

半导体物理学

(第二版) 下册

■ 叶良修 编著

Semiconductor Physics
(Second Edition)
Part Two



高等教育出版社
Higher Education Press

半导体物理学

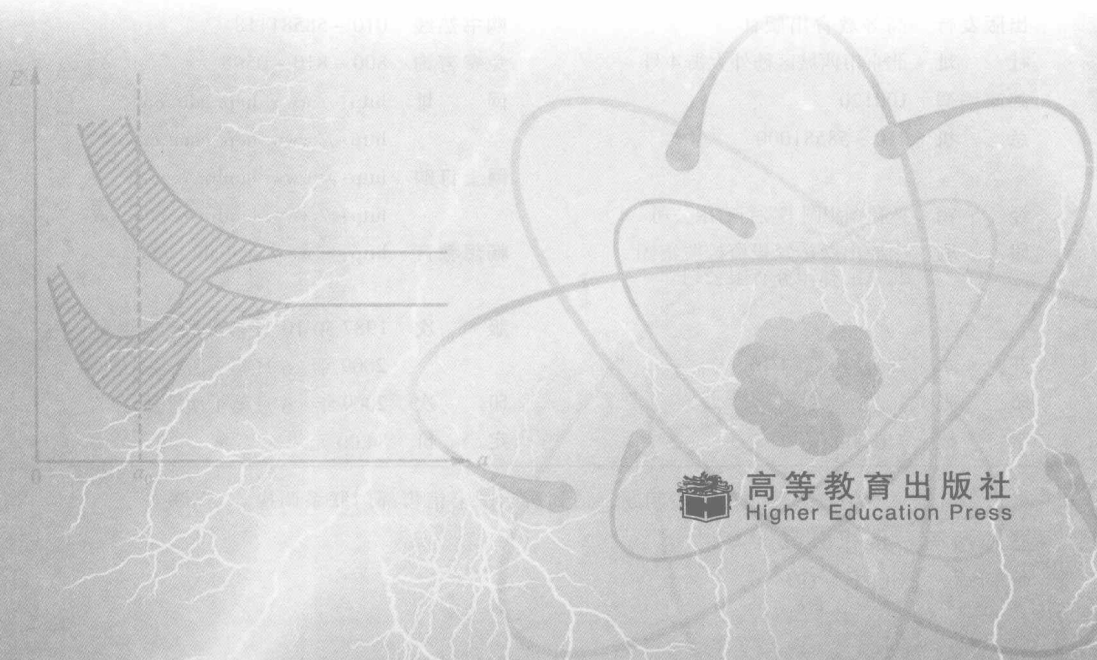
(第二版) 下册

■ 叶良修 编著

Semiconductor Physics

(Second Edition)

Part Two



高等教育出版社
Higher Education Press

内容提要

本书共十七章，分上下两册出版。上册主要涉及一些比较基本的内容，包括结构和结合性质，半导体中的电子状态，载流子的平衡统计，过剩载流子，接触现象，半导体表面和 MIS 结构，微结构和超晶格，半导体的光吸收，半导体的光发射等十章。下册则收入一些专题，包括载流子的散射，热现象，复杂能带输运，热载流子，强磁场下的输运和磁光现象，半导体中自旋相关的现象，非晶态半导体等七章。本书可供已学过固体物理的大学生、研究生以及有关方面的研究人员阅读、参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

半导体物理学. 下册/叶良修编著. —2 版. —北京: 高等教育出版社, 2009. 6

ISBN 978 - 7 - 04 - 026625 - 2

I. 半… II. 叶… III. 半导体物理学 - 高等学校 - 教材 IV. O47

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 062410 号

策划编辑 王 超 责任编辑 王 超 封面设计 杨立新
责任绘图 尹文军 版式设计 张 岚 责任校对 金 辉
责任印制 韩 刚

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
总 机 010 - 58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 中原出版传媒投资控股集团
北京汇林印务有限公司

开 本 787×1092 1/16
印 张 38.75
字 数 740 000

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版 次 1987 年 10 月第 1 版
2009 年 6 月第 2 版
印 次 2009 年 6 月第 1 次印刷
定 价 84.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究
物料号 26625 - 00

关于下册第二版的说明

和 1987 年版相比，新版有以下变动：征得张绮香的同意，原下册中“光的吸收和反射”、“半导体中的发光现象”两章经适当修改、补充后已移至上册。原“强场下的热电子”一章改名为“热载流子”，作了幅度较大的修改和补充，特别是对不同维度半导体中的激光激发的热载流子的动态行为及相关的实验方法作了较为仔细的介绍。这些内容也是半导体物理近年来所取得进展的一个重要方面。相关的研究方法在最近的自旋相关的现象等的研究中也发挥着重要的作用。对“载流子的散射”一章也作了一些补充。原书“磁光现象量子磁输运磁共振”一章改名为“强磁场输运和磁光现象”，做了适当的补充和改动。

和原书相比，新增加了一章：“半导体中自旋相关的现象”。作者对自旋相关的现象相对比较生疏。但鉴于这是现今半导体物理中发展颇为迅速的一个重要领域，所以还是尝试着编写了。由于时间过短，特别是未能在反复的教学过程中修改和提炼，错误和缺点在所难免。但愿能起到抛砖引玉的作用。此外对原书的一些其它章也未能进行重新审定。在此特向读者致歉。

作 者

2008 年 9 月 12 日

符 号 表

a	晶格常数; $\tau = a\epsilon'$ 中的常数因子; 玻尔半径
a^*	等效玻尔半径
A	面积; 微扰势的傅里叶系数
$\mathbf{A}$	矢势
b	迁移率比; 宽度; 磁阻参数
$B, \mathbf{B}$	磁感应强度
$\mathbf{B}^*$	有效磁感应强度
c	真空光速; 磁阻参数
c_l	纵弹性常数
c_t	切变模量
C	态密度 $C\epsilon^{1/2}$ 中的系数; 热容; 弹性常数张量
d	厚度; 磁阻参数
D	电位移; 变换矩阵; 扩散系数
D_i	i 谷的变换矩阵
D_n	电子扩散系数
e	电子电荷绝对值
$\mathbf{e}$	单位矢量
e^*	有效电荷
E	电子能量; 电场强度
$\mathbf{E}$	电场强度
E_c	导带边能量; 导带迁移率边
E_F	费米能级
E_f	终态能量
E_i	初态能量; 中间态能量
E_a	声电场
E_{ph}	声子曳引效应引起的附加温差电场

II 符号表

E_v	价带边能量；价带迁移率边
f	分布函数；占有概率；振子强度；有效质量近似波函数
f_c	导带电子占有概率
f_{ch}	导带空穴占有概率
f_v	价带电子占有概率
f_{vh}	价带空穴占有概率
F	力
g	态密度；朗德因子
g_{cv}	导带、价带联合态密度
h	普朗克常数
$\hbar$	$\hbar = h/2\pi$
h_{pz}	压电常数
H	哈密顿量
I	电流强度；重叠积分；光强
$j, \mathbf{j}$	电流密度
j_n	电子电流密度
j_p	空穴电流密度
J	声能流密度；粒子流密度；径向分布函数
$k, \mathbf{k}$	电子波矢
k_B	玻尔兹曼常量
$k_i, \mathbf{k}_i$	终态电子波矢
k_F	费米能级处电子波矢
K	压电耦合系数；
$\mathbf{K}_n$	倒格矢
L	长度；洛伦兹数
L_D	德拜长度
m_c	回旋有效质量
m_H	霍尔有效质量
m_l	纵向有效质量
m_r	约化有效质量
m_t	横向有效质量
m_0	自由电子质量
n	电子浓度；载流子浓度；折射率；朗道量子数；光子数
n_A	带尾定域态电子浓度
n_G	扩展态电子浓度

N_A	带尾定域态等效态密度
N_C	导带等效态密度; 扩展态等效态密度
N_I	电离杂质浓度; 位错密度
N_n	中性杂质浓度
p_h	重空穴浓度
p_l	轻空穴浓度
P	埃廷斯豪森系数; 单位体积功率消耗
P_H	平面霍尔系数
Q_N	能斯特系数
$\mathbf{r}$	位矢
r_H	霍尔因子
r_{ij}	黄昆方程组的系数
r_{sp}	单位能量间隔自发发射速率
r_∞	半无穷样品垂直反射率
R_H	霍尔系数
s	等价能谷数
S	熵; 形变; 输运熵; 里吉-勒迪克系数; 能量通量; 黄-李因子
t	时间
t_t	渡越时间
T_D	丁格尔 (Dingle) 温度
$v, \mathbf{v}$	速度
v_d	漂移速度
v_{phd}	声子漂移速度
v_s	声速
V	晶体体积; 电势; 势能
V_G	栅压
V_H	霍尔电压
V_N	能斯特电压
w	位移
$\mathbf{w}$	热流密度; 约化位移
$\mathbf{w}_{ph}$	和声子相联系的热流密度
W	跃迁概率; 微扰; 带宽
α	输运系数; 吸收系数; 波函数衰减常数; 精细结构常数; 极性偶合常数; 温差电动势率; 声衰减系数; 电子电离率; 电子电导率空穴电导率之比

IV 符号表

α_n	n 型半导体温差电动势率
α_p	p 型半导体温差电动势率
β	空穴电离率
Δ	自旋轨道分裂
ϵ_d	声学波形变势常数
ϵ_F	费米能级处电子动能；法拉第椭圆率
ϵ_g	禁带宽度
$\epsilon_{g\Gamma}$	Γ 点禁带宽度
ϵ_{gX}	X 点禁带宽度
ϵ_T	阈值能量
ϵ_v	佛克脱椭圆率
η	约化费米能, $\eta = (E_F - E_c)/kT$; 量子效率; 折射率实部; 比例分数
θ_D	德拜温度
θ_i	谷间声子温度
θ_l	纵光学声子温度
θ_v	佛克脱角
κ	热导率
κ_e	电子热导
κ_L	晶格热导
λ	波长; 声子自由程
λ_{ph}	声子平均自由程
μ	迁移率
μ_B	玻尔磁子
μ_d	漂移迁移率
μ_e	电子磁矩
μ_l	电离杂质散射迁移率; 谷间散射迁移率
μ_N	核磁子
ν_l	纵光学声子频率
Π	压阻张量; 帕耳帖系数
ρ	电阻率; 电荷密度; 密度; 原子密度
ρ_{II}	霍尔电阻
ρ_t	横向磁阻
σ	电导率; 汤姆孙系数; 泡利自旋矩阵
σ_{II}	霍尔电导率张量
σ_i	第 i 个谷的电导率

σ_{ij}	电导率张量元素
σ_M	磁阻电导率张量
σ_{ph}	光电导
σ_{RT}	室温电导率
τ	过剩载流子寿命；弛豫时间；时间常数
τ_{ph}	声子平均自由时间
τ_ϵ	能量弛豫时间
ω	角频率
ω_c	回旋频率
ω_{ec}	电子回旋频率
ω_{eh}	空穴回旋频率
ω_d	介电弛豫频率
ω_D	扩散频率
ω_l	纵光学声子角频率
ω_L	光角频率 拉摩频率
ω_t	横光学声子角频率
Ω	立体角；原胞体积

目 录

符号表	1
第 11 章 载流子的散射	1
§ 11.1 散射率	2
§ 11.2 屏蔽库仑势和电离杂质散射	9
§ 11.3 声学波形变势散射	19
§ 11.4 声学波压电散射	27
§ 11.5 光学波形变势散射和等价谷间散射	33
§ 11.6 极性光学波及其散射	42
§ 11.7 等离子体振荡和等离子体激元散射	54
§ 11.8 载流子之间的散射	59
§ 11.9 其它晶格缺陷的散射	63
§ 11.10 半导体中的各种散射机制	66
第 11 章参考文献	74
第 12 章 半导体中的热现象	81
§ 12.1 半导体的热导	81
§ 12.2 热电效应及其相互联系	92
§ 12.3 温差电动势率	98
§ 12.4 热磁效应	100
§ 12.5 声子曳引效应	109
第 12 章参考文献	112
第 13 章 复杂能带中的输运现象	115
§ 13.1 多谷带的电导、霍尔效应和磁阻	115
§ 13.2 半导体中的压阻效应	123
§ 13.3 声电效应	136

II 目录

附录 13.1 Herring - Vogt 变换	146
第 13 章参考文献	149
第 14 章 热载流子和相关现象	153
§ 14.1 热载流子和载流子温度模型	154
§ 14.2 能量弛豫机制和能量损失率	162
§ 14.3 蒙特卡罗模拟	176
§ 14.4 和谷间转移相关的热载流子输运现象	191
§ 14.5 雪崩击穿和碰撞电离	197
§ 14.6 热载流子的扩散	207
§ 14.7 激光产生的热载流子的弛豫	211
§ 14.8 研究载流子动态过程的超快光谱方法	220
§ 14.9 量子阱中热载流子的弛豫	234
§ 14.10 量子阱中热激子的动态过程	246
§ 14.11 量子点中电子空穴的弛豫	257
附录 14.1 第二类修正贝塞尔函数	271
第 14 章参考文献	272
第 15 章 强磁场输运和磁光现象	290
§ 15.1 磁量子化和自旋分裂	290
§ 15.2 纵向振荡磁阻	296
§ 15.3 横向振荡磁阻	302
§ 15.4 量子霍尔效应	311
§ 15.5 回旋共振	323
§ 15.6 磁 - 声子效应和强微波辐照场下的零磁阻	333
§ 15.7 振荡磁吸收	343
§ 15.8 几种其它磁光效应	353
第 15 章参考文献	364
第 16 章 半导体中自旋相关的现象	375
§ 16.1 自旋及其在磁场中的行为	376
§ 16.2 自旋 - 轨道相互作用	387
§ 16.3 稀磁半导体及其铁磁性	397
§ 16.4 电子自旋的光取向及自旋相关的光学现象	411
§ 16.5 自旋霍尔效应和其它自旋相关的输运现象	424

§ 16.6 自旋极化的电注入和探测	437
§ 16.7 自旋极化的弛豫	449
§ 16.8 核自旋 超精细相互作用	463
§ 16.9 自旋和量子计算	473
§ 16.10 自旋共振和自旋-核双共振在半导体中的应用	487
第 16 章参考文献	501
 第 17 章 非晶态半导体	 522
§ 17.1 非晶态半导体的结构	523
§ 17.2 非晶态半导体中的电子状态	529
§ 17.3 非晶态半导体中的输运现象	539
§ 17.4 非晶态半导体的光吸收	550
§ 17.5 非晶态 Si、Ge 中的隙态和掺杂效应	558
§ 17.6 硫系非晶态半导体	570
第 17 章参考文献	582
 索引	 590
 《半导体物理学(上册)》的若干修改	 601
 感谢	 605

载流子的散射

载流子永远不能脱离和周围环境的相互作用。源于各种相互作用的散射过程，几乎永远伴随着载流子的存在而存在。在第 3 章中，我们曾强调，平衡分布与具体的散射过程无关。但处于非平衡状态的半导体总是倾向于向平衡状态弛豫。而这种弛豫过程总是通过各种具体的散射过程来实现的。如在第 4 章中已看到的，这些散射机制决定着不同程度上偏离平衡的载流子的输运性质。各种半导体电子器件的工作都和半导体中载流子的非平衡状态相联系。从认真的意义上说，器件性质的某些方面都直接或间接和某些散射过程有关。因此载流子的散射的问题不仅具有基本的意义，而且具有广泛的实际意义。

在这一章中，我们进一步讨论半导体中各种散射机制，主要是各种类型的晶格散射和电离杂质散射。多年来由于在这个领域中大量的实验和理论研究，人们对半导体中各种散射过程已经有了相当深入的了解。尽管仍然还有许多新问题有待进一步解决，但在许多情形下已经能够对各种输运参量进行定量计算。这一章中我们将导出各种情形下的散射率（散射率的倒数又称为散射时间）或弛豫时间，并主要通过对三维情形的迁移率的讨论来了解各种散射机制的主要性质。在第 14 章中，我们还将讨论各种散射在能量弛豫过程中的作用。

讨论将主要采用简单的能带模型：具有球形等能面的抛物性带。考虑各种实际因素通常将要求复杂的计算，以至于数值计算。合金无序散射和表面粗糙散射已分别在 § 4.2 和 § 8.3 中讨论过，这里不再重复。

我们将从一般讨论载流子由一个状态散射到另一状态的跃迁率开始，得到包含跃迁矩阵元和能带参数的、不同情形下的散射率，以便后面各节中的应用。

§ 11.1 散射率

这一节将讨论在各种情形下和计算散射率有关的一些共性的问题, 包括非抛物性能带情形、二维电子气情形以及通过对声子波矢进行积分求散射率等.

由一个状态向另一个状态的跃迁率

在第 4 章的附录 4.1 中, 我们已经介绍了在微扰势 $V(\mathbf{x})$ 的作用下电子由一个状态 $\mathbf{k}$ (初态) 向另一个状态 $\mathbf{k}'$ (终态) 跃迁的跃迁率 $W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ (费米黄金定则)

$$W(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{k'k}|^2 \delta(\hbar\omega_{k'} - \hbar\omega_k \mp \hbar\omega_q) \quad (11-1-1)$$

式中 $\hbar\omega_k$ 和 $\hbar\omega_{k'}$ 分别是初态和终态电子的能量; $\hbar\omega_q$ 是晶体中传播的简谐振动的量子的能量, 如声子的能量. 这些振动会产生随空间位置和时间简谐变化的、能引起散射的微扰势. 式中的 + 号和 - 号分别对应于吸收和发射一个能量量子; 对于不随时间改变的散射势, $\hbar\omega_q$ 为零. $M_{k'k}$ 为跃迁矩阵元, 由下式给出

$$M_{k'k} = \int \psi_{k'}^* H \psi_k d\mathbf{x} = \int \psi_{k'}^* V(\mathbf{x}) \psi_k d\mathbf{x} \quad (11-1-2)$$

式中 H 和 $V(\mathbf{x})$ 为哈密顿量和散射势的空间部分, ψ_k 和 $\psi_{k'}$ 是波矢为 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{k}'$ 的布洛赫函数. 式(11-1-1)中的 δ 函数体现了跃迁中的能量守恒:

$$\hbar\omega_{k'} = \hbar\omega_k \pm \hbar\omega_q \quad (11-1-3)$$

由式(11-1-2), 带入布洛赫函数和简谐微扰势, 容易证明跃迁也将遵守准动量守恒:

$$\hbar\mathbf{k}' = \hbar\mathbf{k} \pm \hbar\mathbf{q} \quad (11-1-4)$$

简谐微扰势可写作以下形式

$$V(\mathbf{x}, t) = A_+(\mathbf{q}) e^{i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} - \omega_q t)} + A_-(\mathbf{q}) e^{-i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} - \omega_q t)} \quad (11-1-5)$$

$A_-(\mathbf{q}) = A_+^*(\mathbf{q})$. 在附录 4.1 中我们已经说明, 带入上述微扰势的空间部分和布洛赫函数后, $|M_{k'k}|$ 可写作

$$|M_{k'k}| = |A_\pm(\mathbf{q})| |I_{k'k} \delta_{k'-k = \pm q}| \quad (11-1-6)$$

即只有在满足式(11-1-4)的晶体动量守恒的条件下, 跃迁矩阵元才不为零. 对于不随时间变化的微扰势则有

$$|M_{k'k}| = |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})| |I_{k'k}| \quad (11-1-7)$$

$A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})$ 为散射势 $V(\mathbf{x})$ 的波矢为 $\mathbf{k}' - \mathbf{k}$ 的傅里叶分量的幅值. $I_{k'k}$ 为重叠积分:

$$I_{k'k} = \int u_{k'}^*(\mathbf{x}) u_k(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (11-1-8)$$

三维情形的散射率

载流子的散射率通常是动能 ϵ 的函数. 对于各向异性的散射, 如果散射强度只依赖于散射角 θ , 可引入微分散射率 $\lambda(\epsilon, \theta)$ 来描述散射的各向异性. θ 为初态波矢 $\mathbf{k}$ 和终态波矢 $\mathbf{k}'$ 之间的夹角. 微分散射率 $\lambda(\epsilon, \theta)$ 可由式 (11-1-1) 的跃迁率对终态 $\mathbf{k}'$ 的积分得到

$$\begin{aligned} \lambda(\epsilon, \theta) &= \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k'} |M_{k'k}|^2 \delta(\hbar\omega_{k'} - \hbar\omega_k \mp \hbar\omega_q) k'^2 dk' \\ &= \frac{V}{8\pi} \int \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k'} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 |I_{k'k}|^2 g(\epsilon) \delta(\epsilon' - \epsilon \mp \hbar\omega_q) d\epsilon' \\ &= \frac{V}{4\hbar} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 |I_{k'k}|^2 g(\epsilon') \\ &= \frac{Vmk'}{(2\pi)^2 \hbar^3} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \end{aligned} \quad (11-1-9)$$

$\mathbf{k}$ 空间态密度取为 $V/(2\pi)^3$ 而不是 $2V/(2\pi)^3$, 因为散射通常不改变自旋; 散射的各向异性包含在散射矩阵元之中, 即假设了 $|M_{k'k}|$ 是载流子的能量 ϵ 和散射角 θ 的函数, 从而将对 k' 的积分换成了对载流子终态能量 ϵ' 的积分, $g(\epsilon)$ 为包含两种自旋的态密度; 第四步假设了抛物性带. 对于抛物性带, 在带底附近 $u_{k'}(\mathbf{x})$ 和 $u_k(\mathbf{x})$ 相差很小, 因而有^{*}

$$|I_{k'k}|^2 \cong 1 \quad (11-1-10)$$

散射率可由就 $\lambda(\epsilon, \theta)$ 对散射角元 $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ 进行积分得到

$$\lambda = \int \lambda(\epsilon, \theta) d\Omega \quad (11-1-11)$$

要得到动量弛豫率, 只需将上式中的被积函数 $\lambda(\epsilon, \theta)$ 增加一个权重 $(1 - \cos\theta)$.

对于各向同性的散射, $|M_{k'k}|^2$ 只是载流子动能 ϵ 的函数, 而和散射角无关. 这时只需将式 (11-1-9) 的结果乘以 4π 就可得到散射率 λ ,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2\pi}{\hbar} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \frac{Vg(\epsilon')}{2} \\ &= \frac{Vmk'}{\pi \hbar^3} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \end{aligned}$$

^{*} 对于非抛物性能带 $|I_{k'k}|^2 < 1^{[1]}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2} V m^{3/2} \epsilon'^{1/2}}{\pi \hbar^4} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \\
&= \frac{\sqrt{2} V m^{3/2} (\epsilon \pm \hbar \omega_q)^{1/2}}{\pi \hbar^4} |A(\mathbf{k}' - \mathbf{k})|^2 \quad (11-1-12)
\end{aligned}$$

式中 k' , ϵ' , $g(\epsilon')$ 分别为终态波矢, 终态能量和终态态密度. 为了和以前定义的态密度保持一致, 以后 $g(\epsilon)$ 总是表示包含正反自旋的态密度. 考虑到散射通常不改变自旋, 进入散射率表示式的应是 $g(\epsilon')/2$.

对于 $\hbar \omega_q = 0$ 的弹性散射情形, 有 $\epsilon' = \epsilon$.

能带的非抛物性

虽然导带底附近的 $E - \mathbf{k}$ 关系通常可用抛物性关系描述, 但离开带底较远的能量范围内 $E - \mathbf{k}$ 关系会偏离抛物性. 能带的非抛物性可以有多方面的影响. 它会影响态密度, 较高能量处的态密度会因之增大, 从而使散射率增大; 加速度有效质量也会增加, 从而可影响自由飞行; 它还可影响决定散射率的跃迁矩阵元. 在对于导带非抛物性显著的、窄禁带的 InSb 的输运性质和光学性质的研究中, 人们早就认识到适当计入能带的非抛物性的重要性^[2] (参看图 9.7, 11.7, 11.36, 15.31, 15.51, 及相关的讨论).

能带的非抛物性通常借助于非抛物性系数 α , 由下式描述^[3,4]

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = (1 + \alpha \epsilon) \epsilon = \gamma(\epsilon) \quad (11-1-13)$$

α 通常具有正值. 显然 $\alpha \epsilon$ 愈大, 偏离抛物性愈显著. 对于 Γ 谷, α 由下式给出^[4]

$$\alpha = \frac{1}{\epsilon_{\Gamma}} \left(1 - \frac{m}{m_0} \right)^2 \quad (11-1-14)$$

GaAs 的 α 值约为 0.6 eV^{-1} . 非抛物性导致态密度有效质量 m 随 ϵ 的增加而增加.

晶体中电子状态数和能量之间有以下关系

$$dN \propto k^2 dk \propto k^2 \frac{dk}{d\epsilon} d\epsilon \quad (11-1-15)$$

利用式 (11-1-13), 由上式可得非抛物性带态密度 $g(\epsilon) = dN/d\epsilon$ 为

$$g(\epsilon) \propto D(\epsilon) = \epsilon^{1/2} (1 + \alpha \epsilon)^{1/2} (1 + 2\alpha \epsilon) \quad (11-1-16)$$

两个括号因子使高电子能量处的态密度显著增加.

可以计算出非抛物性带的 $|I_{k'k}|^2$ 为^[4]

$$|I_{k'k}|^2 = \frac{(1 + \alpha \epsilon)^{1/2} (1 + \alpha \epsilon')^{1/2} + \alpha \epsilon^{1/2} \epsilon'^{1/2} \cos \theta}{(1 + 2\alpha \epsilon)(1 + 2\alpha \epsilon')} \quad (11-1-17)$$

式中 ϵ' 为终态电子能量, θ 为散射角.

准二维情形的散射率

对于二维情形的散射问题要说明的是, 和均匀的块状晶体相比, 异质界面、量子阱和超晶格的存在可影响声子模的能谱及其空间分布^[5], 可存在所谓界面模(在异质界面传播)、约束模(量子阱)^[6]、折叠模(超晶格)等. 很早就观察到了 Si-SiO₂ 界面的界面声子对沟道电子输运性质的影响^[7]. 在低维结构中, 局域声子模可在载流子的弛豫中有重要作用, 可使热声子效应增强. 这里顺便提到, 在混合晶体中可存在分裂的声子模, 例如在 AlGaAs 中 LO、TO 声子分裂为类 GaAs 和类 AlAs 的合金模. 在 GeSi 合金中, 既具有 Ge 的光学振动模, 又存在 Si 的振动模, 它们分别和 Ge-Ge 键及 Si-Si 键相联系. 还出现了和 Si-Ge 键相联系的光学振动模^[8]. 对于这些专门问题, 我们这里不做进一步的讨论. 讨论将基于均匀晶体中的声子模谱. 实际上只要局域化的声子模谱以及它们所引起的散射势为已知, 散射问题的处理和体声子是类似的.

对于二维电子气情形, 散射率仍可利用式(11-1-1)的跃迁率来求得. 在二维电子气的情形下, 若把垂直于异质界面的方向规定为 z , 分别用 $\mathbf{x}$ 和 $\mathbf{k}$ 表示二维的坐标和波矢, 则第 n 个二维子带的电子的有效质量波函数可表示为

$$f_n(\mathbf{x}, z) = \frac{1}{S^{1/2}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \zeta_n(z) \quad (11-1-18)$$

式中 S 为二维电子气所涉及的面积, $\zeta_n(z)$ 为 z 向波函数. 在准二维情形下, 一般来说, 载流子可分布在不同的二维子带. 处于某一个二维子带中的载流子, 不仅会经受带内散射, 还会经受带间散射.

考虑式(11-1-5)类型的简谐性散射势, 例如声子引起的散射势. 用 $\mathbf{q}$ 和 q_z 分别表示二维平面内和垂直于二维平面的声子波矢的分量. 与波矢为 $(\mathbf{q}, q_z)$ 的声子相联系, 由第 m 个二维子带波矢为 $\mathbf{k}$ 的初态跃迁到第 n 个子带波矢为 $\mathbf{k}'$ 的终态的散射矩阵元 $M_{k'k}^{nm}$ 可写作

$$M_{k'k}^{nm}(q_z) = A_z(\mathbf{q}, q_z) G_{nm}(q_z) \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k} \pm \mathbf{q}} \quad (11-1-19)$$

上式中的 $G_{nm}(q_z)$ 可以具体写作

$$G_{nm}(q_z) = \int \zeta_n(z) e^{iq_z z} \zeta_m(z) dz \quad (11-1-20)$$

$G_{nm}(q_z)$ 的量纲为 1, 它实际上正比于对 $\zeta_n(z) \zeta_m(z)$ 进行傅里叶分析所得到的谱. $|G_{nm}(q_z)|^2$ 称为形状因子. 它反映了不同 q_z 值的声子在散射中作用的强弱.

对于类三角势阱情形, 基态波函数可用下式近似^[9]

$$\zeta_1(z) = \frac{z}{\sqrt{2a_1^3}} \exp\left(-\frac{z}{2a_1}\right) \quad (11-1-21)$$

电子和异质界面的平均距离为 $3a_1$. 可得 $|G_{11}(q_z)|^2$ 为 $(1 + q_z^2 a_1^2)^{-3}$.