简明数学史

JIANMINGSHUXUESHI

The Concise History of Mathematic

编著者　刘经国　孙明谔
张建民

河南教育出版社

简明数学史

刘经国 孙明诗
张建民
编著

河南教育出版社

目　录

绪论

一、数学史的分期

数学从科学、哲学中逐渐分离出来而成为一个独立的科学体系，已经大约有2600多年的历史。如果追溯到数学原理的应用、几何图形的绘制，则更有6000到7000年的历史，在数千年漫长的数学发展史中，有兴旺，有衰落，有时象涓涓流水，有时如汹涌澎湃的江河。在数学发展的进程中，有时春光明媚、道路宽阔，有时风雪交加、道路坎坷。数学工作者在献身数学事业的过程中，有苦闷、有欢乐，相互之间有激烈的争论、有亲密的合作。

数学的数千年史大体上可作如下分期：

1．萌芽时期（大约在公元前5、6世纪以前）。这个时期算术、几何开始逐渐形成，特点是简单的推理。

2．常量数学时期（大约在公元前5世纪到公元后17世纪中叶）。这个时期前后延续了二千多年。在这个时期中不仅数学已成为独立的学科，而且代数、几何、三角等都成为比较独立的学科，都有很丰富的内容，先是希腊的几何，后来是代数。这个时期几何逻辑为其突出特色。另外素数理论已经出现，阿基米德（Archimedes）计算了弓形面积，出现了二项式定理、对数、十进对数、无理数、复数等。

3．变量数学时期（大约在17世纪中叶到19世纪20年代）其主要表现为：

① 对运动的研究。伽里略（G.Galilei）落体定律的出现，变量、函数的引进，速度、切线、面积、体积的研究。

② 第一个决定性步骤是笛卡尔（R.Descartes)的变数。恩格斯对此有高度的评价："数学的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了，而它们也就立刻产生，并且是由牛顿和莱布尼茨大体上完成，但不是由他们发明的。"主要标志是1637年笛卡尔方法论的发表。

③ 第二个决定性步骤是微积分的出现。主要标志是1665年牛顿（I.Newton）的文章中出现了"流数术"，1687年他发表了划时代的《自然哲学的数学原理》。随后，莱布尼茨（G.W.Leibniz）发表了求极大极小值及切线的新方法，1684年发表了关于微分学的文章，1686年发表了关于积分学的文章。18世纪数学发展异常迅速，一片繁荣景象，微分方程、积分方程、函数论、级数、变分法等方面的研究成果应接不暇，同时出现了以伯努利（Bernoulli）家族所得成果为标志的概率论。

4．近代数学时期(19世纪20年代到第二次世界大战)。18、19世纪之交，数学的研究已经硕果累累，到了19世纪20年代，出现了一系列重大变化，分析、代数、几何都出现了重大突破，发生了质的变化，其主要标志是：

① 从欧氏几何第五公设的结论引出了罗氏几何、黎曼

几何，从现实空间到数学的抽象空间，拓扑空间。希尔伯特（D.Hilbert）公理体系出现。

② 代数的质变：从数量集合到抽象集合，从数的加减到集合的运算。群、环、域等代数系统结构得到研究，其主要标志是伽罗华（E.Galois）群论。

③ 分析基础的质变：极限得到精确后，康托（G.Cantor）的集合论、实变函数论、微分方程的庞加莱（H.Poincare）—李雅普诺夫(A.M.Ляпунов)的定性理论出现，新的综合学科—泛函分析产生。微分方程使得拉普拉斯(P.S.M.Laplace)的决定论出现，并为哲学所引用。另外拓扑逻辑概率论、复变函数论也得到很快发展

5．现代数学时期（20世纪40年代以来）。这个时期的主要特点是：

① 纯数学方面出现了一些重大突破。如连续统假设、大基数问题。

② 应用数学分支大量涌现和发展。如计算数学、对策论、规划论、运筹学、信息论、控制论、生物数学、经济数学等等。其出现、发展和运用都是非常迅速而广泛的。

③ 各种新的数学思潮的出现。如非标准分析、模糊数学、突变理论、结构数学等等。

④ 电子计算机应用于数学的证明与实验。1976年阿佩尔（Appel）等用计算机证明一个多世纪以来没有解决的著名的“四色猜想”，开创了机器证明的光辉典范。我国数学家吴文俊在机器证明方面，作了一些重要的工作。

⑤ 数学更加广泛深入地应用于其它学科。如生物学、医学、经济学、语言学等等。

二、一部充满哲理、充满诗意、充满挫折的数学史

数学史充满哲理。数学的发展与历代的哲学有着密切的联系，哲学进入数学，推动着数学的发展，数学的发展，又极大地丰富了哲学的深度和广度。历史上许多伟大的数学家，诸如毕达哥拉斯（Pythagoras）、亚里士多德（Aristotle）、芝诺（Zeno）、笛卡尔、莱布尼茨、希尔伯特、罗素（B.Russell）等人又都是伟大的哲学家。世界上许多伟大的哲学家都精通数学，马克思和恩格斯就是光辉的典范。数学中最基本的概念，几乎都属于哲学的范畴，用哲学观点来理解时、空、点、线、测度、连续、离散、潜无限、实无限、无穷小、无穷大、微分、积分，才能正确掌握这些概念的本质。

数学并不是一堆没有思想、没有活力、更没有感情的符号，恰恰相反，从数学的发展史中可以看出：数学和数学的发展，不仅充满感情，而且颇有诗意。翻开数学史，可以看到，世界上有多少数学工作者，为了生产力的发展，人类的需要，激情满怀，情绪高昂，演出一幕又一幕可歌可泣的数学史诗。古希腊数学家阿基米德（Archimedes）热爱数学，如醉如痴，热爱祖国，奋勇献身，当罗马帝国士兵用枪口对准他的时候，他还潜心地在地上画图，并怒斥道："不要弄坏了我的图"，最后被罗马士兵用剑杀死。18世纪数学的中心人物之一欧拉（L.Euler），终生为数学事业奋斗，在数学的所有分支都留下他光荣的名字，长期的疲劳，使他双目失明，在双目失明后的17年中，他仍然忘我的献身于数学事业，硕果累累，直到生命最后一息。幻方学家阿当斯从1910年起开始研究"六角幻方"，专心致志，坚持不懈，

年之后才在病床上得到成功，但不幸成果遗失，又经过五年奋斗，终于在1962年重新获得成果，喜得阿当斯老泪纵横，大哭大笑。我国数学家华罗庚，出身学徒，仅初中毕业，但由于对数学充满激情，终于成为世界出名的数学家，他把对数学的爱和对人民的爱高度地结合，直到花甲之年还奔波四方，远行万里，为推广两法而不惜自己的一切。广大数学工作者充满激情的奋斗，为人们谱下了一曲又一曲数学乐章，写下了一首又一首妙不可言的数学诗。恩格斯曾经说过："黑格尔是辩证法的诗，傅利叶(J.B.J.Fourier)是数学的诗"。其实，写数学诗的何止一个傅利叶，数学中各个部分之间的和谐，对称，井然有序，统一协调，恰到好处的平衡，都是一首首好诗。象$\Gamma(n+1)=n!$，$\Gamma(1+\frac{1}{2})=\Gamma(\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$，$e^{i\pi}+1=0$，$\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}$等美妙的公式怎么能不给我们以诗的感受，象对数螺线、裴波那及契数列、黄金分割怎么能不给我们以美的欢乐，象哥德巴赫猜想、费马最后定理、四色问题、多阶幻方怎么能不给我们以醉心的向往。

数学史充满斗争和挫折、勇气和创造。翻开数学史，一件件惊心动魄的史实告诉我们，数学的发展很少有风平浪静的时刻，每前进一步，都充满斗争和挫折。特别在重大突破的关键时刻，不仅会遇到世俗观念的阻碍，还会遇到数学界传统观念的非难，数学家本人也会犯错误。天文学家兼数学家伽利略，被罗马教皇夺去了生命，解析几何的创始人笛卡尔受到教会的残苦迫害，第一个发现无理数的希伯斯（Hippasus）被毕达哥拉斯的忠实信徒们抛进了大海。其他如牛顿、莱布尼茨创建的微积分学、罗巴切夫斯基（Н.И.Лобачевский）创建的非欧几何、康托创建的集合论，当初都受到诽难与攻击。著名的数学家哥西（A.L.Cauchy）在论证函数项级数收敛性曾犯过错误。优秀数学家兼物理学家哈密顿（W.R.Hamilton）也曾为“四色问题”冥思苦想13年而不得其果。但是，广大数学工作者并没有被困难、挫折、诽谤、迫害所吓倒，而是充满勇气，充满创造，劈荆斩棘，克服种种困难，推动数学的车轮滚滚向前。罗巴切夫斯基不顾当年“荒谬绝论”“伪科学”“莫明其妙”的嘲讽和诽谤，坚信自己科学新论的正确性，不遗余力地丰富、发展和捍卫非欧几何，直累得老眼失明，但仍要口授他生命和智慧的结晶——《泛几何学》。射影几何的创始人彭色列（J.V.Poncelet）关于射影几何的主要论点，不是产生于宁静的校园和研究所，而是产生于缺笔、少纸的牢房里。出身低下，生活贫困的阿贝尔（N.H.Abel）22岁在证明“一般五次以上的代数方程不存在根式解”这个长达二百多年之久的数学难题后，竟找不到发表他论文的场所，不得不缩短论文而自己出钱印刷。对数的发明者纳伯尔（J.Napier）为了减轻别人计算的繁难，他在计算中渡过了生命的最后20年。陈景润的“1＋2”研究产生于我国动乱的年代；陆家羲解决“斯坦纳系列”是在困难的中学教学生涯中。

这样一部数学史，读者会受到什么启迪？生活在80年代的同志们定会三思。

三、了解数学史是数学工作者，特别是数学教师必要的

修养。

作为一个数学工作者，特别是现在和未来的数学教师，应该懂一点数学史。因为，一个数学工作者、一个数学教师，不仅需要具备应有的数学专业知识，而且应当了解一点数学发展进程，知道一点数学发展规律，懂得一点数学方法论，了解一些数学家的简历及其数学思想。特别是现在和未来的数学教师，不仅需要足够的数学专业基础知识，而且还需要教学艺术，需要对数学及其教学有充沛的热情。教学艺术，除纯教学法的一个方面外，还有教师本人对数学的热爱，对数学科学的激情。同时还应引导学生热爱数学，热爱数学学习。为此，学习数学史，了解数学在它的发展道路上的风风雨雨，是非常有益的。

目前，数学专业的毕业生，不少人对数学史上关于欧氏公设的讨论、微积分的创建与争论、康托无限集理论的形成、戴德金（R.Dedekind）分划的重大科学意义都少有所知，对连续统假设、选择公理、哥德尔不完全性定理、控制论、信息论的科学和哲学意义感到茫然，对历史上的欧几里得（Euclid）、帕斯卡（Pascal）、笛卡尔、费马（P.de Fermat）、牛顿、莱布尼茨、欧拉、哥西、克莱因（F.Klein）、希尔伯特、庞加莱以及现代的维诺(N.Wiener)、罗索、冯·诺依曼（Von Neumann）等人的工作、个人特点很少了解，至于对我国古代数学及数学家祖冲之、刘徽、杨辉、秦九韶、徐光启、李善兰等的了解更感不足。这些，不能不说是中华民族为数不多的数学专业毕业的大学生的缺陷。因为了解这些知识，那怕是了解其大致轮廓，的确是数学教师必要的修养。

基于类似的道理，工作在其它岗位上的数学爱好者，也应当了解一点数学史。

第一篇　数学的萌芽与常量数学时期

第一章　远古在数学上有贡献的几个民族

世界公认的四大文明古国，中国、埃及、印度、巴比伦，其文明程度的主要标志之一就是数学的萌芽。他们是数学的故乡，是人类文明的发源地。这一章，我们简述埃及、印度、巴比伦的数学萌芽，下一章我们专论古代中国在数学上的贡献。另外，古希腊无疑是在数学上有贡献的民族，他作为几何学的发源地，也将专章论述。

§1　埃及与金字塔之迷

一般所称，埃及的几何、测量起源于尼罗河泛滥之说，出自公元前5世纪希腊“历史之父”希罗多德的《历史》一书。而对埃及古代数学的了解，主要根据上一世纪中期和末

期发现的两卷象形文字写成的纸草书。一卷是苏格兰人兰德（Rhind）于1858年获得，故称“兰德草卷”，有人考证是古埃及人在公元前1650年前后写成的，包含85个数学问题。另一卷是俄国人格列尼切夫（Голеничев）于1893年获得的，并于1912年存入莫斯科博物馆，故称“莫斯科草卷”，据认为它比“兰德草卷”还早2世纪，包括25个数学问题。从这两类文献中，可以看出古埃及数学主要有如下几项内容：

1．采用了十进位的记数法，但不是位值法，而是“积累法”。

2．计算上主要是加法和乘法。乘法是所谓“位乘法”，例如，11×7时，分别用11乘2、4（即每次倍之），然后将后者加在原数上求得，用现代的方法表示，即

$$11\times 7=11\times 1+11\times 2+11\times 4=11+22+44=77$$

3．分数运算是独特而复杂的，所有分数均被简化为分子是1的所谓“单位分数”之和，例

$$\frac{2}{7}=\frac{1}{4}+\frac{1}{28},\quad \frac{2}{97}=\frac{1}{56}+\frac{1}{679}+\frac{1}{776}$$

由此判断，当时一定存在一种特殊的辅助用表，来帮助古埃及人获得这些结果。

4．有类似于等差数列、等比数列、一元一次方程等问题。

5．几何上多是讲度量法，涉及到田地的面积、谷仓的容积和有关金字塔的计算。古埃及人已知道：三角形面积等于底乘高之半；直径为d的圆面积按（$d-\frac{d}{9}$）^{2}计算，即给出圆周率$\pi=\frac{256}{81}=3.1605$；在计算圆柱体、圆锥体体积