管理科学丛书

运筹学

原理与实践

习题集解

D. T. 菲利浦斯等 著
运筹学教研室 译

上海交通大学机电分校
管理工程系

运 筹 学

原 理 与 实 践

习题集解

D. T. 菲 利 浦 斯 等　著
运 筹 学 教 研 室　译

上 海 交 通 大 学 机 电 分 校
管 理 工 程 系

·管理科学丛书·
运筹学：原理与实践
（习题集解）
菲利浦斯等 著
运筹学教研室 译

上海交通大学印刷厂 印刷
上海交大机电分校 发售
787×1092毫米 11 印张 23万字
1983年9月第1版 1983年9月第1次印刷
印数 0,001—10,000
定价：1.40元

译　　序

对 Phillips, Ravindran Solberg 著《运筹学：原理与实践》一书，原作者编有“教师手册”手稿本。该手册除在序言中列出了一些原课本勘误外，基本上都是原书的习题解答，为了有利于该书的教学工作，由我校运筹教研室林同曾按原文译出，徐克绍、蒋仲刚整理，供采用该教材的师生们参考。

一九八三年九月

目　　录

第二章 习 题

1. 一家玩具公司制造三种桌上高尔夫球玩具，每一种要求不同的制造技术。高级的一种需要17小时加工装配劳动力，8小时检验，每台利润300元。中级的需要10小时劳动力，4小时检验，利润200元。低级的需要2小时劳动力，2小时检验，利润100元。可供利用的加工劳动力为1000小时，检验500小时。

再者，市场预测表明，对高级的需求量不超过50台，中级的不超过80台，低级的不超过150台。

制造商要决定采用一个能使总利润为最大的最优生产计划。试作为线性规划问题引出模式。

2. 某医院负责人每日至少需要下列数量的护士：

班次	时 间 （日夜服务）	最少护士人数
1	上午6时—上午10时	60
2	上午10时—下午2时	70
3	下午2时—下午6时	60
4	下午6时—下午10时	50
5	下午10时—上午2时	20
6	上午2时—上午6时	30

每班的护士在轮班开始时向病房报到，连续工作八小时。医院当局想决定，为满足每班所需要的护士数，最少需雇用多少护士。试作为线性规划问题列出模式。

3. 试考虑某项制品今后四个星期的周生产计划。该制品头两个星期的生产成本是每件10元，后两个星期的生产成本是15元。必须满足,每周的需要量：300件，700件，900件和800件。工厂最多每周能生产700件。此外，公司在第二和第三星期能够雇用加班工人。这样每星期可以增加产量200件，不过每件成本提高5元。多余的产品可以储存起来，每件的储存费用是3元。怎样规划生产，使总成本极小？作为线性规划列出模式。

4. 某钢铁公司面临着把煤从两个煤矿运到公司四个钢铁厂去的问题。煤矿供应的煤量是a_1和a_2吨。工厂的需要量是b_1，b_2，b_3和b_4吨。（运输只有一辆货车可用。）可以把煤从任一煤矿运到任一工厂；但是从一个矿到一个厂，货车不能运送一次以上。问题是要决定能够完成全部运输任务的货车最小容量。作为线性规划列出模式。

5. ABC公司是一家贸易商行。它从事玉米的现金买卖。公司有一个库容5000包玉米的仓库。一月一日，公司有期初库存1000包玉米，并有资金万2元。估计第一季度每包玉米价格如下：

	进货价（元）	出货价（元）
一月	2.85	3.10
二月	3.05	3.25

三月　　　　　　　　　　2.90　　　　　　　　2.95

买进时当月到货，但须到下月方能卖出。不论买卖，都严格按照"货到付款"原则。公司希望在本季度末有期末库存 2000 包玉米。采用怎样的买卖方针，能使三个月的总纯利为最大？作为线性规划列出模式。

6．某厂生产A，B，C三种产品。每单位产品A需要 1 小时技术准备（指设计、试验等）、10小时直接劳动和 3 公斤材料。每单位产品B需要2小时技术准备、4 小时劳动和 2 公斤材料。每单位产品C需要 1 小时技术准备、5 小时劳动和 1 公斤材料。可资利用的技术准备时间为 100 小时，劳动时间为 700 小时，材料为 400 公斤。

因为公司对大量购买提供较大的折扣，利润数字如下表所示。

产品 A		产品 B		产品 C	
销售量（件）	单位利润（元）	销售量（件）	单位利润（元）	销售量（件）	单位利润（元）
0—40	10	0—50	6	0—100	5
40—100	9	50—100	4	100 以上	4
100—150	8	100以上	3		
150以上	7				

列出线性规划，以决定利润最大的产品品种方案。

7．一位科学家观察到某一数量Q是变量t的函数。他做了n次实验，得到的结果是（t_1，Q_1），（t_2，Q_2），…，（t_n，Q_n）。他想进一步确定t与Q之间的关系，其形式为

$$Q(t)=at^3+bt^2++ct+d$$

他发现，未知系数a，b，c和d之值必须是非负的，其和为 1。为计入实验误差，定义了一个误差项，

$$e_i=Q_i-Q(t_i)$$

他想应用下列的准则函数，确定系数a，b，c和d的最佳值：

准则 1　　极小化：$Z=\sum_{i=1}^{n}|e_i|$

准则 2　　极小化：$(max\ |e_i|)$

上面的$|e_i|$是第i次实验的误差绝对值。证明：该科学家的问题在这两个准则下都化为线性规划问题了。

8．列出线性规划，证明

$$x_1+x_2\leqslant 4$$
$$2x_1-3x\leqslant 6$$

$$x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0$$

一切解也满足

$$x_1 + 2x_2 \leqslant 8$$

用图解法验证上述论断。

9. 有两个变量的线性规划问题。

$$\begin{aligned} \text{极大化:} \quad & Z = x_1 \\ \text{约束条件:} \quad & x_1 + x_2 \leqslant \alpha \\ & -x_1 + x_2 \leqslant -1 \\ & x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0 \end{aligned}$$

a. 证明本题当且仅当 $\alpha \geqslant 1$ 时为可行。

b. 应用图解方法，对 $\alpha \geqslant 1$ 的一切值，求线规规划以 α 表示的最优值。

10. 将下列线性规划变换为标准形式：

$$\begin{aligned} \text{极小化:} \quad & Z = -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 \\ \text{约束条件:} \quad & 4x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2 \\ & x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 \leqslant 14 \\ & -x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 \geqslant 2 \\ & x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0, \quad x_3 \leqslant 0, \quad x_4 \text{符号无限制。} \end{aligned}$$

11. 有五未知量、两方程的方程组如下：

$$\begin{aligned} & x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 5 \\ & x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 = 8 \\ & x_1, \ \cdots, \ x_5 \geqslant 0 \end{aligned}$$

a. 以 (x_1, x_2) 为基本变量，将方程组化成典型形式。写出基本解。是否可行？为什么？

b. 最多可能有多少基本解？

c. 用试误法找出能为上述方程组求得基本可行解的典型方程组。

12. 有下列线性规划：

$$\begin{array}{ll} \text{极大化:} & Z = 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \\ \text{约束条件:} & -x_1 + x_2 + x_3 \qquad + x_5 \qquad = 1 \\ & x_1 + x_2 \quad + x_4 \qquad\qquad\quad = 2 \\ & 2x_1 + x_2 + x_3 \qquad\qquad + x_6 = 6 \\ & x_1, \ \cdots, \ x_6 \geqslant 0 \end{array}$$

a. 由观察写出初始基本可行解。

b. 使 x_2 和 x_3 为零，使非基变量 x_1 增大为 1，试求可行解。目标函数中的净改变是多少？

c. 在约束条件限制之下，x_1 可能的极大增加量是多少？

d. 当 x_1 增加至(c)中划出的极大值时，求出新的基本可行解。

e. 在(d)中求得的新的基本可行解是否最优？为什么？

13．应用单纯形法求解。

$$\begin{aligned}
\text{极大化：}\quad & Z=x_1+3x_2\\
\text{约束条件：}\quad & x_1 \leqslant 5\\
& x_1+2x_2\leqslant 10\\
& x_2\leqslant 4\\
& x_1,\ x_2\geqslant 0
\end{aligned}$$

以 x_1 和 x_2 为坐标，绘出可行区。阐明单纯形法从一个基本可行解转到其次的解，在可行区中是什么意义，进而在图上跟踪每个求解步骤。

14．由观察找出下列线性规划的最优解：

$$\begin{aligned}
\text{极小化：}\quad & Z=x_1-3x_2+2x_3\\
\text{约束条件：}\quad & -2\leqslant x_1\leqslant 3\\
& 0\leqslant x_2\leqslant 4\\
& 2\leqslant x_3\leqslant 5
\end{aligned}$$

15．应用单纯形法解：

$$\begin{aligned}
\text{极小化：}\quad & Z=3x_1+x_2+x_3+x_4\\
\text{约束条件：}\quad & -2x_1+2x_2+x_3=4\\
& 3x_1+x_2+x_4=6\\
& x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4\geqslant 0
\end{aligned}$$

如果有可能的话，求出一个任选最优解。

16．应用单纯形法解：

$$\begin{aligned}
\text{极大化：}\quad & Z=x_1+2x_2+3x_3+4x_4\\
\text{约束条件：}\quad & x_1+2x_2+2x_3+3x_4\leqslant 20\\
& 2x_1+x_2+3x_3+2x_4\leqslant 20\\
& x_1,\ \cdots,\ x_4\geqslant 0
\end{aligned}$$

最优解是否唯一的解？为什么？

17．用大M单纯形法解：

$$\begin{aligned}
\text{极小化：}\quad & Z=6x_1+3x_2+4x_4\\
\text{约束条件：}\quad & x_1\geqslant 30\\
& x_2\leqslant 50\\
& x_3\geqslant 20\\
& x_1+x_2+x_3=120\\
& x_1,\ x_2,\ x_3\geqslant 0
\end{aligned}$$

18．用二阶段单纯形法解：

$$\begin{aligned}
\text{极小化：}\quad & Z=3x_1+4x_2+2x_3\\
\text{约束条件：}\quad & x_1+x_2+x_3+x_4\leqslant 30\\
& 3x_1+6x_2+x_3-2x_4\leqslant 0\\
& x_2\geqslant 4\\
& x_1,\ \cdots,\ x_4\geqslant 0
\end{aligned}$$

19．已知下列线性规划（P—1）：

$$\begin{aligned}
&\text{极小化：} && Z=2x_1-x_2+2x_3\\
&\text{约束条件：} && -x_1+x_2+x_3=4\\
& && -x_1+x_2-x_3\leqslant 6\\
& && x_1\leqslant 0,\ x_2\geqslant 0\\
& && x_3\ \text{符号无限制}
\end{aligned}$$

a．将上述问题（P—1）转变为非负变量的标准线性规划。

b．用大M单纯形法解（a）中所得的标准线性规划。

c．从（b），小心写出已知问题（P—1）的最优解（必须给出 x_1，x_2 和 x_3 之值）。Z的极小值是多少？

20．应用单纯形法证明下列问题无最优解：

$$\begin{aligned}
&\text{极大化：} && Z=x_1+2x_2\\
&\text{约束条件：} && -2x_1+x_2+x_3\leqslant 2\\
& && -x_1+x_2-x_3\leqslant 1\\
& && x_1,\ x_2,\ x_3\geqslant 0
\end{aligned}$$

从最后的单纯形表格，造出一个可行解，它的目标函数值大于2000。

21．应用二阶段法，求下列线性不等式的基本可行解：

$$\begin{aligned}
-6x_1+x_2-x_3&\leqslant 5\\
-2x_1+2x_2-3x_3&\geqslant 3\\
2x_2-4x_3&=1\\
x_1,\ x_2,\ x_3&\geqslant 0
\end{aligned}$$

22．应用大M单纯形法，证明下列线性规划为不可行：

$$\begin{aligned}
&\text{极小化：} && Z=2y_1+4y_2\\
&\text{约束条件：} && 2y_1-3y_2\geqslant 2\\
& && -y_1+y_2\geqslant 3\\
& && y_1\geqslant 0,\ y_2\geqslant 0
\end{aligned}$$

23．在极大化问题的下列表格中，六个常数 α_1，α_2，α_3，β，ρ_1，ρ_2 之值为未知（假定无人工变量）：

基	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	常数
x_3	4	α_1	1	0	α_2	0	β
x_4	−1	−5	0	1	−1	0	2
x_6	α_3	−3	0	0	−4	1	3
$\bar{c}$ 行	ρ_1	ρ_2	0	0	−3	0	

$$x_1,\ \cdots,\ x_6\geqslant 0$$

说出对六个未知数（α_1，α_2，α_3，β，ρ_1，ρ_2）的约束条件，使以下关于上表的说法为真：

a．现行解为最优，但存在任选最优。

b. 现行解不可行（说出哪个变量）。

c. 一个约束条件有矛盾。

d. 现行解是退化的基本可行解（哪个变量造成退化？）。

e. 现行解可行，但问题无有限最优。

f. 现行解是唯一最优解。

g. 现行解可行，但是将 x_1 取代 x_6 后，目标函数能够改进。在枢运算后，目标函数值的总变化是多少？

24. 下列各表是一个极大化问题的一个迭代的结尾。选取下述情况中的一个或多个，使能对每表所示的结果作出最好的说明；然后回答括号中的问题。

a. 目标函数值还能加以改进。（哪个变量应引入解中？哪个变量应予移出？目标函数中总的改进是多少？）

b. 原问题可行。（为什么？）

c. 解是退化的。（哪个变量造成退化？）

d. 表格所表示的解不是基本可行解。

e. 已得到唯一最优解。

f. 已得到最优解之一，但是还有一个任选最优。（求出任选最优解。）

g. 原问题的最优解无界限。（哪个变量造成这种情况？）

（注：M是很大的正数）

表格 1

c_j	3	1	1	7	
基	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_1	1	0	1	2	2
x_2	0	1	0	1	1
$\overline{c}$ 行	0	0	-2	0	

表格 2

c_j	5	3	$-M$	10	
基	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_1	1	3	0	2	10
x_3	0	-1	1	-3	0
$\overline{c}$ 行	0	$-12-M$	0	$-3M$	

表格 3

c_j	-10	-5	-6	$-M$	
基	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_4	-3	0	0	1	10
x_2	1	1	-2	0	20
$\overline{c}$ 行	$-3M-5$	0	-16	0	

表格 4

c_j	0	0	3	-1	
基	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_1	1	0	1	2	0
x_2	0	1	2	1	5
$\overline{c}$ 行	0	0	3	-1	

表 格 5

基 \ c_j	-2 x_1	-3 x_2	8 x_3	$-M$ x_4	b
x_1	1	0	-3	4	5
x_2	0	1	0	2	10
$\bar{c}$行	0	0	2	$-M+14$	

25．考虑标准线性规划问题

极小化：　$Z=\mathbf{cx}$

约束条件：$\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$，$\mathbf{x}\geqslant\mathbf{0}$

设向量$\mathbf{x}^{(1)}$和$\mathbf{x}^{(2)}$是上述问题的两个最优解。求证向量$\mathbf{x}(\lambda)=\lambda\mathbf{x}^{(1)}+(1-\lambda)\mathbf{x}^{(2)}$也是最优解，$\lambda$为0与1间的任意值。

（注：上述结果在线性规划中非常有用。一旦为线性规划求得两个最优解，只要将λ在0与1之间变化，能够产生无穷数的最优解。）

第二章　习　题　解　答

1．x_1—高级玩具数

x_2—中级玩具数

x_3—低级玩具数

约束条件：$17x_1+10x_2+2x_3\leqslant 1000$　（劳动力）

$8x_1+\ 4x_2+2x_3\leqslant 500$　（检验）

$x_1\leqslant 50$，$x_2\leqslant 80$，$x_3\leqslant 150$

x_1，x_2，$x_3\geqslant 0$

目标函数：极大化　$Z=300x_1+200x_2+100x_3$

2．x_1—在第 1 班向病房报到护士人数；

x_2—在第 2 班向病房报到护士人数；

x_3—在第 3 班向病房报到护士人数；

x_4—在第 4 班向病房报到护士人数；

x_5—在第 5 班向病房报到护士人数；

x_6—在第 6 班向病房报到护士人数。

约束条件：

$$x_6+x_1\geqslant 60$$

$$x_1+x_2\geqslant 70$$

$$x_2+x_3\geqslant 60$$

$$x_3+x_4\geqslant 50$$

$$x_4+x_5\geqslant 20$$

$$x_5+x_6\geqslant 30$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6\geqslant 0$$

目标函数：极小化　$Z=x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6$

3．x_j—在第 j 星期的正常产量　$j=1,\ 2,\ 3,\ 4$

x_5—在第 2 星期的加班产量

x_6—在第 3 星期的加班产量

s_j—在第 j 星期储存的产量　$j=1,\ 2,\ 3,\ 4$

约束条件：

$x_1-s_1=300$　（第 1 星期）

$x_2+x_5-s_2=700+s_1$　（第 2 星期）

$x_3+x_6-s_3=900+s_2$　（第 3 星期）

$x_4-s_4=800+s_3$　（第 4 星期）

$x_j\leqslant 700$　对 $j=1,\ 2,\ 3,\ 4$

x_5，$x_6\leqslant 200$

所有变量为非负

目标函数：极小化 $Z=10(x_1+x_2)+15(x_3+x_4)+15x_5+20x_6+3(s_1+s_2+s_3+s_4)$

（另一种模式见课本中例 3.2-3）

4. 设 x_{ij}=从 i 煤矿($i=1, 2$)运送到 j 工厂($j=1, 2, 3, 4$)煤的数量（吨）

y=货车容重（吨）

约束条件：$\sum_{j=1}^{4} x_{ij} \leqslant a_i$　　对 $i=1, 2$

$\sum_{i=1}^{2} x_{ij} = b_j$　　对 $j=1, 2, 3, 4$

$x_{ij} \leqslant y$　　对所有(i, j)

$x_{ij}, y \geqslant 0$

目标函数：极小化　$Z=y$

5. 设　$i=1, 2, 3$分别为一月，二月，三月

S_i=i 月出售的玉米包数

B_i=i 月买进的玉米包数

I_i=i 月没有售出的玉米包数

M_i=i 月没有用去的资金（元）

约束条件：

一月　$S_1+I_1=1000$　（出售）

$2.85B_1+M_1=20000$　（现金平衡）

$B_1+I_1 \leqslant 5000$　（库存）

二月　$S_2+I_2=B_1+I_1$

$3.05B_2+M_2=M_1+3.1S_1$

$B_2+I_2 \leqslant 5000$

三月　$S_3+I_3=B_2+I_2$

$2.9B_3+M_3=M_2+3.25S_2$

$B_3+I_3=2000$

目标函数：极大化　$Z=M_3+2.95S_3$

6. x_{A1}=产品 A 以每件10元出售数

x_{A2}=产品 A 以每件 9 元出售数

x_{A3}=产品 A 以每件 8 元出售数

x_{A4}=产品 A 以每件 7 元出售数

x_{B1}=产品 B 以每件 6 元出售数

x_{B2}=产品 B 以每件 4 元出售数

x_{B3}=产品 B 以每件 3 元出售数

x_{C1}=产品 C 以每件 5 元出售数

x_{C2}=产品 C 以每件 4 元出售数

约束条件：

$$1\sum_{j=1}^{4} x_{Aj} + 2\sum_{j=1}^{3} x_{Bj} + 1\sum_{j=1}^{2} x_{Cj} \leqslant 100 \quad \text{（技术准备）}$$

$$10\sum_{j=1}^{4}x_{Aj}+4\sum_{j=1}^{3}x_{Bj}+5\sum_{j=1}^{2}x_{Cj}\leqslant 700 \qquad （劳动时间）$$

$$3\sum_{j=1}^{4}x_{Aj}+2\sum_{j=1}^{3}x_{Bj}+1\sum_{j=1}^{2}x_{Cj}\leqslant 400 \qquad （材料）$$

$0\leqslant x_{A1}\leqslant 40 \qquad 0\leqslant x_{B1}\leqslant 50 \qquad 0\leqslant x_{C1}\leqslant 100$

$0\leqslant x_{A2}\leqslant 60 \qquad 0\leqslant x_{B2}\leqslant 50 \qquad 0\leqslant x_{C2}$

$0\leqslant x_{A3}\leqslant 50 \qquad 0\leqslant x_{B3}$

$0\leqslant x_{A4}$

目标函数：极大化 $Z=10x_{A1}+9x_{A2}+8x_{A3}+7x_{A4}+6x_{B1}+4x_{B2}+3x_{B3}$
$+5x_{C1}+4x_{C2}$

7．由于 e_i 的符号无限制，以 $(e_i^+-e_i^-)$ 置换 e_i，其中 e_i^+，$e_i^-\geqslant 0$。

约束条件：$e_i^+-e_i^-=Q_i-(at_i^3+bt_i^2+ct_i+d)$ 对 $i=1, 2, \cdots, n$

$a+b+c+d=1$

$a, b, c, d, e_i^+, e_i^-\geqslant 0$

按准则 1：目标：极小化 $Z=\sum_{i=1}^{n}(e_i^++e_i^-)$

因为 $|e_i|=e_i^++e_i^-$

按准则 2：设 $M=\max|e_i|\geqslant 0$

目标：极小化 $Z=M$

约束条件：$|e_i|\leqslant M$ 对 $i=1, 2, \cdots, n$

上述非线性约束相等于下列线性约束：

$e_i\leqslant M$； $-e_i\leqslant M$

或相等于 $e_i^+-e_i^-\leqslant M$

$-e_i^++e_i^-\leqslant M$ 其中 e_i^+，e_i^-，$M\geqslant 0$。

8．线性规划 极大化 $Z=x_1+2x_2$

约束条件 $x_1+x_2\leqslant 4$

$2x_1+3x_2\leqslant 6$

$x_1, x_2\geqslant 0$

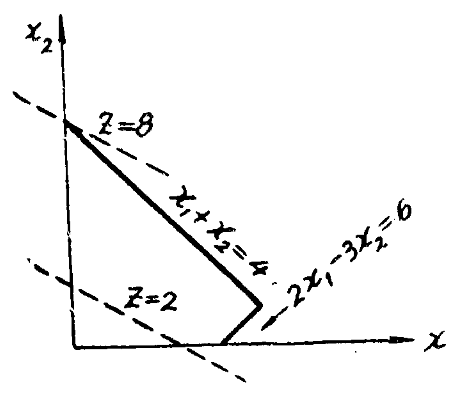
如 $\max Z=8$，则命题正确。

用图解法证明，解本线性规划：

最优解：

$x_1=0$，$x_2=4$

$\max Z=8$



9．a．将两个约束条件相加，得

$0x_1+0x_2\leqslant a-1$

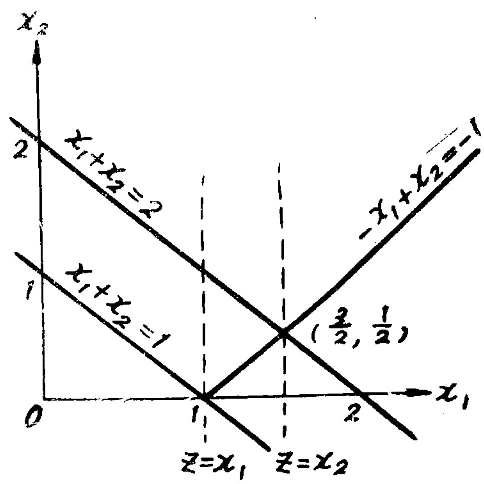
对所有 x_1，$x_2\geqslant 0$，左边 $=0$。如 $a<1$ 则上述不等式将不成立。

因此，当且仅当 $a\geqslant 1$ 时，本题为可行。

b. 对 $\alpha=1$，2，给出约束条件，最优解分别出现在 $x_1=1$，$x_2=0$ 和 $x_1=\frac{3}{2}$，

$x_2=\frac{1}{2}$ 处。

$\max Z=x_1=1$ 和 $\frac{3}{2}$。



对任意 $\alpha\geqslant1$，

最优解为：

$x_1=\frac{\alpha+1}{2}$，$x_2=\frac{\alpha-1}{2}$

最优值

$\max Z=\frac{\alpha+1}{2}$

10．设　$x_3=-x_7$；$x_4=x_8-x_9$

标准式：

极小化：$Z=-3x_1+4x_2+2x_7+5x_8-5x_9$

约束条件：

$$
\begin{aligned}
-4x_1+x_2+2x_7+x_8-x_9 &=2\\
x_1+x_2-3x_7-x_8+x_9+x_5 &=14\\
-2x_1+3x_2+x_7+2x_8-2x_9-x_6 &=2\\
x_1,\ x_2,\ \cdots\cdots,\ x_8,\ x_9 &\geqslant0
\end{aligned}
$$

11．

a.

$$
\begin{aligned}
x_1+2x_2+10x_3+4x_4-2x_5&=5\\
-x_2-6x_3-x_4+3x_5&=3\\
x_1-2x_3+2x_4+4x_5&=11\\
x_2+6x_3+x_4-3x_5&=-3
\end{aligned}
$$

基本解：　$x_1=11$，$x_2=-3$，$x_2=x_4=x_5=0$

由于　$x_2<0$，这是不可行解。

b.　$\binom{5}{2}=\frac{5!}{2!3!}=10$

c. 对以 x_1 和 x_5 为基本变量的典型形式给出基本可行解。

$$x_1+\frac{4}{3}x_2+6x_3+\frac{10}{3}x_4=7$$

$$-\frac{1}{3}x_2-2x_3-\frac{1}{3}x_4+x_5=1$$

基本可行解：

$$x_1=7,\ x_5=1$$
$$x_2=x_3=x_4=0$$

12.

a. $x_4=2,\ x_5=1,\ x_6=1,\ x_1=x_2=x_3=0$

b. $x_1=1,\ x_4=1,\ x_5=2,\ x_6=4,\ x_2=x_3=0$

为可行解。目标函数净改变 $Z=3-2=1$.

c. $\max x_1=\min\left(\infty,\ \frac{2}{1},\ \frac{6}{2}\right)=2$

d. $x_1=2,\ x_5=3,\ x_6=2,\ x_2=x_3=x_4=0$

是新的基本可行解。

e. 不是最优，因为对非基变量 x_3 的相对收益为 1，因此还能进一步增加。

13. 标准形式： 极大化 $Z=x_1+3x_2$

约束条件

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\ \ + x_3 \qquad\quad &=5\\ x_1+2x_2 \qquad + x_4 \qquad &=10\\ x_2 \qquad\qquad + x_5 &=4\\ x_1,\ \cdots,\ x_5 &\geqslant 0\end{aligned}$$

c_B	基 \ c_j	1	3	0	0	0	b
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
0	x_3	1	0	1	0	0	5
0	x_4	1	2	0	1	0	10
0	x_5	0	1	0	0	1	4
$\bar{c}$ 行		1	3	0	0	0	$Z=0$
0	x_3	1	0	1	0	0	5
0	x_4	1	0	0	1	-2	2
3	x_2	0	1	0	0	1	4
$\bar{c}$ 行		1	0	0	0	-3	$Z=12$
0	x_3	0	0	1	-1	2	3
1	x_1	1	0	0	1	-2	2
3	x_2	0	1	0	0	1	4
$\bar{c}$ 行		0	0	0	-1	-1	$Z=14$

最优解：$x_1=2,\ x_2=4,\ \max Z=14$