



HOISTING

土木工程吊装

孔 伟 甘凤林 著



中国电力出版社

www.cepp.com.cn

CIVIL ENGINEERING

HOISTING

土木工程吊装

孔 伟 甘凤林 著
王 珊 主 审



中国电力出版社

www.cepp.com.cn

内 容 提 要

本书立足于土木工程（建筑工程、输电工程）的细长构件（如钢筋混凝土长柱、长桩、长梁，细长钢柱，大型锅炉水冷壁，输电杆塔等）吊装施工的实际工程需要，着重阐述吊绳滑轮系统的特性，建立钢筋混凝土长柱吊装、杆塔整体吊装的数学模型，提供确定最优吊点的计算方法。

全书共分十二章，主要内容包括吊绳滑轮系统、钢筋混凝土柱单机两点吊、钢筋混凝土柱双机三点吊、变截面钢筋混凝土柱双机三点吊、钢筋混凝土柱双机四点吊、杆塔整体单点吊、杆塔整体两点吊、杆塔整体三点吊、杆塔整体两点吊吊点优化、杆塔整体三点吊吊点优化、杆塔整体起吊抱杆参数优化探讨以及解非线性方程组的牛顿算法等。本书附有较多的工程算例，实用性强。

本书可作为高等院校土木工程（建筑工程、输电工程）专业教材，也可作为相关专业研究生教材，还可作为施工领域工程技术人员的参考用书。

图书在版编目（CIP）数据

土木工程吊装/孔伟，甘凤林著. —北京：中国电力出版社，2009

ISBN 978 - 7 - 5083 - 9009 - 3

I. 土… II. ①孔…②甘… III. 土木工程-结构吊装
IV. TU74

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 102209 号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>）

北京市同江印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2009 年 8 月第一版 2009 年 8 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 8.5 印张 204 千字

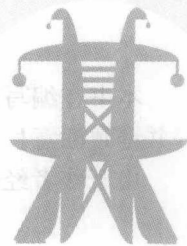
定价 21.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签，加热后中心图案消失

本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究



前言

在土木工程（建筑工程、输电工程等）的细长构件（如钢筋混凝土长柱、长桩、长梁，细长钢柱，大型锅炉水冷壁，输电杆塔等）吊装施工中，常遇到吊装方案设计中的难题。本书为解决这些难题提供了理论依据和设计计算方法。

课题组自 1990 年开始，历经 20 年的时间进行刻苦研究，终于取得了一定成果。1995 年课题组同吉林省送变电工程公司签订科研课题，即“杆塔整体起吊方案设计研究分析及软件开发”，1997 年通过吉林省电力局鉴定验收，同年分别获吉林省电力局、东北电业管理局科技进步三等奖。该课题 1999 年为学校青年基金项目，该课题组共发表相关论文 20 余篇。

该书初稿完成于 1999 年 6 月，在东北电力大学印刷厂出版，并作为东北电力大学土木工程专业、输电工程专业本科生选修课教材。2003 年 3 月在东北电力大学印刷厂再版，该书在东北电力大学土木工程专业、输电工程专业使用至今。该书还是东北电力大学结构工程专业选修课教材，给硕士研究生讲授多次。

课题组在工程吊装理论研究和解决工程实践问题时，得出了工程吊装中的一些力学性质，澄清了土木工程吊装中长期存在的力学问题和一些模糊错误的概念。例如：1993 年地震出版社出版的《建筑工程手册 第三卷 建筑工程施工卷》中，给出了细长构件的各种吊装方案，其中有的吊装方案中的吊点位置就不是最优吊点位置。2003 年中国建筑工业出版社出版的《建筑施工手册（第四版）》中，仅给出了最简单的钢筋混凝土柱单机单点吊和双机两点吊的吊装方案，而其他复杂的吊装方案却没有涉及。

通过课题组的研究，明晰了土木工程吊装中的某些吊装方案的危险状态是在水平位置，而有些吊装方案的危险状态却不是在水平位置，而是在旋转状态。这对土木工程吊装的方案设计具有重要指导意义。课题组的研究着重阐述了工程吊装中的一些力学性质和方案设计的基本概念，对土木工程吊装的各种吊装方案设计进行系统研究分析，建立了土木工程各种吊装方案的数学模型，解决了如何确定最优吊点个数和位置、如何确定索具受力极值、杆身弯矩极值等问题，探讨了土木工程吊装中的其他若干问题。填补了国内土木工程吊装领域的理论研究和实践应用的空白。

土木工程施工中采用吊绳滑轮系统吊装构件由来已久，是个古老的方法。在工程吊装施工中积累了丰富的实践经验。但在理论上却没有什么进展，仍停留在用现有力学理论直接认识它、解释它，忽视了吊绳滑轮系统这一特殊约束形式的特殊性。因此，如何普及推广土木工程吊装理论，更好解决工程吊装难题，需要做很多工作，还诚望得到广大同行的支持和帮助。

本书由孔伟和甘凤林编著，承东北电力大学陈祥都教授和同事的细心指导，并由北方工业大学王珊审阅，提出了不少宝贵意见，特此一并感谢！

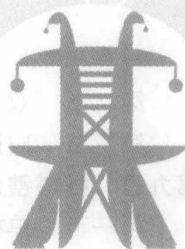
本书的研究成果和吉林省送变电工程公司的大力支持帮助分不开，特此致谢！

本书在编写出版过程中，得到东北电力大学和出版单位的多方面关怀和大力支持，在此一并谨致谢意！

由于作者经验不足、水平有限，书中难免有不妥之处，敬请广大同行和读者批评指正。

作 者

2009 年 7 月

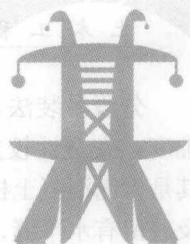


目 录

前言

第一章 绪论	1
第一节 概述.....	1
第二节 钢筋混凝土柱吊装.....	2
第三节 输电杆塔整体吊装.....	4
第二章 吊绳滑轮系统	8
第一节 吊绳滑轮系统的组成.....	8
第二节 吊绳滑轮系统的轨迹方程.....	9
第三节 吊绳滑轮系统的特性	11
第四节 吊绳滑轮系统的水平切点位置计算	12
第三章 钢筋混凝土柱单机两点吊	14
第一节 吊装方案的数学模型	14
第二节 求解最优吊点	15
第三节 应用实例	16
第四章 钢筋混凝土柱双机三点吊	18
第一节 吊装方案的数学模型	19
第二节 求解最优吊点	20
第三节 应用实例	23
第五章 变截面钢筋混凝土柱双机三点吊	25
第一节 吊装方案的数学模型	25
第二节 求解最优吊点	27
第三节 应用实例	30
第六章 钢筋混凝土柱双机四点吊	32
第一节 吊装方案的数学模型	32
第二节 求解最优吊点	34
第三节 应用实例	35
第七章 杆塔整体单点吊	38
第一节 单杆整体单点吊方案设计	38
第二节 双杆整体单点吊方案设计	43
第三节 应用实例	48
第八章 杆塔整体两点吊	54
第一节 单杆整体两点吊方案设计	54

第二节	双杆整体两点吊方案设计	61
第三节	应用实例	67
第九章	杆塔整体三点吊	74
第一节	单杆整体三点吊方案设计	74
第二节	双杆整体三点吊方案设计	83
第三节	应用实例	90
第十章	杆塔整体两点吊吊点优化	99
第一节	单杆整体两点吊最优吊点的计算	99
第二节	双杆整体两点吊最优吊点的计算	102
第三节	应用实例	102
第十一章	杆塔整体三点吊吊点优化	106
第一节	单杆整体三点吊最优吊点的计算	106
第二节	双杆整体三点吊最优吊点的计算	109
第三节	应用实例	109
第十二章	杆塔整体起吊抱杆参数优化探讨	114
第一节	抱杆参数优化的目标函数及约束条件	114
第二节	抱杆参数优化的方法	116
第三节	应用实例	118
附录	解非线性方程组的牛顿算法及程序	120
第一节	解非线性方程组的牛顿算法	120
第二节	解线性方程组的高斯消去法	123
第三节	解非线性方程组的实例计算	126
参考文献		128
结束语		129



第一章 绪 论

第一节 概 述

在土木工程的细长构件吊装施工中,常常采用吊车、卷扬机等吊装设备,借助吊绳、滑轮(或滑轮组)、抱杆等吊装工具用具,对细长混凝土构件、细长钢构件等进行整体吊装。我们将这一类的吊装统称为土木工程吊装。

土木工程施工中采用吊绳滑轮系统吊装构件由来已久,特别是借助倒落式抱杆整立细长的结构物,是个古老的方法。

土木工程吊装方法用途较广,如大型土木工程中的钢筋混凝土长柱、大型预制屋架、薄板、大跨度墙板、大跨度桥梁等;又如高大型设备中的一些设备件,像火电厂大型锅炉的细长钢柱、构架组合件、锅炉膜式水冷壁组合件、烟风管道以及送电工程的杆塔,石油化工厂的火炬塔等都采用这种吊装方法。实际上,虽然人们已采用了这种吊装方法,但可能受实践深度等因素的影响,理论上却没有什么进展,仍停留在用现有力学理论直接认识它、解释它,忽视了吊绳滑轮系统这一特殊约束形式的特殊性。

实质上,吊绳滑轮系统除了其运动轨迹自身有一系列数学力学特征与性质外,还会在被约束体中引出一系列的理论问题,因而在力学上显示出明显的独特性。但理论上的认识却远远滞后于应用,土木工程吊装中还长期存在着一些模糊错误的力学概念和没有认清的一些力学性质。例如:在1993年地震出版社出版的《建筑工程手册 第三卷 建筑工程施工卷》中,给出了细长构件的各种吊装方案,其中有的吊装方案中的吊点位置就不是最优吊点位置。在2003年中国建筑工业出版社出版的《建筑施工手册(第四版)》中,仅给出了最简单的钢筋混凝土柱单机单点吊和双机两点吊的吊装方案,而其他复杂的吊装方案却没有涉及。这些显然都是缺乏理论指导的缘故。

在这种状态下,土木工程吊装方法必然受到限制,不可能得到广泛深入的发展。对于细长比更小的构件或设备件,不得不采用分段法或加固法吊装。如某电厂10万千瓦机组锅炉房边柱,长50多米,断面尺寸只有 $600 \times 600 \text{mm}^2$,施工中分几段吊装。又如锅炉膜式水冷壁通常采用配制12~20t的大型空间桁架加固吊装,甚至还有采用分段高空对口焊接方法安装的。无疑,这些方法从施工工艺、施工进度、安全质量控制及经济效益上来说都是有缺点的。

土木工程吊装的实践性强,工程施工中用处较大,特别是大型工业建筑、大型土木工程及高大型设备安装施工中应用机会较多。长久以来,这一吊装技术受理论认识及吊车能力的限制,其应用范围和发展也受到了限制,一般只用于吊装短柱、平抬预制屋架和抱杆扳立杆塔。至于构件太长或线刚度较小的构件、设备件,通常采用分段法和加固法吊装,或采用添配加强钢筋的办法来克服吊装中的困难。

分段吊装法,如果分段多,就会增加高空作业量或高空交叉作业量。这不仅加大了施工难度,安全性较差,质量也较难控制,而且工效较低,拖长了吊装工期,影响总体进度。尤其是钢筋混凝土柱或结构分段多,不仅会影响结构的整体性,而且由于接头二次浇灌质量较差及残留有水平缝,水平抗剪能力显著削弱。因此,钢筋混凝土柱应尽可能不分段或少分段。

加固法或钢筋混凝土柱中添配加强筋,显然是不经济的,而且有施工工艺较复杂的缺点,如桁架加固法吊装电厂锅炉水冷壁吊装中要增加几道工序,又如钢筋混凝土异形件本来设计用筋已经不少了,再添配加强筋,常常造成绑扎、捣固上的困难。

课题组自1990年开始,历经20年的时间进行刻苦研究,终于取得了一定成果。1995年课题组同吉林省送变电工程公司签订科研课题,即“杆塔整体起吊方案设计研究分析及软件开发”,1997年通过吉林省电力局鉴定验收,同年分别获吉林省电力局、东北电业管理局科技进步三等奖。该课题1999年为学校青年基金项目,该课题组共发表相关论文22篇。

课题组在土木工程吊装理论研究和解决工程实践问题时,得出了工程吊装中的一些力学性质,澄清了土木工程吊装中长期存在的力学问题和一些模糊错误的概念。明晰了土木工程吊装中的某些吊装方案的危险状态是在水平位置,而有些吊装方案的危险状态却不是在水平位置,而是在旋转状态。这对土木工程吊装的方案设计具有重要指导意义。

通过课题组的研究,对土木工程吊装的各种吊装方案设计进行系统研究分析,解决了如何确定最优吊点个数和位置、如何确定索具受力极值、杆身弯矩极值等问题,填补了国内土木工程吊装领域的理论研究和实践应用的空白。

根据土木工程吊装的实际工程需要,着重阐述了工程吊装中的一些力学性质和方案设计的基本概念,建立了土木工程各种吊装方案的数学模型,提供了确定最优吊点的计算方法,探讨了土木工程吊装中的其他若干问题。

《土木工程吊装》的出版,使细长构件吊装尽可能不分段或少分段,进行整体吊装成为可能。而且随着大型吊车吨位、高度的增加及施工现场大型吊车配备数量的增加,使在地面拼装焊接成大型组合件,或在地面浇制成大型预制件也成为可能。因此,在工程建设中,《土木工程吊装》的出版将会在提高工效,缩短工期,改善安全,保证施工质量和提高经济效益等方面显示出一定的优越性,并为解决土木工程吊装中的困难问题奠定了理论基础。

第二节 钢筋混凝土柱吊装

钢筋混凝土柱吊装可以采用单台、两台或三台吊车进行作业,即采用单套、两套或三套吊绳滑轮系统进行吊装,吊装时力求吊绳滑轮系统的引导绳即吊钩绳垂直地面。即不断调节,尽力使吊绳滑轮系统的动点处在水平切点位置,也就是尽力使吊绳滑轮系统处于稳衡状态。当然,动点也可以调节到其他位置,但吊绳滑轮系统的引导绳即吊钩绳是倾斜的,这对约束体的受力状态有时是不利的。

进行吊绳滑轮系统力学计算的目的,主要是验算吊装中构件的强度,有时还要验算变形。由于构件或组合件可能是钢结构的,也可能是钢筋混凝土结构(构件)的,这就不可避免地要涉及这两种结构的基本知识,需要时读者可参考有关文献资料。

一、吊装方案设计的基本影响因素

吊装方案设计是为正确解决下述矛盾而确定的。从主观愿望与原则要求方面讲,应尽可能

能预制或组合拼装成整体或大型组合件整体吊装,因为这样做,在工程进度、安全、质量、经济和工艺等方面都是有益的。但是,又受施工总平面布置、现场吊车配备数量与起吊能力及现场施工技术人员的水平等条件的限制,构件或设备件分段吊装往往是不可避免的,只不过在一定条件下分段尽可能少些罢了。

因此,是否经济是吊装方案设计的重要原则之一。评价吊装方案的好坏,一般来讲要看是否经济,是否安全并有利于工程进度。但最基本的一条,看是否充分利用了现场的有利条件。

二、吊装方案设计的主要内容

(1) 吊绳滑轮系统的初步选择。一般可采用单机单点吊、单机两点吊、单机三点吊、双机三点吊、双机四点吊。随着经验的积累和理论认识的提高,亦可发展到采用双机(或三机)五点吊、双机(或三机)六点吊。

(2) 确定最优吊点个数和位置。以水平状态(或旋转全方位)的柱身各主要危险断面最大正负弯矩绝对值相等为控制条件确定最优吊点个数和位置。

(3) 约束体系的危险位置的确定。计算柱身各危险断面的弯矩极值和相应的旋转角度。

(4) 确定索具受力极值和相应的旋转角度。索具包括:引导绳、吊绳、滑轮、卡具等。

(5) 计算引导绳、吊绳长度。

三、吊装方案的适用范围

钢筋混凝土柱吊装方案用途较广,不仅适用于钢筋混凝土长柱、钢筋混凝土预制桩,还适用于钢筋混凝土预制屋架、薄板、大跨度墙板、大跨度桥梁等;火电厂大型锅炉的细长钢柱、构架组合件、锅炉膜式水冷壁组合件、烟风管道等;石油化工厂的火炬塔等。

在土木工程的细长构件吊装施工中,吊装方案包括:

(1) 单机单点吊、双机两点吊。吊装方案示意图如图 1-1、图 1-2 所示。

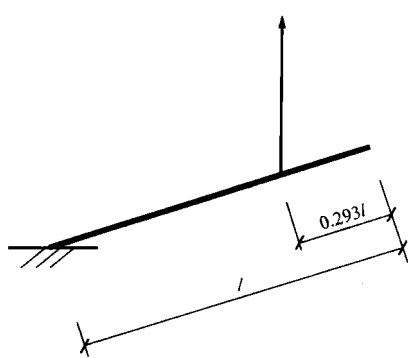


图 1-1 单机两点吊简图

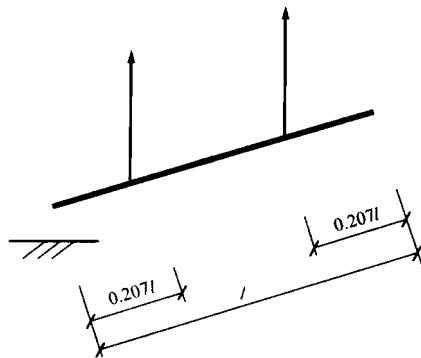


图 1-2 双机两点吊简图

在 2003 年中国建筑工业出版社出版的《建筑施工手册(第四版)》中,仅给出单机单点吊的吊点位置和双机两点吊的吊点位置,如图 1-1 和图 1-2 所示。其吊点设计原则是:以水平状态为研究对象,使柱身各危险断面的最大正负弯矩绝对值相等。

(2) 单机两点吊、单机三点吊。吊装方案示意图如图 1-3、图 1-4 所示。

(3) 双机三点吊、双机四点吊。吊装方案示意图如图 1-5、图 1-6 所示。

(4) 三机五点吊、三机六点吊。吊装方案示意图如图 1-7、图 1-8 所示。

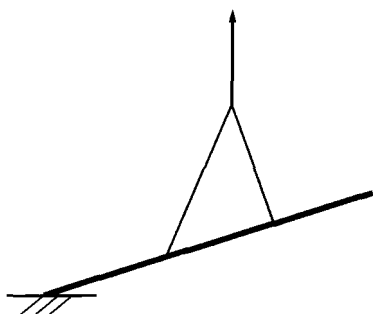


图 1-3 单机两点吊简图

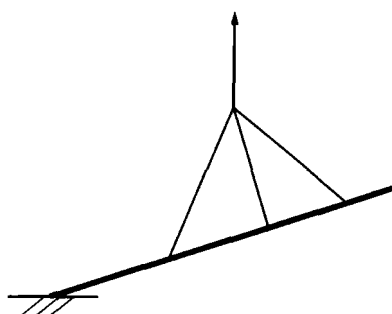


图 1-4 单机三点吊简图

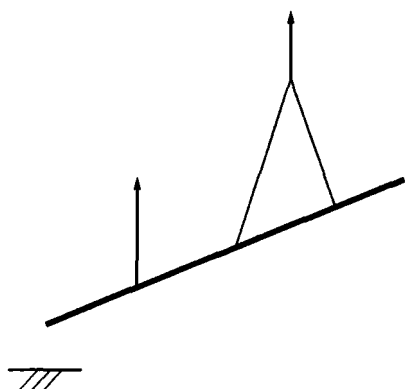


图 1-5 双机三点吊示意图

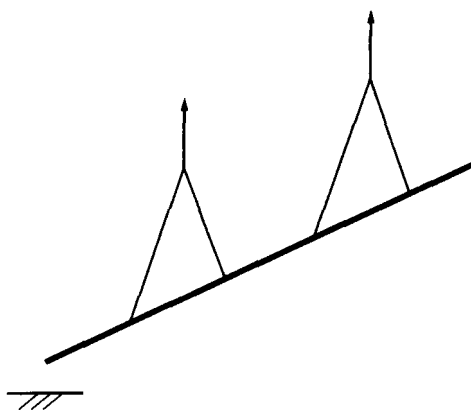


图 1-6 双机四点吊示意图

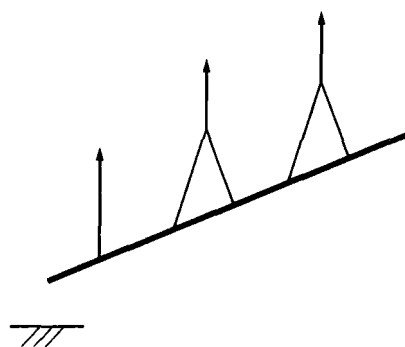


图 1-7 三机五点吊示意图

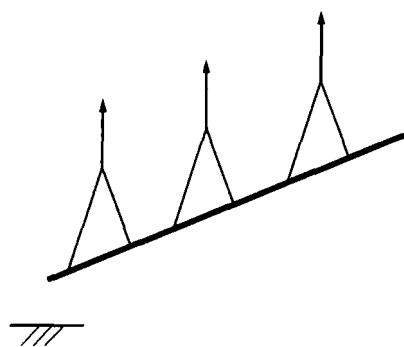


图 1-8 三机六点吊示意图

第三节 输电杆塔整体吊装

高压架空输电线路通常由基础、杆塔、绝缘子、金具、导线、地线和接地装置等部分组成。杆塔就是高压架空输电线路中，架设导线、地线的钢筋混凝土杆和铁塔的统称。杆塔的作用是支持导线、地线，并使导线对地面（或对水面等）及各导线之间保持一定的距离。杆塔施工是输电线路建设中的一重要工作内容。

目前,杆塔施工的方法很多,主要有两大类:第一类,抱杆整立杆塔法,即杆塔整体吊装;第二类,分解组立铁塔法,在每一类的施工方法中还包括多种施工方法。

用倒落式抱杆整立细长的结构物,是个古老的方法,它被广泛应用到烟囱、框架、柱、井架、瞭望台、灯塔、无线电塔和特别高的金属结构的架设中。

借助倒落式抱杆整立输电线路的杆塔,是目前杆塔施工中的主要方法之一,是一项工艺成熟的施工方法。杆塔整体吊装的施工计算是杆塔施工方案设计的一项重要内容,多年来在工程实践基础上总结出图解法和数解法两种方法。近十年来,针对杆塔整体吊装的施工计算,一些施工单位也编制了微机软件,应用微机分析索具受力,提高了计算精度和效率。

一、杆塔整体吊装的主要内容

(1) 抱杆初始参数优化。即抱杆有效高度,抱杆坐落点位置,抱杆初始倾角,牵引钢绳转向滑车至杆塔根部距离。

(2) 确定最优吊点个数和位置。以水平状态(或旋转全方位)的杆塔身各主要危险断面最大正负弯矩绝对值相等为控制条件确定最优吊点个数和位置。

(3) 计算杆塔身各危险断面的弯矩极值和相应的杆塔旋转角度。

(4) 确定索具受力极值和相应的杆塔旋转角度。四项索具包括:抱杆、总牵引钢绳、固定钢绳(索吊钢绳)、制动钢绳等。

(5) 确定抱杆失效角。

(6) 计算固定钢绳长度、总牵引钢绳初始长度、总牵引钢绳结束长度。

二、杆塔整体吊装的适用范围

杆塔整体吊装方案设计是针对国内广泛应用的借助倒落式抱杆整立杆塔施工方法进行研究的,它的适用范围包括:

(1) 各种类型、各种高度和重量的钢筋混凝土电杆和铁塔。

(2) 倒落式人字抱杆和倒落式单根抱杆整立铁塔的方法。抱杆坐落点必须在杆塔根支点的前方,即杆头方向。

(3) 杆塔(单杆)的单点吊、两点吊、三点吊的整体吊装方案设计。吊装方案示意图如图1-9~图1-11所示。

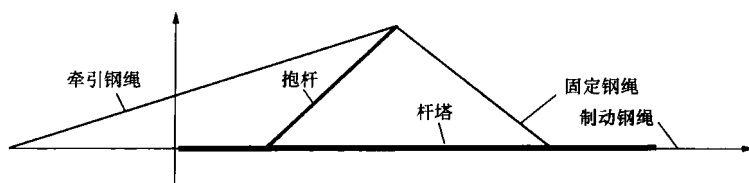


图 1-9 杆塔(单杆)单点吊示意图

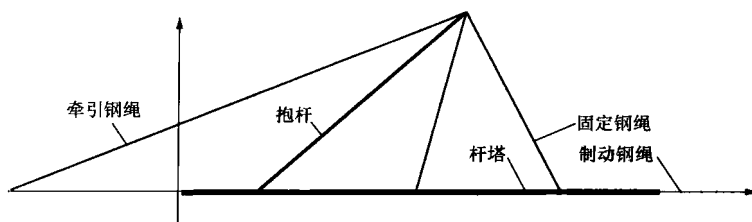


图 1-10 杆塔(单杆)两点吊示意图

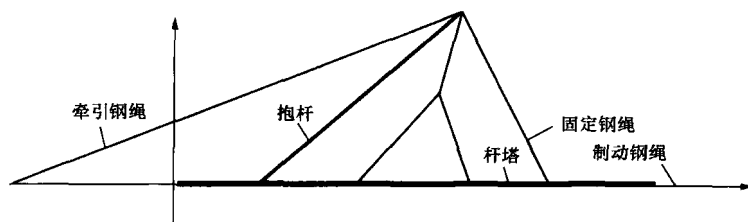


图 1-11 杆塔（单杆）三点吊示意图

(4) 杆塔（双杆）的单点吊、两点吊、三点吊的整体吊装方案设计。吊装方案示意图如图 1-12~图 1-14 所示。

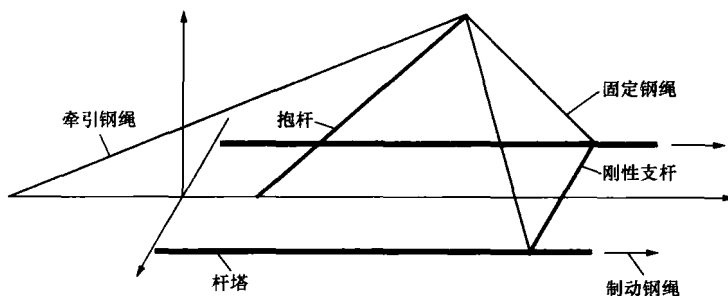


图 1-12 杆塔（双杆）单点吊示意图

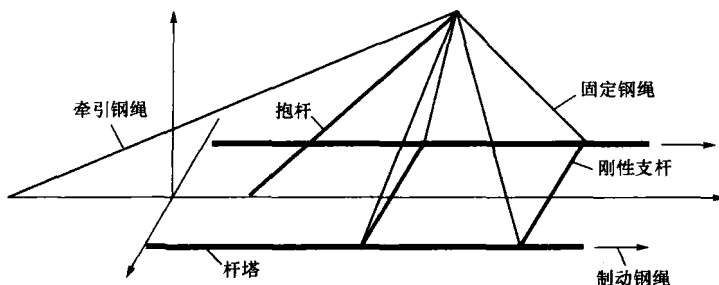


图 1-13 杆塔（双杆）两点吊示意图

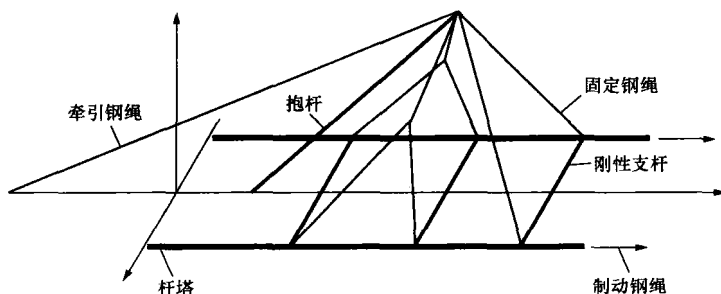


图 1-14 杆塔（双杆）三点吊示意图

(5) 对于混凝土杆和铁塔，也可根据其节点的实际情况，由技术人员给定吊点个数和吊点位置进行方案设计。

三、杆塔整体吊装的已知条件

在杆塔整体吊装方案设计中杆塔本身的已知条件及符号意义：

Q_1 ——杆根单位荷载（集度荷载），沿杆身轴线按直线规律分布；

Q_2 ——杆顶单位荷载（集度荷载），沿杆身轴线按直线规律分布；

P ——杆顶集中荷载（横担、地线支架、绝缘子、金具、拉线等，按集中荷载处理）；

L_0 ——杆顶集中荷载至杆根距离；

L ——杆塔长度；

S ——双杆根开；

$[M]$ ——杆身容许设计弯矩（或容许抗裂弯矩）；

H ——抱杆有效高度（若为人字型抱杆，则为等腰三角形的高）；

a ——抱杆座落点至杆根距离；

α ——抱杆初始倾角；

d ——牵引钢绳转向滑车至杆根距离。

杆塔总重为

$$G_0 = P + \frac{1}{2}(Q_1 + Q_2)L$$

杆塔重心（至杆根距离）为

$$H_0 = \frac{PL_1 + \frac{1}{6}Q_1L^2 + \frac{1}{3}Q_2L^2}{G_0}$$

四、杆塔整体吊装的数据模型

各种类型杆塔的方案设计输入数据模型见图 1-15、图 1-16。

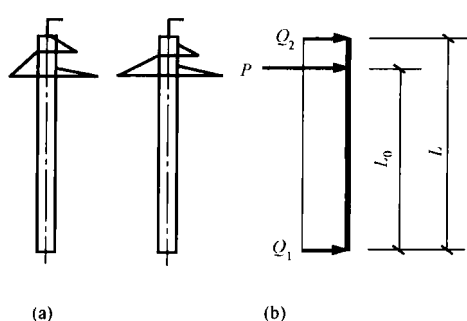


图 1-15 杆塔（单杆）方案设计模型

(a) 杆塔（单杆）；(b) 输入数据模型

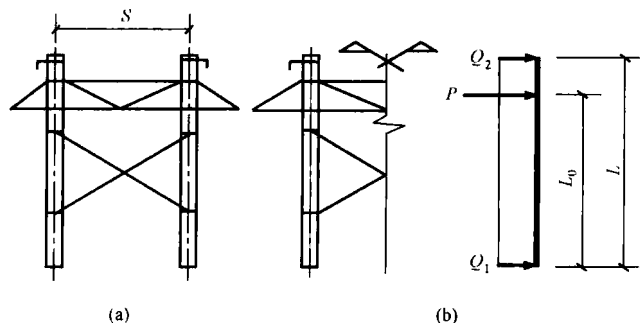


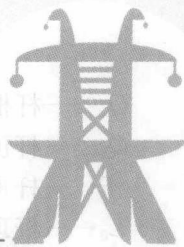
图 1-16 杆塔（双杆）方案设计模型

(a) 杆塔（双杆）；(b) 输入数据模型

五、地面旋转法

坐标系和杆身轴线位置固定，假定杆身和坐标系不动，地面（牵引钢绳转向滑车、杆塔根部和抱杆座落点的连线表示地面）绕坐标原点（杆塔根部）旋转，用这种方法描述分析杆身的运动，工程上习惯称地旋法。其优点是计算工作量小，在确定吊点反力和杆身的内力计算都比较简单。缺点是与我们的直觉经验相反，用起来不习惯。在杆塔整体吊装方案设计中，采用地面旋转法进行研究分析。

另一种方法是坐标系固定在地面上，杆身绕坐标原点旋转。其优点是比较直观，缺点是在处理某些细节时，相对要麻烦一些。



第二章 吊绳滑轮系统

在工程吊装理论研究和进行工程吊装方案设计时，经常涉及如何选择吊绳滑轮系统，如何确定最优吊点个数和位置，如何判断约束体系的危险位置，如何求解吊绳滑轮系统约束的构件内力极值等。首先最重要的就要搞清楚吊绳滑轮系统的某些特性，必须澄清土木工程吊装中长期存在的力学问题和一些模糊错误的概念，这对土木工程吊装的方案设计具有重要指导意义。例如：在 1993 年地震出版社出版的《建筑工程手册 第三卷 建筑工程施工卷》中，给出了细长构件的各种吊装方案，其中有的吊装方案中的吊点位置就不是最优吊点位置。

第一节 吊绳滑轮系统的组成

一、简单吊绳滑轮系统

简单吊绳滑轮系统定义：不论定滑轮有多少，定滑轮位置如何不同，只有一个动滑轮，通过吊绳在动滑轮和定滑轮之间按一定要求、一定顺序进行缠绕，这样的吊绳滑轮系统称为简单吊绳滑轮系统。

图 2-1 是常用的简单吊绳滑轮系统示意图， M 代表动滑轮（或动滑轮组）， A 、 B 代表定滑轮（或定滑轮组，通常被称为吊点），被固定在被吊构件上， L 代表吊绳（通称钢丝绳）。吊绳滑轮系统是由吊绳、动滑轮与定滑轮组成的。吊绳在动滑轮组与定滑轮之间按一定要求、一定顺序缠绕。顺序按图中的箭头指向与编号进行缠绕，即顺序为 ①→②→③→④，吊绳两端均固定在动滑轮组上。

图 2-2 是图 2-1 简单吊绳滑轮系统的简图。 M 点代表动滑轮，也代表该吊绳滑轮系统， M 点就是吊绳滑轮系统的动点， A 、 B 代表吊点， L 代表吊绳长， $L = \text{绳长 } MA + \text{绳长 } MB$ ， m_1 代表吊绳在动滑轮 M 与定滑轮 A 之间的吊绳的程数，这里 $m_1 = 2$ ， m_2 代表吊绳在动滑轮 M 与定滑轮 B 之间的吊绳的程数，这里 $m_2 = 2$ 。不同的吊绳滑轮系统 m_1 、 m_2 所代表的程数不同，应根据具体的吊绳滑轮系统而定。我们还可以把该吊绳滑轮系统叫做 M 吊绳滑轮系统，简称 M 系统。

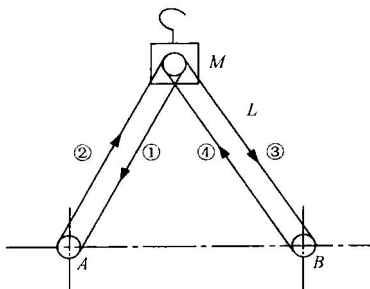


图 2-1 简单吊绳滑轮系统示意图

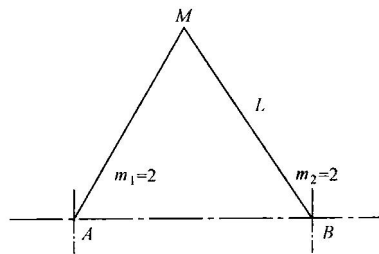


图 2-2 简单吊绳滑轮系统简图

图 2-3 也是常用的简单吊绳滑轮系统示意图, 图 2-4 是图 2-3 简单吊绳滑轮系统的简图。其组成及缠绕顺序从略。

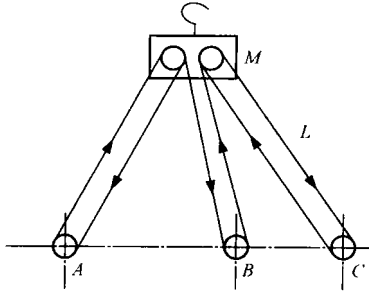


图 2-3 简单吊绳滑轮系统示意图

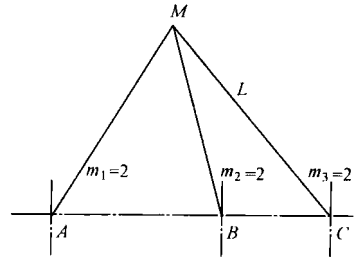


图 2-4 简单吊绳滑轮系统简图

在图 2-1 和图 2-3 中, 其共性是动滑轮 (或动滑轮组) 仅有一个, 我们把这类的吊绳滑轮系统称作简单吊绳滑轮系统。而把动滑轮 (或动滑轮组) 有两个及两个以上的, 称作复合吊绳滑轮系统。

二、复合吊绳滑轮系统

图 2-5 是复合吊绳滑轮系统示意图, M_1 、 M_2 分别代表动滑轮 (或动滑轮组), A、B、C 代表定滑轮 (或定滑轮组, 通常被称为吊点), 被固定在被吊构件上, L_1 、 L_2 分别代表吊绳 (通称钢丝绳)。该吊绳滑轮系统是由两个简单吊绳滑轮系统组成的, 即由 M_1 吊绳滑轮系统和 M_2 吊绳滑轮系统组成的。 M_1 吊绳滑轮系统叫 M_1 主系统, M_2 吊绳滑轮系统叫 M_2 子系统。动点 M_1 叫主动点, 动点 M_2 叫子动点。

图 2-6 是图 2-5 复合吊绳滑轮系统的简图。 M_1 点代表主动滑轮, M_2 点代表子动滑轮, 也分别代表该吊绳滑轮系统, A、B、C 代表吊点, L_1 、 L_2 代表吊绳长, $L_1 = \text{绳长 } M_1A + \text{绳长 } M_1M_2$, $L_2 = \text{绳长 } M_2B + \text{绳长 } M_2C$, m_{11} 、 m_{12} 代表 M_1 吊绳滑轮系统的吊绳程数, m_{21} 、 m_{22} 代表 M_2 吊绳滑轮系统的吊绳程数。

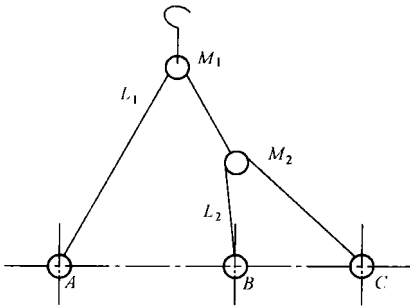


图 2-5 复合吊绳滑轮系统示意图

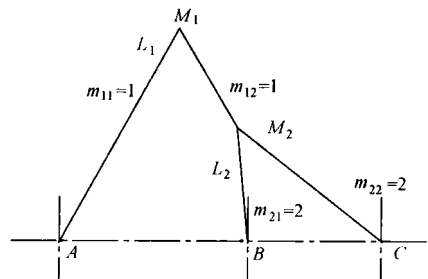


图 2-6 复合吊绳滑轮系统简图

复合吊绳滑轮系统定义: 不论定滑轮有多少, 定滑轮位置如何不同, 动滑轮有两个及两个以上的, 通过吊绳在动滑轮和定滑轮之间按一定要求、一定顺序进行缠绕, 这样的吊绳滑轮系统称为复合吊绳滑轮系统。

第二节 吊绳滑轮系统的轨迹方程

我们先来研究简单吊绳滑轮系统动点 M 的轨迹方程。

简单吊绳滑轮系统的组成特点是：动点有一个，定滑轮有多个，一根吊绳且长度不变。因此，根据简单吊绳滑轮系统的定义中绳长不变的条件所写出的方程就是简单吊绳滑轮系统动点 M 的轨迹方程。

我们力争找出动点 M 轨迹方程的显函数表达形式，从而便于计算。简单吊绳滑轮系统两定点问题通过适当选择极点可以用极坐标表达成显函数形式，简单吊绳滑轮系统三定点以上的问题只能写成隐函数形式，定点越多，方程的次数越高。

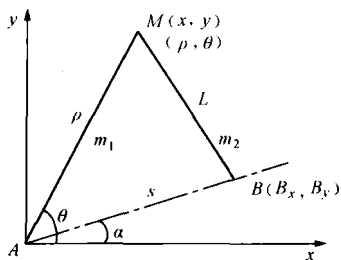


图 2-7 两定点简单吊绳滑轮系统

一、两定点的轨迹方程

图 2-7 为两定点简单吊绳滑轮系统图。两定点间距离为 s ，吊绳程数为 m_1 、 m_2 ，吊绳长为 L ，如图 2-7 所示，建立坐标系

$$x = \rho \cos \theta, y = \rho \sin \theta, B_x = s \cos \alpha, B_y = s \sin \alpha$$

根据动吊绳滑轮系统的轨迹方程定义有

$$m_1 \rho + m_2 \sqrt{(\rho \cos \theta - s \cos \alpha)^2 + (\rho \sin \theta - s \sin \alpha)^2} = L$$

整理得

$$(m_1^2 - m_2^2) \rho^2 + 2[m_2^2 s \cos(\theta - \alpha) - m_1 L] \rho + L^2 - m_2^2 s^2 = 0$$

$$\rho = \frac{m_1 L - m_2^2 s \cos(\theta - \alpha) \pm \sqrt{[m_1 L - m_2^2 s \cos(\theta - \alpha)]^2 - (m_1^2 - m_2^2)(L^2 - m_2^2 s^2)}}{m_1^2 - m_2^2} \quad (2-1)$$

式 (2-1) 就是两定点简单吊绳滑轮系统的极坐标方程。

当 $m_1 = m_2 = 1$ 时，吊绳滑轮系统的极坐标方程为

$$\rho = \frac{L^2 - s^2}{2[L - s \cos(\theta - \alpha)]} \quad (2-2)$$

当 $m_1 = m_2 = 1$ 时，吊绳滑轮系统的直角坐标方程为

$$F(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(x - s \cos \alpha)^2 + (y - s \sin \alpha)^2} - L = 0 \quad (2-3)$$

显然，用直角坐标系不能写出显函数形式的动点 M 的轨迹方程。

二、三定点的轨迹方程

图 2-8 为三定点简单吊绳滑轮系统图。定点间距离分别为 s_1 、 s_2 ，吊绳程数分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 ，吊绳长为 L ，如图 2-8 所示，建立直角坐标系。

定点 B 坐标 $B_x = s_1 \cos \alpha$

$$B_y = s_1 \sin \alpha$$

定点 C 坐标 $C_x = (s_1 + s_2) \cos \alpha$

$$C_y = (s_1 + s_2) \sin \alpha$$

吊绳滑轮系统的轨迹方程为

$$F(x, y) = m_1 \sqrt{x^2 + y^2} + m_2 \sqrt{(x - B_x)^2 + (y - B_y)^2} + m_3 \sqrt{(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2} - L = 0 \quad (2-4)$$

显然，用直角坐标系和极坐标系均不能写出显函数形式的吊绳滑轮系统的轨迹方程。

对于复合吊绳滑轮系统的动点轨迹方程，分别以主系统、各子系统为研究对象，同理，

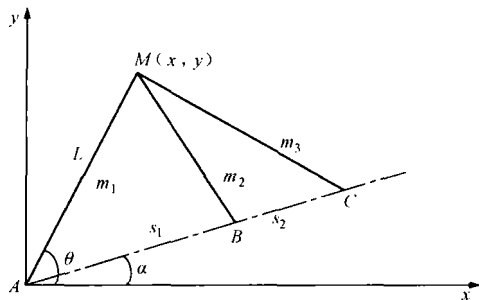


图 2-8 三定点简单吊绳滑轮系统