



西安交通大学

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

现代远程教育

公共课程系列——

西安交通大学网络教育学院 组编

魏平 编

《高等数学》作业集 (上)

陕西旅游出版社

学习中心: _____

层 次: _____

专 业: _____

学 号: _____

姓 名: _____

大学数学课程规范化练习丛书

《高等数学》(上)

西安交通大学网络教育学院 组编
魏平 编

作业集

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(上)/西安交通大学网络教育学院编. —西安: 陕西旅游出版社, 2007.12

(现代远程教育. 公共课程)

ISBN 978-7-5418-2390-9

I. 高… II. 西… III. 高等数学—远程教育—教材 IV. 013

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第194042号

现代远程教育——公共课程系列

《高等数学》作业集(上)

编 者: 魏 平

责任编辑: 薛 放

装帧设计: 邹 笛

出版发行: 陕西旅游出版社 (西安市长安北路32号 邮编: 710061)

电 话: (029) 8525 2285

网 址: www.QQQbooks.com

印 刷: 陕西金鹏印务有限公司

开 本: 787 × 1092 毫米 1/16

印 张: 8.75

版 次: 2007年12月第1版

印 次: 2007年12月第1次印刷

ISBN 978-7-5418-2390-9

定 价: 17.00 元

前 言

根据教育部“深化教学改革，提高教学质量”的精神和工科院校高等数学课程教学的实际需要，为了帮助学生全面深刻地理解高等数学的基本概念，基本理论，熟练掌握应用基本理论分析、求解高等数学问题的基本思路和方法，为了方便老师给学生选留作业题和批改作业，规范学生完成综合练习题的程式，保证高等数学课程教学质量，在反复征求广大高等数学老师意见的基础上，编写了这套丛书。

本书的主要内容包括：一元函数极限与连续，导数与微分，导数应用，不定积分，定积分及其应用等内容。

本书可供工科院校本科生各类专业的学生学习高等数学课程时使用，也可作为大专各类专业的学生使用，还可作为各类研究生考前复习使用。

由于我们水平有限，加之时间仓促，书中会有不少缺点和错误，热诚欢迎广大读者批评指正。请你在百忙中将你的意见和建议发往以下电子邮箱，(weiping@mail.xjtu.edu.cn) 本人表示衷心感谢。

编者

2007年7月

西安交通大学网络教育学院

编 委 会

主 任：郑庆华

编 委：陶 龙 刘 洁 赵雅娟 王绵森 李建华

马治国 陈建明 连国钧 袁晓玲 李景平

李小妹 闫新华 庞云青



目录

第一章 函数与极限

第一节 函数	3
第二节 数列的极限	7
第三节 函数的极限	11
第四节 无穷小量与无穷大量	15
第五节 函数的连续性与间断点连续函数	17
第一章 综合练习	22

第二章 导数与微分

第一节 导数概念	28
第二节 导数的计算	30
第三节 高阶导数	34
第四节 隐函数与参数方程确定的函数的导数	36
第五节 函数的微分	38
第六节 导数在经济分析中的应用	41
第二章 综合练习	43

第三章 中值定理与导数的应用

第一节 微分中值定理	53
第二节 罗必达(L' Hospital)法则	55
第三节 泰勒(Taylor)公式	58
第四节 函数性态的研究	60

第五节 函数作图	63
第六节 最大、最小值问题及在经济管理中的应用	65
第三章 综合练习	67
第四章 不定积分	
第一节 不定积分的概念及其性质	72
第二节 基本积分法	74
第三节 有理函数的积分	79
第四节 不定积分在经济领域的应用	81
第四章 综合练习	83
第五章 定积分及其应用	
第一、二节 定积分的概念与性质	89
第三节 微积分学基本定理	92
第四节 积分换元积分法与分部积分法	94
第五节 广义积分初步与函数	96
第六节 定积分的几何应用	99
第七节 定积分的经济应用	102
第五章 综合练习	104
模拟考题 (一)	109
模拟考题 (二)	112
参考答案	115

第一章 函数与极限

本章要点:

1. 函数极限的概念(对极限的 $\varepsilon-N$ 、 $\varepsilon-\delta$ 定义可在学习过程中逐步加深理解,对于给出 ε 求 N 或 δ 不作过高要求。)
2. 极限四则运算法则。
3. 两个极限存在准则(夹逼准则和单调有界准则),会用两个重要极限求极限。
4. 无穷小、无穷大,以及无穷小的阶的概念。会用等价无穷小求极限。
5. 函数在一点连续的概念。
6. 间断点的概念,并会判别间断点的类型。
7. 初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(介值定理和最大、最小值定理。)

本章目标:

1. 理解函数的概念,理解复合函数的概念,了解反函数的概念。
2. 了解函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性。
3. 掌握基本初等函数的性质及其图形。
4. 会建立简单实际问题中的函数关系式。
5. 理解极限的概念(对于给出 ε 求 N 或 δ 不作过高要求。)
6. 掌握极限的四则运算法则。
7. 了解极限存在准则(夹逼准则和单调有界准则),会用两个重要极限求极限。
8. 了解无穷小、无穷大,以及无穷小的阶的概念。会用等价无穷小求极限。
9. 理解函数在一点连续的概念。
10. 了解间断点的概念,并会判别间断点的类型。
11. 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的性质(介值定理和最大、最小值定理。)

本章重点:

1. 函数极限的概念,会求一些简单函数的极限。
2. 函数在一点连续的概念,会判断一些简单函数间断点的类型。

本章难点

1. 两个极限存在准则;
2. 判别间断点的类型。

第一章 总结

本章主要介绍了极限的概念、极限存在的判定准则, 极限的求法以及连续函数的定义与性质.

利用极限的定义证明函数(或数列)以某确定常数为极限, 是本章的难点之一.

极限存在性问题是本章的重点, 也是难点. 一般地, 常用以下方法判定一个极限是否存在:

- (1) 利用单调有界准则;
- (2) 利用夹逼准则;
- (3) 利用柯西准则;
- (4) 利用左右极限是否存在且相等;
- (5) 利用子数列或部分极限.

掌握好求极限的方法是学好高等数学所必须的, 这是本章的重点内容. 目前为止, 我们可以

- (1) 利用定义验证极限;
- (2) 利用极限四则运算法则求极限;
- (3) 利用重要极限求极限;
- (4) 利用无穷小量等价代换求极限;
- (5) 利用夹逼准则求极限;
- (6) 利用单调有界数列必有极限准则求极限;
- (7) 利用函数连续性求极限等等. 在后面的章节中, 我们还会陆续介绍其它一些求极限的方法.

函数连续性的概念是本章的又一重点, 如何判定函数的连续性和间断点, 怎样确定间断点的类型, 闭区间上连续函数有哪些性质, 都是需要同学们深刻理解, 牢固掌握的.

第一节 函数(作业一)

一、单项选择题

1. 设函数 $y = \arcsin(x-2)$, 它的定义域是【 】.

- A. $|x| < 1$; B. $1 < x \leq 2$; C. $1 \leq x \leq 3$; D. $|x| \leq 3$.

2. 设 $f(x) = x^3 - x$, $\varphi(x) = \sin 2x$, 那么 $f[\varphi(-\frac{\pi}{4})] =$ 【 】.

- A. 0; B. -2; C. $\sqrt{2}$; D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. 开区间 $(1, 3)$ 是【 】.

- A. 3 的邻区; B. 以 2 为中心, 1 为半径的邻区;
C. 1 的邻区; D. 以 2 为中心, 1.5 为半径的邻区.

4. 函数 $y = \lg(x-1)$ 的反函数是【 】.

- A. $y = e^x + 1$; B. $y = 10^x + 1$; C. $y = x^{10} - 1$; D. $y = x^{-10} + 1$.

5. 函数 $y = \ln(\frac{a-x}{a+x})$ ($a > 0$) 是【 】.

- A. 奇函数; B. 偶函数; C. 非奇非偶函数; D. 奇、偶性取决于 a 的取值情况.

6. 设 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则 $f[g(x)]$ 是【 】.

- A. 即不是奇函数, 又不是偶函数; B. 偶函数;
C. 有可能是奇函数, 也可能是偶函数; D. 奇函数.

7. 满足不等式 $|x-A| < \varepsilon$ (ε, A 为常数, $\varepsilon > 0$) 的所有 x 的区间表示为【 】.

- A. $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$; B. $[A-\varepsilon, A+\varepsilon]$; C. $(-\varepsilon, \varepsilon)$; D. $[-\varepsilon, \varepsilon]$.

8. 若 $f(x) = x^2 - \cos x$, 则有【 】.

- A. $f(-x) = -f(x)$; B. $f(-x) = f(x)$;
C. $f(x^2) = f(x)$; D. $f(-x^2) = -f(x)$.

9. 设 $g(x) = \begin{cases} |\sin x| & |x| < 1 \\ e^x + 3 & |x| \geq 1 \end{cases}$ 那么 $g(-\frac{\pi}{4}) =$ 【 】.

A. $e^{-\frac{\pi}{4}} + 3$; B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

10. 使等式 $\arcsin(\sin x) = x$ 成立的所有 x 构成的区间为【 】.

A. $(-\infty, +\infty)$; B. $[-1, 1]$; C. $(-\pi, \pi)$; D. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

二、填空题

11. $(a+b)^3 =$ _____.

12. $a^x + (2a)^x =$ _____.

13. $\sin(x+y) =$ _____.

14. $\cosh^2 x - \sinh^2 x =$ _____.

15. $\tan^2 x + 1 =$ _____.

16. $a^3 - b^3 =$ _____.

17. $\sum_{k=1}^n k^2 =$ _____.

三、计算题

18. 求下列函数定义域

(1) $y = \frac{1}{|x| - x}$; (2) $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{16 - x^2}$;

(3) $y = \sqrt{x^2 - x} \arcsin x$; (4) $y = \arccos \sqrt{16(x^2 - 1)}$.

19. 作下列函数的图形

(1) $y = |\sin x + \cos x|$; (2) $y = \begin{cases} 2 - x^2, & |x| \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & |x| > 1 \end{cases}$.

第一节 函数 (作业二)

一、单项选择题

- 当函数 $y = f(x)$ 的自变量 x 的增量 $\Delta x > 0$ 时, 相应的函数的增量 Δy 【 】.

A. 一定大于零; B. 一定小于零; C. 一定不大于零; D. 不一定大于零.
- 下列函数中满足关系 $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 的函数是 【 】.

A. $f(x) = x^2$; B. $f(x) = \ln x$; C. $f(x) = ax$; D. $f(x) = ax + b$.
- 设函数 $y = f(x)$ 的定义域 $[0, 1]$, 则 $f(x+2)$ 的定义域是 【 】.

A. $[0, 1]$; B. $[-1, 1]$; C. $[-2, 1]$; D. $[-2, -1]$.
- 在同一坐标系下, 方程 $y = 2^x$ 与 $x = \log_2 y$ 代表的图形 【 】.

A. 是同一条曲线; B. 关于 x 轴对称; C. 关于 y 轴对称; D. 关于直线 $y = x$ 对称.
- 要使 $f(x) = 2^x + a2^{-x}$ 是奇函数, 则 $a =$ 【 】.

A. -1 ; B. 1 ; C. 0 ; D. -2 .
- 设 $y = f(x)$ 的定义域是 $\left[0, \frac{1}{2}\right]$, 则 $f(\arcsin x)$ 的定义域是 【 】.

A. $[0, 1]$; B. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$; C. $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$; D. $\left[0, \sin \frac{1}{2}\right]$.
- 设 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是奇函数, 则 $g[f(x)]$ 是 【 】.

A. 既不是奇函数, 又不是偶函数; B. 偶函数;
C. 有可能是奇函数, 也可能是偶函数; D. 奇函数.
- 曲线 $x = \sin t, y = \cos 2t$ 上对应于 $t = \frac{\pi}{6}$ 的点是 【 】.

A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$; C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$; D. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.
- 函数 $y = \ln \frac{1}{x}$ 在 $(0, 1)$ 内 【 】.

A. 是无界的; B. 是有界的; C. 是常数; D. 小于零.
- 下列各对函数中, 互为反函数的是 【 】.

A. $y_1 = \sin x, y_2 = \cos x$;

B. $y_1 = e^x, y_2 = e^{-x}$;

C. $y_1 = \tan x, y_2 = \cot x$;

D. $y_1 = 2x, y_2 = \frac{x}{2}$.

二、填空题

11. $\sin x \sin y =$ _____.

12. $\cos x \cos y =$ _____.

13. $\sin(2x) =$ _____.

14. $\cos(2x) =$ _____.

15. $\sin \frac{x}{2} =$ _____.

16. $\cos \frac{x}{2} =$ _____.

17. 设 $f(x) = x^2 + 1$, 那么 $f(x+1) =$ _____.

18. 设函数 $y = \arcsin \frac{x}{2}$ 那么函数的值域是 _____.

19. 设函数 $y = \arccos \frac{x}{2}$ 它的反函数是 _____.

20. 开区间 (a, b) 中每个点都是它的 _____ 点.

三、计算题

21. 设 $y = f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上以 2π 为周期的函数, 当 $-\pi \leq x < \pi$ 时, $f(x) = x$, 写出 $f(x)$ 的表达式.

22. 设 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + x^2$, 写出 $f(x)$ 的表达式.

23. 下列函数是由哪些基本初等函数复合而成的?

(1) $y = \sin^3 \frac{1}{x}$;

(2) $y = 2^{\arcsin x^2}$;

(3) $y = \lg \lg \lg \sqrt{x}$;

(4) $y = \arctan e^{\cos x}$.

第二节 数列的极限 (作业一)

一、单项选择题

1. 数列 $\frac{1}{n}\sin(n\pi^2)$ 的极限为 【 】

- A. π^2 ; B. 1; C. 不存在; D. 0.

2. 数列 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ 的一般项 a_n 为 【 】

- A. $1 + \frac{1}{n}$; B. $1 + \frac{1}{2n}$; C. $\frac{n}{n+1}$; D. $\frac{n+1}{n}$.

3. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + (-1)^n \frac{1}{2^n} \right] =$ 【 】

- A. 1; B. 0; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{3}{2}$.

4. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} \right] =$ 【 】

- A. 1; B. 0; C. $\frac{2}{3}$; D. $\frac{3}{2}$.

5. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) =$ 【 】

- A. $\frac{1}{4}$; B. $\frac{1}{2}$; C. 1; D. 0.

二、填空题

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n}) =$ _____.

7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n} =$ _____.

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^2-1} =$ _____.

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{3^n} =$ _____.

10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2^n} \right) =$ _____.

11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+(-1)^n}{n} =$ _____.

12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n =$ _____.

13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 1}{n^2 + 4n + 3} =$ _____.

14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} =$ _____.

15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 1}{n^2 - 2n + 2} =$ _____.

三、计算题

16. 用数列极限的 $\varepsilon - N$ 定义验证数列 $x_n = 2 + \frac{1}{n}$ 的极限是 2.

17. 求下列数列极限.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n);$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1)n(n+1)} \right];$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k;$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3}.$

第二节 数列的极限 (作业二)

一、单项选择题

1. 设数列 z_n 满足: 对任意的 n , $\frac{n}{\sqrt{n^2+n}} \leq z_n \leq \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n =$ 【 】

- A. 1; B. 2; C. e ; D. ∞ .

2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\sqrt{2+n^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+2+n^2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{1+n+n^2}} \right] =$ 【 】

- A. 1; B. 2; C. $\frac{1}{2}$; D. ∞ .

3. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n^2+1} + \frac{1}{n^2+2} + \cdots + \frac{1}{n^2+n} \right] =$ 【 】

- A. 1; B. 2; C. $\frac{1}{2}$; D. 0.

4. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{2n-1} \right)^2 =$ 【 】

- A. e ; B. e^2 ; C. $\frac{1}{4}$; D. $\frac{1}{2}$.

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n} \right)^{n+5} =$ 【 】

- A. e ; B. e^5 ; C. e^2 ; D. $\sqrt{e}$.

6. 因为 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$, 那么 $e^x =$ 【 】

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^{\frac{n}{x}}$; B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n$; C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^{nx}$; D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{\frac{n}{x}}$.

二、填空题

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2n} \right)^n =$ _____.

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \{n[\ln(n+1) - \ln n]\} =$ _____.

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3+\cdots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n-1} - \sqrt{n^2-n+1}) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、计算题

13. 求下列函数的极限。

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right); \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n - 2}{x^n + 2}.$$

14. 下列结论是否正确? 若正确, 请给出证明; 若不正确, 请举出反例

$$(1) \text{ 若 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |A|;$$

$$(2) \text{ 若 } \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |A|, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \ (A \neq 0);$$

$$(3) \text{ 若 } \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0;$$

$$(4) \text{ 若 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = A;$$

$$(5) \text{ 若 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1;$$

$$(6) \text{ 若对任何实数 } \alpha, \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha a_n = \alpha A, \text{ 则 } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A.$$