

21  
世纪

普通高等教育电气信息类  
应用型规划教材

# 控制系统计算机仿真技术

曹梦龙 安世奇 编



化学工业出版社

21世纪普通高等教育电气信息类应用型规划教材

# 控制系统计算机仿真技术

曹梦龙 安世奇 编



化学工业出版社

·北京·

本书介绍了控制系统计算机仿真的基本原理和方法，主要内容包括仿真技术的基本概念及应用、控制系统的数学模型、控制系统的基本原理和分析方法、控制系统计算机仿真算法分析、控制系统数字仿真的实现、控制系统计算机仿真工具等，书中给出了大量的仿真实例。

本书内容丰富，语言通俗易懂，可操作性强。

本书可作为普通高等院校自动化及相关专业的教材，也可供从事系统控制、系统仿真的科研和工程技术人员参考。

#### 图书在版编目（CIP）数据

控制系统计算机仿真技术/曹梦龙，安世奇编. —北京：化学工业出版社，2009.9

21世纪普通高等教育电气信息类应用型规划教材

ISBN 978-7-122-06313-7

I. 控… II. ①曹…②安… III. 控制系统-计算机仿真-高等学校-教材 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 122475 号

---

责任编辑：郝英华

文字编辑：徐卿华

责任校对：李林

装帧设计：尹琳琳

---

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011）

印 刷：北京永鑫印刷有限责任公司

装 订：三河市万龙印装有限公司

787mm×1092mm 1/16 印张 10 1/4 字数 248 千字 2009 年 8 月北京第 1 版第 1 次印刷

---

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）售后服务：010-64518899

网 址：<http://www.cip.com.cn>

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

---

定 价：19.00 元

版权所有 违者必究

# 前　　言

控制系统计算机仿真技术是遵循相似原理，以控制理论及其应用领域的专业技术为基础，建立在系统科学、系统辨识、控制理论、计算方法和计算机技术等学科上的一门综合性很强的技术科学。它以计算机和各种物理设备为工具，利用系统模型对实际的或设想的系统进行动态试验研究。近年来仿真技术广泛应用于国防、军事、能源、交通等工程与非工程领域，贯穿于方案论证、产品设计、试验、生产制造、使用、维护等各个方面。半个多世纪以来，系统仿真技术在各类应用需求的牵引及有关学科技术的推动下，已经发展成综合性的专业技术，正向“数字化、虚拟化、网络化、智能化、集成化、协同化”的方向发展。

本书是编者以教案为蓝本，结合教学实践编写而成的。首先讲述系统仿真技术相关定义、应用及分类、系统仿真基础知识；随后重点讲述工程领域中连续系统的建模方法，突出工程系统实时仿真的仿真原理、方法，并结合应用实例，理论联系实际，促进学生创新意识和科研实践能力的培养。

本书共 9 章。第 1 章论述系统计算机仿真定义、应用及分类，同时介绍系统仿真基础知识。第 2 章讲述控制系统数学模型的建立方法以及模型的转换。第 3 章介绍了控制系统的根本原理和分析方法。第 4 章介绍了控制系统计算机仿真算法分析。第 5 章讲述控制系统数字仿真的实现。第 6 章介绍了经典控制系统的工作原理与仿真实现。第 7 章介绍了现代控制系统的分析方法与仿真实现。第 8 章对常用的数学建模/仿真工具 MATLAB 软件包的主要功能、使用方法进行了介绍。第 9 章介绍了控制系统模拟仿真演示系统的设计与实现。

本书特色如下。

- (1) 选题内容新颖，反映电气自动化新技术的成就和应用经验，适合专业发展的需要。
- (2) 理论联系实际，重点在于指导如何运用理论解决实际问题。
- (3) 内容深入浅出，条理清楚，语言通俗易懂，便于自学。

本书相关教学电子课件可免费提供给采用本书作为教材的大专院校使用，如果需要请联系 [haoyinghua@cip.com.cn](mailto:haoyinghua@cip.com.cn)。

本书由曹梦龙、安世奇编写，在编写的过程中，许多参与课程教学的同行提出了宝贵的意见，在此表示感谢。同时，本教材的编写还参考了相关文献，在此向这些文献的作者表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

编者

2009 年 7 月

# 目 录

<b>1 绪论 .....</b>	1
1.1 自动控制的任务及基本方式 .....	1
1.1.1 自动控制的任务 .....	1
1.1.2 自动控制的基本方式 .....	2
1.2 计算机仿真概述 .....	2
1.2.1 系统仿真的概念和仿真过程 .....	2
1.2.2 仿真技术的发展趋势 .....	3
1.2.3 计算机仿真软件及仿真分类 .....	3
1.3 计算机仿真的特点及其应用 .....	4
1.3.1 计算机仿真的特点 .....	4
1.3.2 计算机仿真的应用 .....	4
本章小结 .....	5
习题 .....	5
<b>2 控制系统的数学模型 .....</b>	6
2.1 数学模型概述 .....	6
2.1.1 数学模型的含义 .....	6
2.1.2 数学模型的分类 .....	6
2.1.3 数学模型的建立方法 .....	6
2.2 几种常用的数学模型 .....	7
2.2.1 微分方程 .....	7
2.2.2 传递函数 .....	8
2.2.3 状态空间描述 .....	9
2.2.4 零极点增益模型 .....	10
2.3 数学模型的相互转换 .....	10
2.4 MATLAB 常用的建立模型以及转换模型函数 .....	12
2.4.1 MATLAB 建立模型的函数 .....	12
2.4.2 系统的组合和连接 .....	14
2.4.3 模型的转换 .....	15
本章小结 .....	17
习题 .....	17
<b>3 控制系统的基本原理和分析方法 .....</b>	18
3.1 典型输入信号及其响应 .....	18

3.2 时域分析法 .....	19
3.2.1 一阶系统的时域响应 .....	19
3.2.2 二阶系统的时域响应 .....	22
3.2.3 控制系统的稳定性分析 .....	23
3.2.4 控制系统的稳态误差分析 .....	24
3.3 频率分析法 .....	25
3.3.1 频率特性的概念 .....	25
3.3.2 典型环节的频率特性 .....	25
3.3.3 系统开环频率特性的绘制 .....	26
3.3.4 系统性能的分析和计算 .....	26
3.4 基于 MATLAB 的控制系统分析 .....	27
3.4.1 线性系统的时域分析 .....	27
3.4.2 频域分析 .....	34
3.4.3 线性系统的性能分析 .....	36
3.4.4 离散系统的分析 .....	38
本章小结 .....	39
习题 .....	40
<b>4 控制系统计算机仿真算法分析 .....</b>	<b>41</b>
4.1 数值积分法 .....	41
4.1.1 欧拉 (Euler) 法 .....	41
4.1.2 梯形法 .....	44
4.1.3 龙格-库塔 (Runge-Kutta) 法 .....	45
4.2 常用求解微分方程的 MATLAB 命令及其算法比较 .....	46
4.3 数值积分公式的应用 .....	46
4.4 仿真精度与系统稳定性 .....	48
4.5 快速仿真算法 .....	48
4.5.1 时域矩阵法 .....	48
4.5.2 增广矩阵法 .....	49
4.5.3 替换法 .....	50
4.5.4 根匹配法 .....	51
4.5.5 离散相似法 .....	52
本章小结 .....	54
习题 .....	54
<b>5 控制系统数字仿真的实现 .....</b>	<b>56</b>
5.1 控制系统的结构及拓扑描述 .....	56
5.2 面向系统结构图的数字仿真 .....	57
5.2.1 典型闭环控制系统的数字仿真 .....	57
5.2.2 复杂连接的闭环系统的数字仿真 .....	60
5.3 线性系统仿真 .....	62

5.3.1 线性系统的数值积分法仿真 .....	62
5.3.2 线性系统的离散相似法仿真 .....	63
5.4 非线性系统仿真 .....	63
5.4.1 典型非线性特性 .....	64
5.4.2 非线性系统的仿真过程及应用 .....	65
5.5 采样系统仿真 .....	66
5.5.1 采样控制系统的算法描述 .....	66
5.5.2 计算机控制系统的数字仿真 .....	67
5.6 控制系统数字仿真实例 .....	68
本章小结 .....	72
习题 .....	72
<b>6 经典控制系统的设计方法与仿真实现 .....</b>	<b>73</b>
6.1 系统校正方法与实现 .....	73
6.1.1 超前校正 .....	73
6.1.2 滞后校正 .....	74
6.1.3 滞后-超前校正 .....	75
6.1.4 反馈校正 .....	77
6.2 基于仿真技术的随动系统校正课程设计 .....	79
6.2.1 目的 .....	79
6.2.2 实验原理及内容 .....	79
6.2.3 实验仪器 .....	82
6.2.4 实验过程 .....	82
本章小结 .....	85
习题 .....	86
<b>7 现代控制系统分析方法与仿真实现 .....</b>	<b>87</b>
7.1 控制系统的状态空间描述 .....	87
7.1.1 状态空间的基本概念 .....	87
7.1.2 线性定常连续系统状态空间表达式的建立 .....	90
7.2 线性定常系统的能控性和能观性 .....	95
7.2.1 能控性问题 .....	95
7.2.2 能观性问题 .....	97
7.2.3 能控标准型和能观标准型 .....	97
7.3 线性定常系统的极点配置 .....	99
7.3.1 状态反馈与极点配置 .....	99
7.3.2 输出反馈与极点配置 .....	101
7.4 李雅普诺夫稳定性分析 .....	103
7.5 应用 MATLAB 进行状态方程分析求解 .....	106
本章小结 .....	108
习题 .....	109

<b>8 控制系统计算机仿真工具</b>	113
8.1 引言	113
8.2 MATLAB 的安装及使用	113
8.2.1 MATLAB 的安装	113
8.2.2 MATLAB 的基本用法	114
8.3 MATLAB 中的图形	118
8.3.1 二维作图	118
8.3.2 多重线	118
8.3.3 子图	119
8.4 MATLAB 编程	119
8.4.1 M 文件	119
8.4.2 命令文件	119
8.4.3 函数文件	120
8.4.4 解代数方程和常微分方程	121
8.5 SIMULINK 仿真	124
8.5.1 SIMULINK 的基本操作	125
8.5.2 系统仿真及参数设置	127
8.5.3 SIMULINK 仿真分析	128
本章小结	130
习题	130
<b>9 控制系统模拟仿真演示系统设计与实现</b>	131
9.1 目的	131
9.2 设计的主要内容	131
9.3 设计步骤	132
本章小结	137
<b>控制系统计算机仿真实验</b>	138
一、主要实验仪器设备	138
二、实验基本要求	138
实验 1 MATLAB 使用方法和程序设计	138
一、实验目的	138
二、实验内容	138
三、实验要求	139
实验 2 状态空间控制模型系统仿真及状态方程求解	139
一、实验目的	139
二、实验内容	139
三、实验要求	142
实验 3 典型二阶系统的模拟响应	143
一、实验目的	143
二、实验内容	143

三、实验要求 .....	146
实验4 SIMULINK 仿真 .....	146
一、实验目的 .....	146
二、实验内容 .....	146
三、实验要求 .....	147
大实验 .....	147
 部分习题参考答案 .....	151
参考文献 .....	155

# 1

## 绪论

元部件组成，从完成控制任务的要求来看一个系统必然包括被控对象和控制装置两大部分，而控制装置是由具有一定功能的基本元件组成。在不同的系统中结构不同的元部件可以有相同的功能。将组成系统的元件按照功能分类主要有以下几种：给定元件、比较元件、测量元件、放大元件、执行元件、校正元件。控制系统按系统的物理特征可以分为工程系统和非工程系统两大类；按系统的输出特征可以分为随动系统、自动稳定系统、程序控制系统、数字控制系统；按系统的数学模型分为线性系统和非线性系统；按系统中信号的变化规律分为线性连续系统、采样系统和离散事件系统；按系统的复杂程度分为简单系统和复杂系统。

通常，将对被控对象进行主动的干预、管理和操纵的过程称为控制。自动控制的任务就是利用控制装置自动地操纵控制对象，使被控变量等于系统所应保持的给定值。采用控制装置自动地、有目的地控制机器设备或过程，使之具有一定的状态和性能，这个过程称为自动控制，组成的系统称为自动控制系统。其中，被控制的机器设备或物体称为被控对象，所采用的控制装置称为控制器，所控制对象的状态参量称为被控变量，系统外部的参考输入称为给定值。

### 1.1.2 自动控制的基本方式

按照系统输入信号特点和有无测量反馈信号，可将系统控制方式分为开环控制和闭环控制两大类，开环控制又有按给定值操纵和按干扰值补偿两种方式。闭环控制的原理就是通过传感器测量出系统的实际输出值，反馈到输入端与系统的给定值比较产生偏差，再按照偏差的大小自动地加以修正，其实际上是按偏差调节的反馈控制。

按给定值操纵的开环控制方式是按照系统的给定值来控制输出量，两者之间一一对应。按干扰值补偿的开环控制方式中，系统的输入量是外部干扰信号，经过测量利用干扰信号产生控制作用，以补偿或抵消其对系统产生的影响。按偏差调节的反馈控制是把系统输出量全部或一部分回送到输入端以增强或减弱输入信号的效应，起增强效应时为正反馈，起减弱效应时为负反馈。正反馈会使系统的偏差越来越大，只有负反馈控制才能完成自动控制的任务。

开环控制系统结构简单，容易实现，成本低，系统调试方便，但抗干扰能力差，控制精度较低，一般多用于控制过程比较简单、精度要求不高的场合。闭环控制系统具有自动纠正偏差的能力，并可对内、外部干扰信号进行补偿，控制精度高，但组成的系统包含元件多，结构复杂，价格也较高，多用于控制精度要求较高，系统结构较复杂的场合。

对控制系统的总体性能要求是：系统稳定程度高；动态过程平稳性好；动态响应时间短；最终控制精度高。工程上把它归结为稳、快、准三个方面。

## 1.2 计算机仿真概述

### 1.2.1 系统仿真的概念和仿真过程

#### (1) 仿真的定义

仿真是指利用模型对实际系统进行实验研究的过程，或者说，仿真是一种通过模型实验揭示系统原型的运动规律的方法。

#### (2) 数据相似原理

仿真过程采用的是数据相似原理，具体陈述如下。

① 描述系统原型和模型的数学表达式在形式上是完全相同的。

② 系统中变量之间存在着一一对应的关系且成比例。

③ 一个表达式的变量被另一个表达式中相应变量置换后，表达式对应各项的系数保持相等。

#### (3) 系统仿真的三要素

仿真研究的对象是控制系统，而系统特性的表征主要采用与之相应的系统数学模型，将模型放到计算机上进行相应的处理就构成完整的系统仿真过程。因此，将实际系统、数学模型、计算机称为系统仿真的三要素。其相互关系可表示为如图 1-1 所示。

#### (4) 系统仿真过程

- ① 描述问题，明确目的，进行方案设计与系统定义。
- ② 建立系统的数学模型。
- ③ 将系统的数学模型转化换仿真模型。
- ④ 编制仿真程序。
- ⑤ 进行仿真实验并输出结果。

### 1.2.2 仿真技术的发展趋势

① 硬件方面：基于多 CPU 并行处理技术的全数字仿真将有效提高仿真系统的速度，大大增强数字仿真的实时性。

② 应用软件方面：直接面向用户的数字仿真软件不断推陈出新，各种专家系统与智能化技术将更深入地应用于仿真软件开发之中，使得在人机界面、结果输出、综合评判等方面达到更理想的境界。

③ 分布式数字仿真：充分利用网络技术，协调合作，投资少，效果好。

④ 虚拟现实技术：综合了计算机图形技术、多媒体技术、传感器技术、显示技术以及仿真技术等多学科，使人置身于真实环境之中。

### 1.2.3 计算机仿真软件及仿真分类

#### (1) 仿真软件的发展

① 程序编程阶段。所有问题（如微分方程求解、矩阵运算、绘图等）都是用高级算法语言（如 C、FORTRAN 等）来编写。

② 程序软件包阶段。出现了“应用子程序库”。

③ 交互式语言阶段（仿真语言）。仿真语言可用一条指令实现某种功能，如“系统特征值的求解”，使用人员不必考虑什么算法，以及如何实现等问题。

④ 模型化图形组态阶段。符合设计人员对基于模型图形化的描述。

#### (2) 几种仿真软件

① PSPICE、ORCAD。通用的电子电路仿真软件，适合于元件级仿真。

② SYSTEM VIEW。系统级的电路动态仿真软件，可用于各种线性或非线性控制系统的  
设计和仿真。

③ MATLAB。具有强大的数值计算能力，包含各种工具箱，其程序不能脱离 MATLAB 环境而运行。所以严格来讲，MATLAB 不是一种计算机语言，而是一种高级的科学分

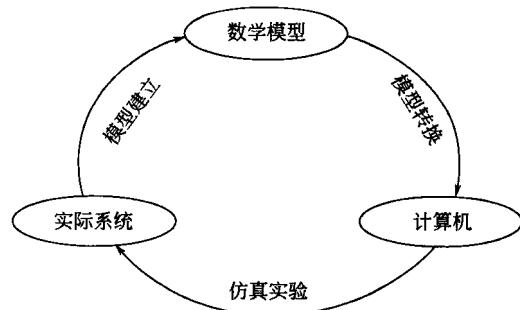


图 1-1 系统仿真三要素之间的相互关系

析与计算软件。

④ SIMULINK。是 MATLAB 附带的基于模型化图形组态的动态仿真环境，它能够提供一个动态系统建模、仿真和综合分析的集成环境。

### (3) 系统仿真的分类

① 按仿真模型的种类分类。可分为物理仿真、数学仿真和数学-物理仿真。

② 按仿真模型与实际系统的时间关系划分。可分为实时仿真、超实时仿真和慢实时仿真。

③ 按系统随时间变化的状态分类。可分为连续系统仿真和离散事件系统仿真。

## 1.3 计算机仿真的特点及其应用

### 1.3.1 计算机仿真的特点

#### (1) 模拟计算机仿真

模拟计算机是一种以运算放大器为基本部件，可进行积分、微分、求和等运算，适用于以微分方程描述的仿真系统。

优点：采用并行运算，速度快，输出为连续量，易于与实物连接，比较接近实际的控制系统。

缺点：计算精度比较低，复杂系统仿真线路实现难度较大，自动化程度低，价格昂贵，一般较少采用。

#### (2) 数字计算机仿真

由于数字计算机硬、软件技术的迅速发展，功能不断增强，所以采用数字计算机仿真得到了广泛的应用。

优点：仿真计算精度高，使用方便，修改参数容易，采用程序控制，自动化程度高。

缺点：仿真速度较慢，对反应较快的系统进行实时仿真有一定困难。

#### (3) 混合计算机仿真

该方式将模拟计算机和数字计算机有机地结合起来，在对控制系统进行参数寻优、统计分析等反复迭代运算，以及要求与实物结合连续进行实时仿真，同时又有一些复杂的函数需要计算的场合中有着明显的优势。

#### (4) 微型计算机阵列仿真

由于微型计算机的迅速发展，仿真语言及仿真软件包的不断完善，采用多台微型计算机构成全数字式仿真系统，这就是微型计算机阵列仿真。它可以进一步提高仿真的功能和自动化程度，也为集散控制系统仿真打下良好的基础。

### 1.3.2 计算机仿真的应用

大型、复杂系统直接实验是十分昂贵的，如空间飞行器的一次飞行实验的成本约在 1 亿美元左右，而采用仿真实验仅需其成本的  $1/10 \sim 1/5$ ，而且设备可以重复使用。某些系统（如载人飞行器、核电装置等），直接实验往往会有很大的危险，甚至是不允许的，而采用仿真实验可以有效降低危险程度，对系统的研究起到保障作用。采用计算机仿真还可以提高设计效率，比如电路设计、服装设计等。对一些真实系统进行结构和参数的优化设计是非常困难的，这时仿真可以发挥它特殊的优化设计功能。在非工程系统中（如社会、管理、经济等系统），由于其规模及复杂程度巨大，直接实验几乎不可能，这时通过仿真技术的应用可以

获得对系统的某种超前认识。在航空与航天工业中可以建立飞行器设计中的三级仿真体系进行纯数学模拟、半实物模拟、实物模拟实验，还可以建立飞行员及宇航员训练用的飞行仿真模拟器。在电力工业可以进行电力系统动态模型实验，验证电力系统负荷分配、瞬态稳定性以及最优潮流控制等。在原子能工业进行模拟核反应堆试验等。总的来说计算机仿真的应用可以实现以下几方面。

- ① 优化系统设计，验证设计方案的正确性、可行性。
- ② 对系统进行性能评价，分析系统故障原因。
- ③ 训练系统操作员的专用仿真器。
- ④ 非工程领域的仿真应用。

## 本章小结

经典控制理论主要分析研究和设计单输入单输出（SISO）系统，现代控制理论用于分析研究和设计多输入多输出（MIMO）系统。自动控制可分为开环控制和闭环控制两大类。开环控制多用于控制过程比较简单、精度要求不高的场合；闭环控制多用于控制精度要求较高，系统结构较复杂的场合。工程中对控制系统性能的要求是稳定程度高、动态过程平稳、暂态响应时间短、稳态误差小。

系统仿真是进行系统设计、分析和实验研究中经常采用的一门技术，它以模型实验代替实际系统进行仿真研究，通过计算机的处理获得实际系统在给定信号作用下的运行状况，从而对系统进行整体性能的分析和评价。系统仿真依据数据相似原理，将实际系统、数学模型、计算机三者有机地组合在一起，通过模型建立、模型转换、仿真实验、结果分析等过程达到预期的目的。采用数字计算机仿真得到了广泛的应用，其突出优点是仿真计算精度高，使用方便，修改参数容易，采用程序控制，自动化程度高；不足之处是仿真速度较慢，对反应较快的系统进行实时仿真有一定困难。对于大型、复杂的控制系统可以采用专门的仿真计算机来处理。MATLAB 与 SIMULINK 是当今广泛为人们采用的控制系统数字仿真与 CAD 应用软件。

## 习题

1. 写出系统仿真的概念、依据原理、三要素和仿真过程。
2. 画出仿真过程流程图。
3. 仿真遵循的基本原则是什么？
4. 计算机仿真按其使用的设备和面向的对象可分为哪几类？
5. 数字仿真程序应具有哪些基本功能？

# 2 控制系统的数学模型

和分析，得到相关实验数据，从而建立系统的数学模型。通常是在对系统结构和特点一无所知的情况下采用。

在线性系统理论中，一般常用的数学模型形式有微分方程模型、传递函数模型（系统的外部模型）、状态方程模型（系统的内部模型）、零极点增益模型和部分分式模型等。这些模型之间都有着内在的联系，可以相互进行转换。

## 2.2 几种常用的数学模型

### 2.2.1 微分方程

微分方程是控制系统模型的基础，一般来讲，利用机械学、电学、力学等物理规律，便可以得到控制系统的动态方程，这些方程对于线性定常连续系统而言是一种常系数的线性微分方程。如果已知输入量及变量的初始条件，对微分方程进行求解，就可以得到系统输出量的表达式，并由此对系统进行性能分析。通过拉氏变换和反变换，可以得到线性定常系统的解析解，这种方法通常只适用于常系数的线性微分方程，解析解是精确的，然而通常寻找解析解是困难的。MATLAB 提供了 `ode23`、`ode45` 等微分方程的数值解法函数，不仅适用于线性定常系统，也适用于非线性及时变系统。

#### (1) 建立步骤

- ① 确定控制系统或元部件的输入、输出变量。
- ② 按物理、化学定律，列出原始方程式。
- ③ 找出中间变量并进行化简。
- ④ 标准化书写，输出项在等号左端，输入项在等号右端，按方程的阶次降幂排列。

#### (2) 实例分析

**【例 2-1】** 如图 2-1 中所示的机械位移系统，由弹簧-质量-阻尼器构成。

该系统的特点是：质量为  $M$  的物体受到外力  $F$  的作用，克服阻尼器阻力和弹簧力产生位移  $y$ 。

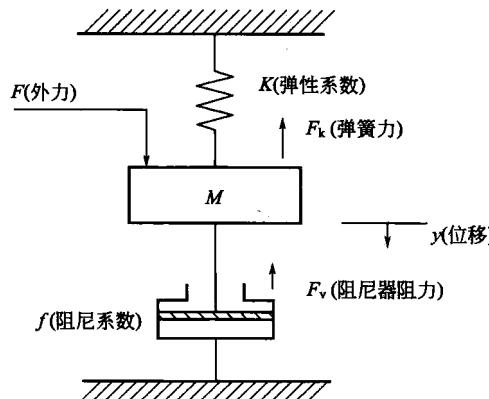


图 2-1 机械位移系统

**解** 要建立该系统的微分方程，首先应该明确给定机械位移系统的输入量和输出量，由题目可知，该系统的输入量是外力  $F$ ，系统的输出量为位移  $y$ 。

- ① 根据牛顿运动定律有

$$Ma = \sum F' = F - F_v - F_k \quad (2-1)$$

式中  $M$ ——物体的质量；

$a$ ——物体运动的加速度；

$F'$ ——合力；

$F$ ——物体受到的外力；

$F_v$ ——阻尼器的阻力；

$F_k$ ——弹簧力。

② 式(2-1) 中的中间变量有物体运动的加速度、阻尼器的阻力、弹簧力，这些中间变量与位移  $y$  的关系如下

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2}; \text{ 加速度是位移 } y \text{ 对时间 } t \text{ 的二次导数}$$

$$F_v = fv = f \frac{dy}{dt}; \text{ 阻尼器阻力与物体运动速度成正比}$$

$$F_k = Ky; \text{ 弹簧力与物体的位移成正比}$$

③ 将中间变量代入原始方程式(2-1) 中，消去中间变量并整理得

$$M \frac{d^2 y}{dt^2} + f \frac{dy}{dt} + Ky = F$$

(3) 控制系统微分方程的一般表达式

为了方便以后的分析，针对一个线性定常系统，给出用于描述系统运动规律和特点的微分方程的一般表达式。

设系统的外部输入量为  $u$ ，系统的输出量为  $y$ ，采用微分方程的形式来表示的系统数学模型一般式可描述如下

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = c_0 \frac{d^m u}{dt^m} + c_1 \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \cdots + c_{m-1} \frac{du}{dt} + c_m u$$

## 2.2.2 传递函数

(1) 传递函数的定义

传递函数：线性定常系统在初始条件为零时，系统输出信号的拉氏变换与输入信号的拉氏变换之比称为该系统的传递函数。可表示为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \cdots + b_m s + b_{m+1}}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + \cdots + a_n s + a_{n+1}}$$

对线性定常系统，式中  $s$  的系数均为常数，且  $a_1$  不等于零，这时系统在 MATLAB 中可以方便地由分子和分母系数构成的两个向量唯一地确定出来，这两个向量分别用  $num$  和  $den$  表示。

$$num = [b_1, b_2, \dots, b_m, b_{m+1}]$$

$$den = [a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}]$$

注意：它们都是按  $s$  的降幂进行排列的。

(2) 传递函数的求取

已知系统的微分方程，将等号两端的各项进行相应的拉氏变换，根据传递函数的定义，即可得到该系统的传递函数描述。

**【例 2-2】** 如图 2-1 中由弹簧-质量-阻尼器构成的机械位移系统，求取该系统的传递函数描述。