公共点叫做**多面体的顶点**，如顶点 A、顶点 A'；连接不在同一个面上的两个顶点的线段叫做**多面体的对角线**，如对角线 BD'.

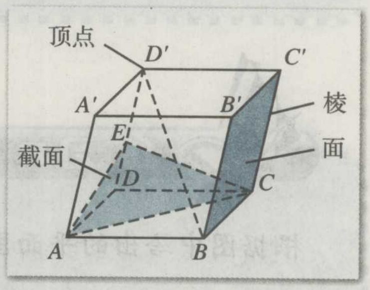


图 1-9

把一个多面体的任意一个面延展为平面，如果其余的各面都在这个平面的同一侧，则这样的多面体就叫做**凸多面体**. 如图 1-8 中的(1)(2)(3)都是凸多面体，而(4)不是.

本书中说到多面体，如果没有特别说明，指的都是凸多面体.

多面体至少有 4 个面. 多面体按照围成它的面的个数分别叫做四面体、五面体、六面体……

一个几何体和一个平面相交所得到的平面图形(包含它的内部)，叫做这个几何体的**截面**，在图 1-9 中画出了多面体的一个截面 EAC.

在小学和初中，同学们已经学习过一些特殊的多面体，如棱柱、棱锥和棱台，对这些几何体，大家都能直观地区分它们，这是因为它们各自具有自己的结构特征. 这一节，我们要通过实验、观察，进一步研究它们的特征性质.

2. 棱柱

当你观察图 1-10 中的一些多面体时，根据小学和初中学过的几何知识，你可能会判定这些多面体是一些棱柱. 为什么你会判定它们是棱柱呢？

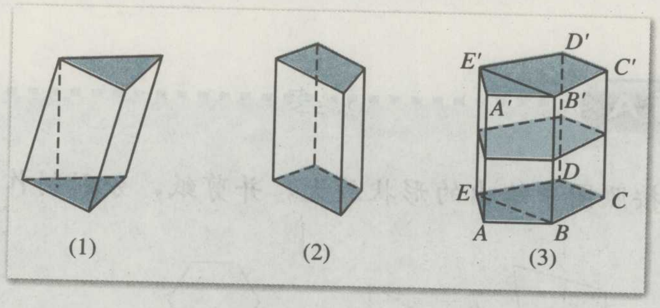


图 1-10

请你通过自己思考或与同学讨论，回答下面的问题：

棱柱有哪些性质？哪些性质可以作为棱柱集合的特征性质？

如果我们以运动的观点来观察，棱柱可以看成一个多边形(包括图形围成的平面部分)上各点都沿着同一个方向移动相同的距离所形成的几何体.

观察这个移动过程，我们可以得到棱柱的主要特征性质：

棱柱有两个互相平行的面，而且夹在这两个平行平面间的每相邻两个面的交线都互相平行(图 1-10).

棱柱的这两个互相平行的面叫做**棱柱的底面**，其余各面叫做**棱柱的侧面**，两侧面的公共边叫做**棱柱的侧棱**.

棱柱两底面之间的距离，叫做**棱柱的高**.

显然棱柱集合是多面体集合的一个子集.

棱柱按底面是三角形、四边形、五边形……分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……

棱柱用表示两底面的对应顶点的字母或者用一条对角线端点的两个字母来表示. 例如，图 1-10(3)中的五棱柱可表示为棱柱$ABCDE\text{-}A'B'C'D'E'$或棱柱 AC'.

棱柱又分为斜棱柱和直棱柱.

侧棱与底面不垂直的棱柱叫做**斜棱柱**(图 1-10(1)).

侧棱与底面垂直的棱柱叫做**直棱柱**(图 1-10(2)(3)).

底面是正多边形的直棱柱叫做**正棱柱**(图 1-10(3)).

下面研究一些特殊的四棱柱.

底面是平行四边形的棱柱叫做**平行六面体**(图 1-11(1)(3)(4)). 侧棱与底面垂直的平

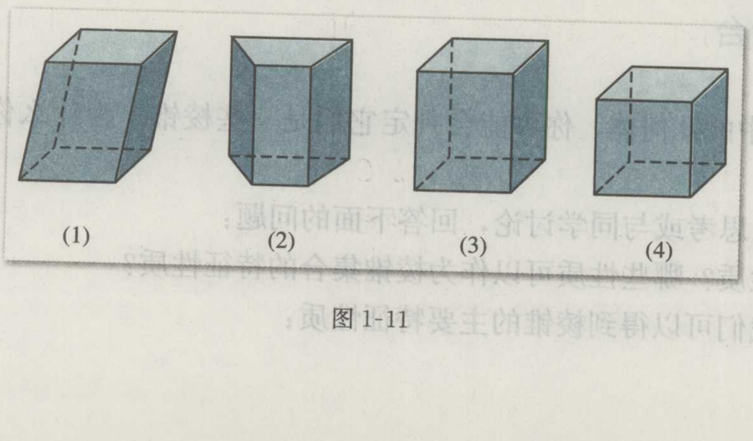
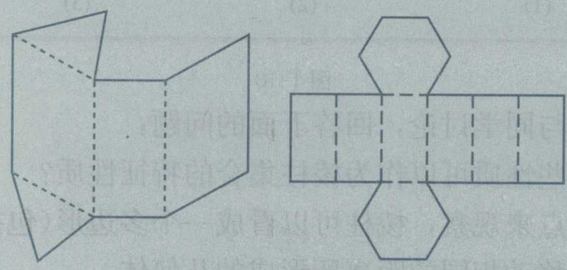


图 1-11

行六面体叫做直平行六面体（图 1-11(3)(4)）．底面是矩形的直平行六面体是长方体(图 1-11(3)(4))．棱长都相等的长方体是正方体(图 1-11(4))．

练习A

1. 在一张纸上，按照图中给出的形状放大，并剪纸，分别制作斜三棱柱、正六棱柱．

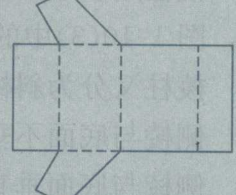


（第 1 题）

2. 任意一个直棱柱去掉两个底面，沿任意一条侧棱剪开，然后放在一个平面上展平，它是什么样的平面图形？
3. 长方体是不是四棱柱？直四棱柱是不是长方体？
4. 设计一个平面图形，使它能折成一个正方体．

练习B

1. 在一张纸上，按照图中给出的形状放大，并剪纸，按虚线折痕折起并黏合，说出得到的几何体的名称．
2. 正方体集合记为 A，长方体集合记为 B，直棱柱集合记为 C，棱柱集合记为 D，写出这四个集合之间的关系．



（第 1 题）

3. 棱锥和棱台

棱锥

观察图 1-12 中的几何体，你可能会判定它们是一些棱锥．为什么你会判定它们是棱锥呢？

请你通过自己思考或与同学讨论，回答下面的问题：

棱锥有哪些性质？哪些性质可以作为棱锥集合的特征性质？

通过观察，我们可以得到棱锥的主要特征性质：

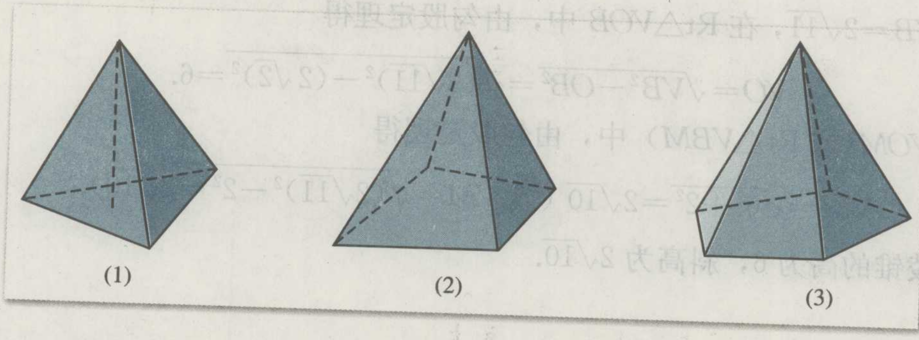


图 1-12

棱锥有一个面是多边形，而其余各面都是有一个公共顶点的三角形.

棱锥中有公共顶点的各三角形，叫做**棱锥的侧面**；各侧面的公共顶点叫做**棱锥的顶点**；相邻两侧面的公共边叫做**棱锥的侧棱**；多边形叫做**棱锥的底面**；顶点到底面的距离，叫做**棱锥的高**.

棱锥用表示顶点和底面各顶点的字母或者用表示顶点和底面的一条对角线端点的字母来表示. 例如，图 1-13 中棱锥可表示为棱锥 $S\text{-}ABCDE$ 或者棱锥 $S\text{-}AC$.

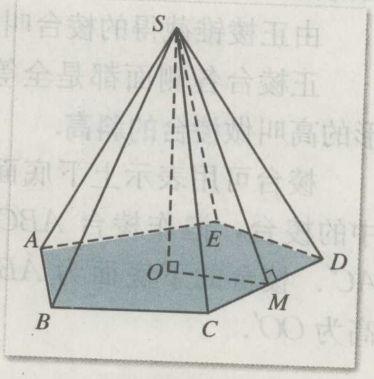


图 1-13

棱锥按底面是三角形、四边形、五边形……分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥……

如果棱锥的底面是正多边形，且它的顶点在过底面中心且与底面垂直的直线上，则这个棱锥叫做**正棱锥**(图 1-13).

容易验证：正棱锥各侧面都是全等的等腰三角形，这些等腰三角形底边上的高都相等，叫做**棱锥的斜高**(图 1-13).

例 1 设计一个平面图形，使它能够折成一个侧面与底面都是等边三角形的正三棱锥.

解：因为要制作的正三棱锥的侧面与底面都是等边三角形，所以它的棱长都相等(图 1-14).

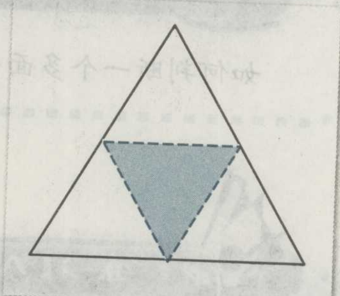


图 1-14

于是作一个等边三角形及其三条中位线，如图 1-14 所示. 沿图中的实线剪下这个三角形，再以虚线(中位线)为折痕就可折成符合题意的几何体.

例 2 已知正四棱锥 $V\text{-}ABCD$(图 1-15)，底面面积为 16，一条侧棱长为$2\sqrt{11}$，计算它的高和斜高.

解：设 VO 为正四棱锥 $V\text{-}ABCD$ 的高，作 $OM\perp BC$ 于点 M，则 M 为 BC 中点.

连接 OM，OB，则 $VO\perp OM$，$VO\perp OB$.

因为底面正方形 $ABCD$ 的面积为 16，所以

$$BC=4，BM=OM=2，$$

$$OB=\sqrt{BM^2+OM^2}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}.$$

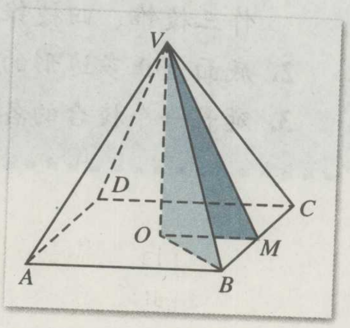


图 1-15

又因为 $VB=2\sqrt{11}$，在 Rt△VOB 中，由勾股定理得

$$VO=\sqrt{VB^2-OB^2}=\sqrt{(2\sqrt{11})^2-(2\sqrt{2})^2}=6.$$

在 Rt△VOM（或 Rt△VBM）中，由勾股定理得

$$VM=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}\ (\text{或 } VM=\sqrt{(2\sqrt{11})^2-2^2}=2\sqrt{10}).$$

即正四棱锥的高为 6，斜高为 $2\sqrt{10}$.

棱台

如图 1-16 所示，棱锥被平行于底面的平面所截，截面和底面间的部分叫做**棱台**．原棱锥的底面和截面分别叫做**棱台的下底面、上底面**；其他各面叫做**棱台的侧面**；相邻两侧面的公共边叫做**棱台的侧棱**；两底面间的距离叫做**棱台的高**.

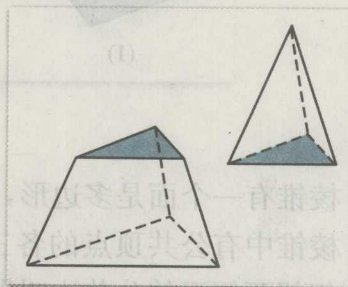


图 1-16

由正棱锥截得的棱台叫做**正棱台**.

正棱台各侧面都是全等的等腰梯形，这些等腰梯形的高叫做**棱台的斜高**.

棱台可用表示上下底面的字母来命名．如图 1-17 中的棱台，记作棱台 $ABCD$-$A'B'C'D'$，或记作棱台 AC'．棱台的下底面为 $ABCD$、上底面为 $A'B'C'D'$、高为 OO'.

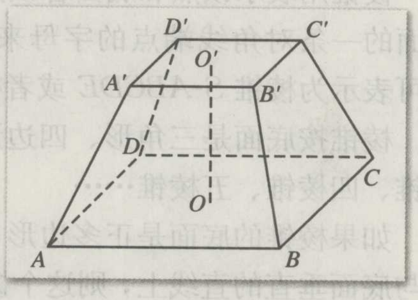


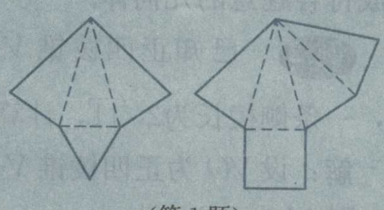
图 1-17

思考与讨论

如何判断一个多面体是棱台？

练习A

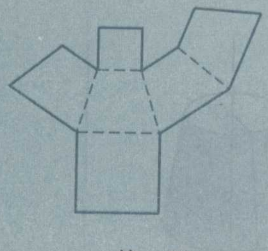
1. 把图中所给的平面图形按适当的比例放大，分别制作三棱锥、四棱锥.
2. 底面是正多边形的棱锥一定是正棱锥吗？
3. 延长一个棱台的各条侧棱，它们是否相交于一点？



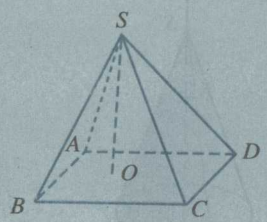
（第 1 题）

练习B

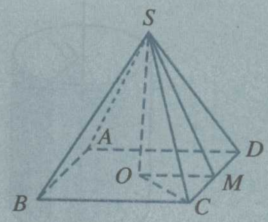
1. 按照图中所给的平面图形制作几何体模型.



（第1题）



（第2题）



（第3题）

2. 已知四棱锥 $S\text{-}ABCD$，SO 是这个四棱锥的高，以点 S，O 以及 A，B，C，D 中任意一点为顶点的三角形是否都是直角三角形？
3. 如图，在正四棱锥 $S\text{-}ABCD$ 中，SO 是这个四棱锥的高，SM 是斜高，且 $SO=8$，$SM=11$：
   （1）求侧棱长；
   （2）求一个侧面的面积；
   （3）求底面的面积.
4. 设正三棱台的上底面和下底面的边长分别为 2 cm 和 5 cm，侧棱长为 5 cm，求这个棱台的高.

1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球

1. 圆柱、圆锥、圆台

观察图 1-18 中的几何体，你可能会判定它们分别是圆柱、圆锥、圆台. 为什么你会判定它们分别是圆柱、圆锥、圆台呢？

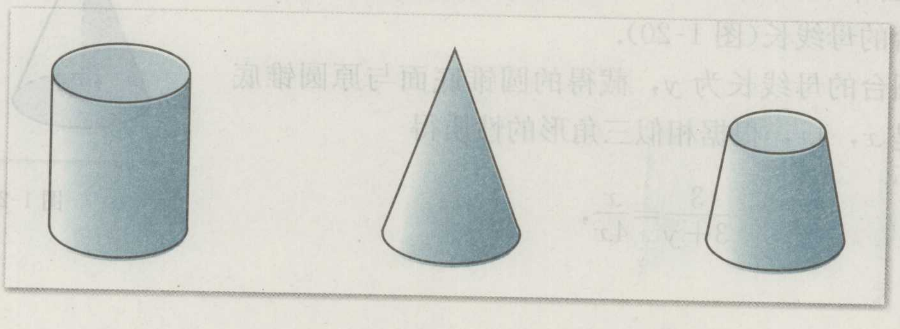


图 1-18

请你通过自己思考或与同学讨论，回答下面的问题：

圆柱、圆锥、圆台分别具有哪些性质？哪些性质可以分别作为圆柱、圆锥和圆台集合

的特征性质？

通过观察可以看出，圆柱、圆锥和圆台可以分别看作以矩形的一边、直角三角形的一直角边、直角梯形中垂直于底边的腰所在的直线为旋转轴，将矩形、直角三角形、直角梯形分别旋转一周而形成的曲面所围成的几何体(图 1-19).

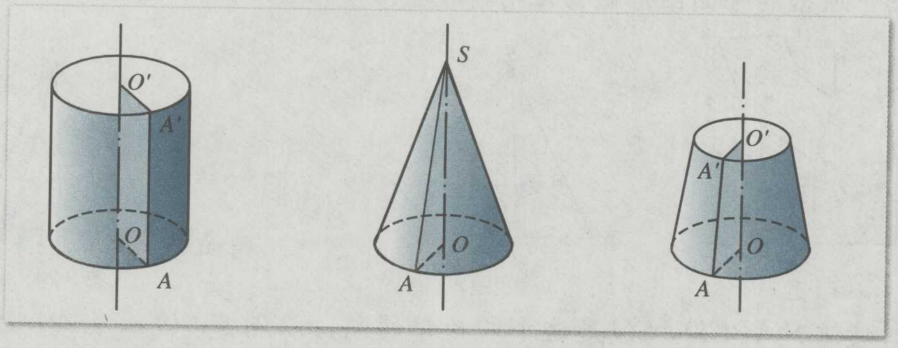


图 1-19

其中，旋转轴叫做所围成的几何体的**轴**；在轴上的这条边(或它的长度）叫做这个几何体的**高**；垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做这个几何体的**底面**；不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做这个几何体的**侧面**，无论旋转到什么位置，这条边都叫做**侧面的母线**．如图 1-19 中，直线 $O'O$，SO 是轴，线段 $O'O$，SO 是高，$A'A$，SA 是母线.

探索与研究

对圆柱、圆锥、圆台：

(1) 平行于底面的截面是什么样的图形？

(2) 过轴的截面(简称轴截面)分别是什么样的图形？

(3) 研究圆柱、圆台和圆锥之间的关系.

例 1 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得圆台上下底面半径的比是1∶4，截去的圆锥的母线长是 3 cm，求圆台的母线长(图 1-20).

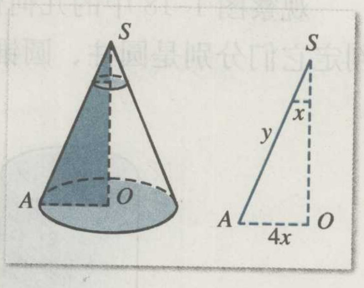


图 1-20

解：设圆台的母线长为 y，截得的圆锥底面与原圆锥底面半径分别是 x，$4x$，根据相似三角形的性质得

$$\frac{3}{3+y}=\frac{x}{4x},$$

解此方程得

$$y=9.$$

因此，圆台的母线长为 9 cm.