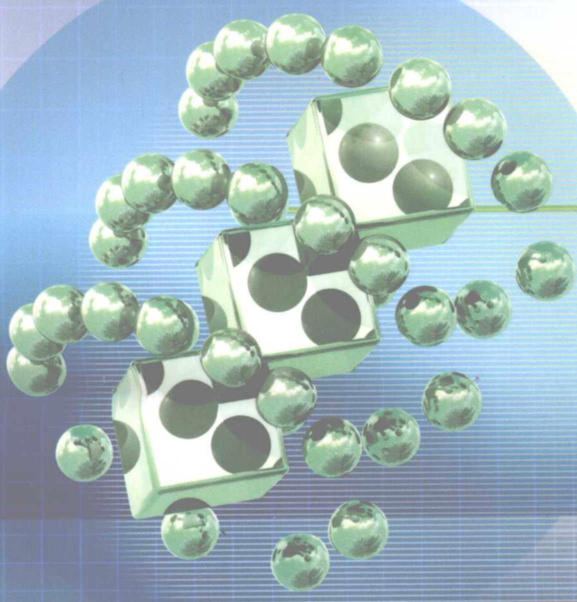
普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学数学——微积分

(第二版) 上册



吉林大学数学学院
李辉来　王国铭　白　岩　主编

高等教育出版社

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

大学数学——微积分

（第二版）

上册

吉林大学数学学院
李辉来　王国铭　白　岩　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材。本次再版借鉴了近些年出版的“面向21世纪课程教材”和普通高等教育“十五”国家级规划教材的成功经验，在第一版的基础上吸收了国内外同类教材的精华，致力于加强基础、强化应用、整体优化、注重后效，力争做到科学性、系统性和实用性的统一，传授数学知识和培养数学素养的统一；在体系和内容上，认真分析了不同专业和不同学时的授课对象的需求，对有关内容和习题做了较好的处理。

本书的主要内容有：预备知识、极限与连续函数、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分和空间解析几何。

本书可作为高等学校非数学类理工科各专业的教材或教学参考书，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

大学数学. 微积分. 上册 / 李辉来, 王国铭, 白岩主编.
— 2 版. — 北京: 高等教育出版社, 2009. 7
ISBN 978-7-04-027254-3

I. 大···　II. ① 李···　② 王···　③ 白···　III. ① 高等数学 - 高等学校 - 教材 ② 微积分 - 高等学校 - 教材
IV. O13　O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 077581 号

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京泽明印刷有限责任公司	畅想教育	http://www.widedu.com
		版　　次	2004 年 7 月第 1 版
开　　本	787×960　1/16		2009 年 7 月第 2 版
印　　张	22.75	印　　次	2009 年 7 月第 1 次印刷
字　　数	420 000	定　　价	24.60 元

物料号　27254-00

《大学数学》系列教材编委会

第二版前言

《大学数学》系列教材面世已经 5 年了。在此期间, 有不少高校同行在使用本系列教材的过程中提出了许多宝贵意见, 结合过去的 5 年我们使用本系列教材的教学实践经验和近几年大学数学课程改革的一些新动态, 编委会决定对本系列教材进行修订、完善。新版列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

这次修订的指导思想是: 1. 保持原书风格与特色, 力求叙述简洁明了, 把基础知识尽可能地交待透彻。2. 在加强理论知识系统性的同时, 尽可能突出数学思想方法的讲授, 删繁就简。3. 突出数学应用的广泛性, 提高数学技术应用的深度和技巧。

本次重点修订了行文体例和文字叙述, 使全书行文尽可能地浑然一体, 前后贯通; 对第一版中的文字表述进行了细致的推敲修改, 改正了许多文字错误, 删除了不准确的文字表述, 力图使得数学概念、数学方法和技巧的叙述准确无误, 简单易懂。

李辉来主持修订了《微积分》(上册) 的第二版。

在本书的修订过程中, 得到了吉林大学数学学院和高等教育出版社数学分社的大力支持和帮助, 吴晓俐女士承担了本系列教材修订的编务工作, 在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平所限, 书中的错误和不当之处, 敬请读者批评指正。

《大学数学》系列教材编委会

2009 年 1 月

第一版前言

《大学数学》系列教材是普通高等教育“十五”国家级规划教材。本系列教材共四册:《微积分》(上、下)、《线性代数》和《随机数学》。

本系列教材的编写体现了时代的特点。本着加强基础、强化应用、整体优化、注重后效的原则,力争做到科学性、系统性和可行性的统一,使传授数学知识和培养数学素养得到了较好的结合。

本系列教材是在吸取国内外同类教材的精华,借鉴近几年我国出版的一批“面向 21 世纪课程教材”成功经验,结合作者在吉林大学多年数学教学教研的具体实践,针对非数学类理工科大学生的特点编写的。

本系列教材内容充实,可作为高等学校非数学类理工科各专业的教材或教学参考书。在教材体系与内容的编排上,认真考虑了不同专业、不同学时的授课对象的需求,对数学要求较高的物理、计算机、电子等专业原则上可讲授本教材的全部内容,其他专业可以在不带“*”号的内容中,根据实际需要选择适当的章节讲授,每章后面所配备的习题分成两类,其中 (A) 类是体现教学基本要求的习题;(B) 类是对基本内容提升、扩展以及综合运用有关知识的习题。与教材中“*”号内容相应的习题用“*”号做了标注。本书的最后给出了习题参考答案或提示,供读者参考。

《微积分》上册的一、二章由李辉来编写,三、四章由李忠范编写,五、六章由王国铭编写,第七章由白岩编写。

在《大学数学》系列教材的编写过程中,得到了吉林大学教务处的大力支持。数学学院尹景学教授为本套教材初稿的版面设计、软件培训提供了悉心的技术指导,公共数学教学与研究中心副主任吴晓俐女士承担了本系列教材初稿的编务工作,研究生王军林、孙鹏、任长宇、李明、柯长海、吴刚、姜政毅及湖北大学郑巧仙老师完成了本系列教材初稿的排版制图工作,在此一并致谢。作者要特别感谢高等教育出版社高等理科分社的领导和编辑们,他们对本系列教材的编辑出版工作给予了精心指导和大力支持。

由于我们水平所限,书中的错误和不妥之处,恳请广大读者批评指正,以期不断完善。

《大学数学》系列教材编委会

2004 年 5 月

目　　录

第一章 预备知识

作为学习微积分的预备知识, 我们在本章中讲述集合、映射及函数的概念, 介绍一些常用的逻辑符号. 这些知识虽然在中学都学过, 但有必要进一步加深理解, 为学好大学数学奠定坚实的基础.

§1 实 数 集

集合是数学的一个基本概念, 是学习微积分的基础知识. 本节介绍集合的概念与运算、实数集与实数的完备性, 以及确界公理.

1.1 集合

我们把具有某种特性的事物或对象的全体称为一个**集合**, 构成集合的事物或对象称为集合的**元素**. 例如, 一个班级里的全体同学就组成一个集合, 每一位同学都是该集合中的一个元素; 全体实数组成一个集合, 称为实数集, 每一个实数都是实数集的一个元素.

通常用大写字母 A, B, C, X, Y 等表示集合, 用小写字母 a, b, c, x, y 等表示集合的元素. 对于给定的集合, 集合的元素是确定的. 任何一个事物或对象, 它或者是集合中的元素, 或者不是集合中的元素, 二者必具其一. 当对象 a 是集合 A 中的元素时, 就说 a 属于 A, 记为 $a \in A$; 当 a 不是集合 A 中的元素时, 就说 a 不属于 A, 记为 $a \overline{\in} A$ (或 $a \notin A$). 例如以 $\mathbf{R}$ 表示实数集, 则数 1 是 $\mathbf{R}$ 中的元素, 即 $1 \in \mathbf{R}$, 而虚数 i 不是 $\mathbf{R}$ 中的元素, 即 $\mathrm{i} \overline{\in} \mathbf{R}$.

含有有限个元素的集合称为**有限集**; 不含任何元素的集合称为**空集**, 记为 $\varnothing$; 既不是有限集又不是空集的集合称为**无限集**.

集合可以用不同的方法来表示, 最常用的有两种: 列举法和描述法. 列举法是将集合的所有元素列举出来, 写在花括号内. 如整数集可以表示为

$$\mathbf{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \cdots\}.$$

描述法是将集合的元素所具有的性质描述出来, 一般写法为

$$A=\{x \mid x \text{ 所具有的性质}\},$$

例如, 在平面直角坐标系中, 直线 $x+y-1=0$ 上所有点构成的集合, 可以写成

$$A=\{(x,y) \mid x+y-1=0, x \text{ 与 } y \text{ 均为实数}\}.$$

如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素, 则称 A 是 B 的**子集**, 记为 $A\subset B$, 读作 B 包含 A 或 A 包含于 B. 当 $A\subset B$ 且 $B\subset A$ 时, 称集合 A 与集合 B **相等**, 记为 $A=B$.

如果在某问题的整个研究过程当中, 所论及的集合都是某一集合 U 的子集, 则称集合 U 为**全集**. 本书是以实数集为全集展开讨论的.

1.2 集合的运算

给定集合 A 与 B, 集合

$$\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

称为 A 与 B 的**并集**, 记为 $A\bigcup B$.

集合

$$\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

称为 A 与 B 的**交集**, 记为 $A\bigcap B$.

集合

$$\{x \mid x\in A \text{ 但 } x\overline{\in} B\}$$

称为 A 与 B 的**差集**, 记为 $A\setminus B$.

从上述定义可以看出, $A\bigcup B$ 就是 A 与 B 的所有元素放在一起组成的集合; $A\bigcap B$ 就是 A 与 B 的公共元素放在一起组成的集合; $A\setminus B$ 就是在 A 中去掉属于 B 的元素后, 余下的元素组成的集合. 显然

$$A\setminus B\subset A\subset A\bigcup B, \quad A\bigcap B\subset A.$$

集合 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i=A_1\bigcup A_2\bigcup\cdots\bigcup A_i\bigcup\cdots$ 表示集合 $A_1,A_2,\cdots,A_i,\cdots$ 的所有元素放在一起组成的集合. 而 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i=A_1\bigcap A_2\bigcap\cdots\bigcap A_i\bigcap\cdots$ 表示集合 A_1, $A_2,\cdots,A_i,\cdots$ 的公共元素组成的集合.

集合的运算满足如下规律:

1° $A\bigcup B=B\bigcup A$, $A\bigcap B=B\bigcap A$;

2° $(A\bigcup B)\bigcup C=A\bigcup(B\bigcup C)$, $(A\bigcap B)\bigcap C=A\bigcap(B\bigcap C)$;

3° $A\bigcap(B\bigcup C)=(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$, $A\bigcup(B\bigcap C)=(A\bigcup B)\bigcap(A\bigcup C)$;

4° $A\bigcup A=A$, $A\bigcap A=A$, $A\bigcup\varnothing=A$, $A\bigcap\varnothing=\varnothing$;

5° 若 $A_i\subset B(i=1,2,\cdots)$, 则 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i\subset B$;

6° 若 $A_i\supset B(i=1,2,\cdots)$, 则 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i\supset B$.

以上运算规律请读者自行加以证明.

1.3 实数集

非负整数组成的集合称为**自然数集**, 记为 $\mathbf{N}$, 即

$$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots,n,\cdots\}.$$

所有整数组成的集合称为**整数集**, 记为 $\mathbf{Z}$, 它包含正整数、负整数和零, 即

$$\mathbf{Z}=\{0,\pm1,\pm2,\cdots\}.$$

两个整数相除 (分母不为零) 所得的数称为有理数, 全体有理数组成的集合称为**有理数集**, 记为 $\mathbf{Q}$, 即

$$\mathbf{Q}=\{x\mid x=\frac{p_1}{p_2};\ p_1,p_2\in\mathbf{Z},\ p_2\neq0\}.$$

如果用十进制数来表示有理数, 则这些数或者是有穷的, 或者具有无限循环的小数. 例如 $\frac{1}{2}=0.5$, $\frac{1}{3}=0.333\,3\cdots$. 反之, 有穷小数或无限循环小数都可以化成分数 (两个整数相除), 即它们为有理数.

在数轴上, 有理数对应的点称作有理点. 任何两个有理点之间必然还有有理点. 事实上, 任取 $a,b\in\mathbf{Q}$ 且 $a\neq b$, 则 $c=\frac{a+b}{2}$ 介于 a 与 b 之间, 且 c 为有理数, 即 $c\in\mathbf{Q}$. 上述性质称为有理数的**稠密性**.

我们称无限不循环小数为**无理数**, 如 $\sqrt{2}=1.414\,213\,56\cdots$, $\pi=3.141\,592\,6\cdots$, $\mathrm{e}=2.718\,281\,828\,459\,045\cdots$ 等都是无理数.

有理数与无理数的全体称为**实数**, 全体实数组成的集合称为**实数集**, 记为 $\mathbf{R}$. 实数集 $\mathbf{R}$ 中的每一个实数都与数轴上的点一一对应.

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\text{(无限不循环小数).}\end{cases}$$

下面介绍实数的绝对值及其性质.

实数 x 的绝对值记为 $|x|$, 它的定义如下:

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ 0, & x = 0, \\ x, & x > 0. \end{cases}$$

$|x|$ 就是数轴上点 x 到原点的距离.

实数的绝对值具有如下性质:

1° 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $|x| \geqslant 0$. 当且仅当 $x = 0$ 时, 才有 $|x| = 0$;

2° 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $|-x| = |x|$;

3° 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $-|x| \leqslant x \leqslant |x|$;

4° 设 $a > 0$, 则 $|x| < a$ 的充分必要条件是 $-a < x < a$;

5° 设 $a > 0$, 则 $|x| \leqslant a$ 的充分必要条件是 $-a \leqslant x \leqslant a$;

6° 设 $a > 0$, 则 $|x| > a$ 的充分必要条件是 $x < -a$ 或者 $x > a$;

7° 设 $a > 0$, 则 $|x| \geqslant a$ 的充分必要条件是 $x \leqslant -a$ 或者 $x \geqslant a$;

8° 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $|x + y| \leqslant |x| + |y|$;

9° 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $|x| - |y| \leqslant ||x| - |y|| \leqslant |x - y|$;

10° 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $|xy| = |x| \cdot |y|$;

11° 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$, 有 $\left|\dfrac{x}{y}\right| = \dfrac{|x|}{|y|}$ $(y \neq 0)$.

1.4 区间与邻域

设 $a, b \in \mathbf{R}, a < b$, 各种区间定义如下:

闭区间 $[a, b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$.

开区间 $(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$.

左开右闭区间 $(a, b] = \{x \mid a < x \leqslant b\}$.

左闭右开区间 $[a, b) = \{x \mid a \leqslant x < b\}$.

上述区间统称为**有限区间**, $b - a$ 称为这些区间的长度, a 与 b 分别称为这些区间的左端点与右端点. 上述区间在数轴上表示如图 1.1.

在数轴上, 负半轴方向上的无穷远点记为 $-\infty$, 读作负无穷大或负无穷; 正半轴方向上的无穷远点记为 $+\infty$, 读作正无穷大或正无穷. $-\infty$ 与 $+\infty$ 都不是具体的数.

下列区间统称为**无穷区间**, 在数轴上表示如图 1.2:

$$(a, +\infty) = \{x \mid x > a\};$$

$$[a, +\infty) = \{x \mid x \geqslant a\};$$

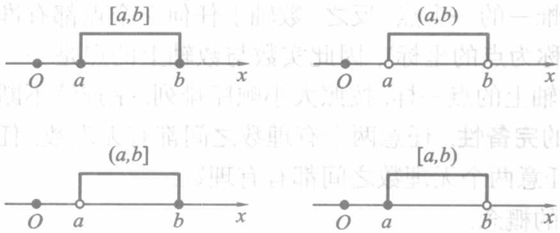


图 1.1

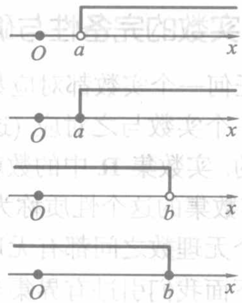


图 1.2

$$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\};$$

$$(-\infty, b] = \{x \mid x \leqslant b\};$$

$$(-\infty, +\infty) = \{x \mid x \in \mathbf{R}\} = \mathbf{R}.$$

设 $a \in \mathbf{R}, \delta > 0$, 称集合 $\{x \mid |x-a| < \delta\}$ 为点 a 的 δ **邻域**, 记为 $U(a,\delta)$, 即

$$U(a,\delta) = \{x \mid |x-a| < \delta\},$$

a 称为**邻域中心**, δ 称为**邻域半径**. 即

$$U(a,\delta) = (a-\delta, a+\delta).$$

在邻域 $U(a,\delta)$ 中去掉中心点 a 得到的点集

$$\{x \mid 0 < |x-a| < \delta\}$$

称为点 a 的 δ **去心邻域**, 记为 $\overset{\circ}{U}(a,\delta)$, 即

$$\overset{\circ}{U}(a,\delta) = (a-\delta, a) \bigcup (a, a+\delta).$$

图 1.3 和图 1.4 给出了邻域和去心邻域的图形.

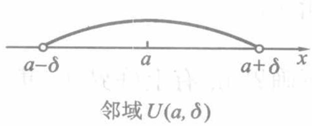


图 1.3

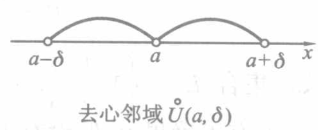


图 1.4