

御制數理精蘊

第三
函
十冊

御製數理精蘊下編卷二十五

體部三

各體形總論

直線體

各帶狀感

附三

時效取淋瀝不離各二十

各體形總論

體之爲形成於面。面之相合爲厚角。故凡體形皆自厚角所合而生。面之所合不能成厚角。則體亦不能成形。惟渾圓則無角。然求積之法。亦合衆尖體而成渾圓。是雖無角而實賴於角也。方體有正方斜方尖方方環陽馬塹堵之異。圓體則有渾圓長圓尖圓之殊。至於各等面體。惟成於三角四角五角之面。而兼盡乎方圓之理。函於圓者。其角切於球之外面。函圓者。球之外面切於各面之中心。而各體又有互相容

之妙。因其各面皆等。故其中心至每邊之線皆同。就其各形而分視之。則成各等邊面形。因其各形而細剖之。則成各同底尖體形。然求積總以勾股爲準則。蓋體成於面。面生於線。理固然也。有積求邊。則必以方圓爲比例。是以邊線等者。體積不等。如圓球徑與各等面體之一邊。俱設爲一〇〇〇。則正方體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。圓球體積爲五二三五九八七七五。四面體積爲一一七八五一一二九。八面體積爲四七一四〇四五二一。十二面體積爲七六

六三一八九。三二十面體積爲二一八一六九。
四九六九。此各形之體積皆以方積比例者也。或以
圓球體積設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇。則圓球徑
得一二四〇小餘七〇〇九八。如圓球徑與各等面
體之一邊俱設爲一二四〇小餘七〇〇九八。則圓
球體積爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇。正方體積爲一
九〇九八五九三一七。四面體積爲二二五〇七九
〇七七。八面體積爲九〇〇三一六三一七。十二面
體積爲一四六三五四七九〇五。二十面體積爲

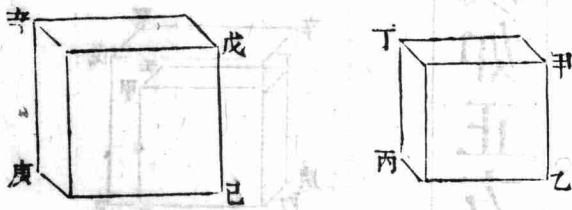
四一六六七三。四六三。此各形之體積皆以球積
比例者也。蓋因各形之邊線相等。體積不同。故皆定
爲體與體之比例也。體積等者。邊線不等。如圓球體
積與各等面體積。俱設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。
〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。則正方體之
每邊爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。而圓球徑爲一二四
〇七〇〇九八四。四面體之每邊爲二〇三九六四八
九〇。八面體之每邊爲一二八四八九八二九。十二
面體之每邊爲五〇七二二二〇七。二十面體之每

邊爲七七一〇二五三四此各形之邊線皆以方邊
比例者也。或以圓球徑設爲一〇〇〇〇〇〇〇〇
則圓球體積爲五二三五九八七七五五九八二九
八八七三〇七一九二三。如圓球體積與各等面體
積俱設爲五二三五九八七七五五九八二九八八
七三〇七一九二三。則圓球徑爲一〇〇〇〇〇〇〇
〇〇。正方體之每邊爲八〇五九九五九七。四面體
之每邊爲一六四三九四八八一。八面體之每邊爲
一〇三五六二二八五。十二面體之每邊爲四〇八

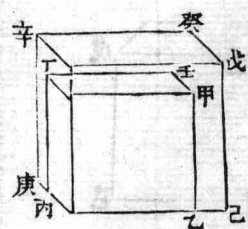
八一八九五。二十面體之每邊爲六二一四四三三
二。此各形之邊線。皆以球徑比例者也。蓋因各形之
體積相等。邊線不同。故皆定爲線與線之比例也。要
之。邊求積者。亦皆本於勾股。而積求邊者。一皆歸之
正方。此方所以爲立法之原。入算之本也。

直線體

設如正方體每邊二尺。今將其積倍之。問得方邊幾何。

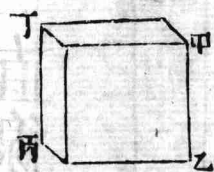


法以每邊二尺自乘再乘得八尺。倍之得一十六尺。開立方得二尺五寸一分有餘。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。倍之得一十六尺。卽如戊己庚辛正方體積。每邊得二尺五寸一分有餘。試於戊己

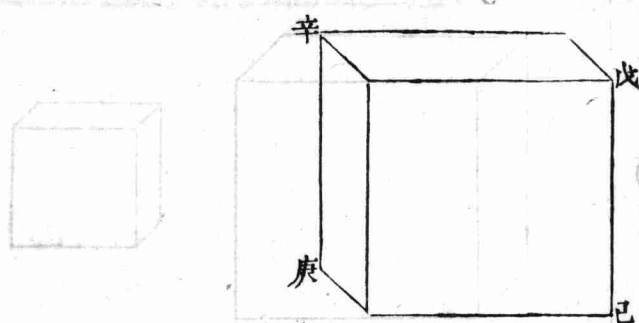


庚辛正方體形內。作甲乙丙丁正方體形。則其外之戊己乙甲壬丁丙庚辛癸磬折體形。卽與甲乙丙丁正方體積相等也。

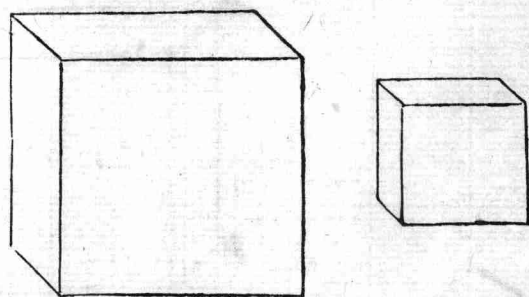
設如正方體每邊二尺。今將其積八倍之。問得方邊幾何。



法以每邊二尺倍之得四尺。卽所求之方邊數也。如圖甲乙丙丁正方體。每邊二尺。其體積八尺。八倍之得六十四尺。



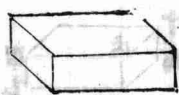
卽如戊己庚辛正方體積。其每邊得甲
乙丙丁正方形每邊之二倍。是故不用
八倍其積開立方。止以每邊二尺倍之
而卽得也。此法蓋因兩體積之比例。比
之兩界之比例。爲連比例隔二位相加
之比例。見幾何原本
十卷第四節故戊己庚辛正方
體積六十四尺。與甲乙丙丁正方體積
之八尺相比。爲八分之一。而戊己庚辛
正方邊之四尺。與甲乙丙丁正方邊之



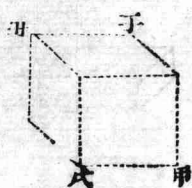
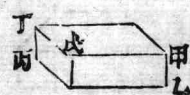
二尺之比爲二分之一。夫六十四與三十二。三十二與十六。十六與八。八與四。四與二。皆爲二分之一之連比例。而六十四與八之比。其間隔三十二與十六之兩位。故爲連比例隔二位相加之比例也。

設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。

法以長一尺二寸。自乘再乘得一尺七



百二十八寸。倍之得三尺四百五十六寸。開立方得一尺五寸一分一釐有餘。卽所求之長。旣得長。乃以原長一尺二寸爲一率。原闊八寸爲二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率。求得四率一尺零七釐有餘。卽所求之闊也。又以原長一尺二寸爲一率。原高四寸爲二率。今所得之長一尺五寸一分一釐有餘爲三率。求得四率五寸零三



釐有餘。卽所求之高也。或以闊八寸自
乘再乘倍之開立方。亦得一尺零七釐
有餘。爲所求之闊。以高四寸自乘再乘
倍之開立方。亦得五寸零三釐有餘。爲
所求之高也。如圖甲乙丙丁長方體。甲
乙高四寸。丁戊闊八寸。甲戊長一尺二
寸。將其積倍之。卽如己庚辛壬長方體。
此兩長方體積之比例。卽同於其相當
二界各作兩正方體積之比例。見幾何原本十

卷第
五節。故依甲乙丙丁長方體之甲戊長

界。作甲戊丑子正方體。將其積倍之。卽

如己庚辛壬長方體之己癸長界所作

之己癸卯寅正方體。故開立方得己癸

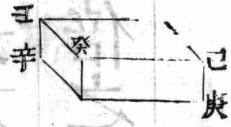
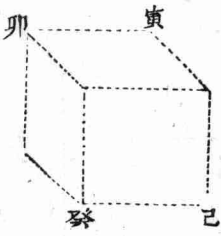
爲所求之長也。旣得己癸之長。則以甲

戊與丁戊之比。卽同於己癸與壬癸之

比。得壬癸爲所求之闊。又甲戊與甲乙

之比。同於己癸與己庚之比。得己庚爲

所求之高也。若以原闊自乘再乘倍之



開立方亦得一尺零七釐有餘。爲今所求之闊。原高自乘再乘倍之開立方亦得五寸零三釐有餘。爲今所求之高。皆如其相當二界各作正方體互相爲比之理也。

設如長方體長一尺二寸。闊八寸。高四寸。今將其積八倍之。仍與原形爲同式形。問得長闊高各幾何。法以長一尺二寸倍之得二尺四寸。卽所求之長。又以原闊八寸倍之得一尺