知识点窍
逻辑推理
解题过程新突破

上海交通大学

黄树森 主编

最新 大学物理440典型题

下册

中国建材工业出版社

最新大学物理440典型题

知识点穷

——逻辑推理

——解题过程新突破

黄树森 主编

下册

中国建材工业出版社

·北京·

图书在版编目(CIP)数据

最新大学物理440典型题 /黄树森主编.—北京:中国建材工业出版社,2002.4

ISBN 7-80159-258-1

Ⅰ.最… Ⅱ.黄… Ⅲ.物理学-高等学校-解题 Ⅳ.04-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第016830号

最新大学物理440典型题

中国建材工业出版社出版

新华书店经销

北京奥隆印刷厂印刷

开本850×1168 1/32 印张22.25 字数752千字

2003年2月第2版 2003年2月第1次印刷

印数1-8000册

ISBN 7-80159-258-1/G·046

全套定价:23.00元

前　　言

物理学是一门重要的基础科学，是整个自然科学的基础和现代技术发展最主要的源泉。因此，在高等理工科院校培养高素质人才的过程中，大学物理是一门重要的基础理论课程，在培养学生的创新意识和科学素养中有重要的作用和地位。

要学好大学物理，除了课堂上的学习和训练之外，还需要结合教学要求，做一定数量的练习题。本书力图从分析典型问题的物理模型、条件与结论之间的逻辑关系入手，建立清晰的物理图像，理清解题思路，使学生掌握物理方法和数学方法在解题过程中的灵活运用。通过“知识点窍”和“逻辑推理”，使学生了解全部解题过程，从而加深对所学基础知识的理解和应用，掌握正确的解题方法和技巧。

“知识点窍”和“逻辑推理”是本书的精华所在，是由多位著名教授根据对学生答题的弱点分析而研究出来的一种新型的拓展思路的训练方法。“知识点窍”提纲挈领地抓住了题目核心知识，让学生清楚彻底地了解出题者的意图，而“逻辑推理”则注重引导学生思维，旨在培养学生的科学思维方法，及掌握答题的思维技巧。本书在此基础上，还提供了详细的“解题过程”，使学生熟悉整个答题过程，从而全方位突破大学物理。

本书共5个部门17章440典型题，基本覆盖了所有须掌握的基本理论和基本方法。在选材上，既有从生产实际中提炼出的

理想模型，又有联系现代科学技术的题目。而且，本书采用“知识点穷”——“逻辑推理”——“解题过程”的全新编排模式，相信读者将能更容易地把握题型规律与出题者意图，从而掌握解题技巧与方法，加深对所学知识的理解与应用。

目　　录

第一篇　力学

第二篇　热学

第三篇　电磁学

第四篇 光学

第五篇 量子物理基础

第三篇 电磁学

第九章 静电学

9－1

有两个相距为 $2a$，电荷均为 $+q$ 的点电荷。今在它们连线的垂直平分线上旋转另一个点电荷 q'，q' 与连线相距为 b。试求：

(1) q' 所受的电场力；

(2) q' 放在哪一位置处，所受的电场力最大？

Ⅰ 知识点窍

库仑定律：$F_{12} = -F_{21} = \dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}\dfrac{r_{12}}{r_{12}}$（$\varepsilon_0$ 是真空的介电常数）

Ⅱ 逻辑推理

根据库仑定律，求点电荷系间的电力既可在直角坐标系中用分量形式求解，也可用矢量形式求解。在求解最大受力时，确定问题中的变量，通过数学求极值的方法，可确定点电荷系中电荷受力最大的位置。

Ⅲ 解题过程

【解】 解法一 用直角系分解法求解。取直角坐标系，两 q 连接的中点

为坐标原点 O，如图所示。

(1) 由库仑定律可知，两电荷 q 施加给 q' 的电场力 F_1 和 F_2 的大小分别为

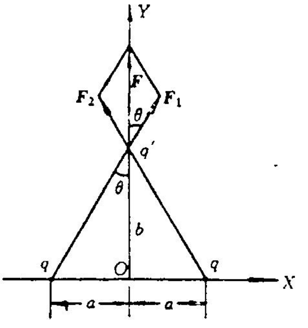

图 9－1

$$F_1 = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0(a^2+b^2)},$$

$$F_2 = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0(a^2+b^2)}$$

F_1 和 F_2 分别在 X 轴和 Y 轴上的投影为

$$F_{1x} = F_1\sin\theta = \frac{a}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

$$F_{2x} = -\frac{a}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

$$F_{1y} = F_1\cos\theta = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

$$F_{2y} = \frac{b}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

于是，电荷 q' 所受的合力 F 在 X 轴方向的分量为

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} = \frac{a}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q'}{(a^2+b^2)^{3/2}}(q-q) = 0$$

在 Y 轴方向的分量为

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} = \frac{b}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

因此，电荷 q' 所受的合电力 F 的大小为

$$F = F_y = \frac{b}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(a^2+b^2)^{3/2}}$$

方向沿 Y 轴方向。

(2) 根据 q' 所受的电力 $F = Fj$，设式中 b 为变量，求 F 对变量 b 的极值，有

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}b} = \frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(a^2+b^2)^{3/2}} - \frac{3b^2}{(a^2+b^2)^{5/2}}\right] = 0$$

可得 $\quad -3b^2 + (b^2+a^2) = 0$

得 $\quad b = \pm\frac{a}{\sqrt{2}}$

由于 $\quad \left.\frac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}b^2}\right|_{b=\pm\frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{qq'}{2\pi\varepsilon_0}\frac{3b(2b^2-3a^2)}{(a^2+b^2)^{7/2}} < 0$

所以,当 q' 放在 $b = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$ 处时,所受的电场力最大。

解法二　本题也可直接用矢量合成法求解。

(1) 根据库仑定律,q' 所受的电力 F_1 和 F_2 分别为

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}i + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}j\right]$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{(a^2+b^2)}\left[\frac{-a}{\sqrt{a^2+b^2}}i + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}j\right]$$

由电场力叠加原理可知,q' 所受的合力 F 为

$$F = F_1 + F_2 = 0i + \frac{bqq'}{3\pi\varepsilon_0(a^2+b^2)^{3/2}}j$$

此结果与解法一相同。

如果选取的电荷 q' 与 q 同号,F 方向与 Y 轴同向;如果 q' 与 q 异号,F 方向与 Y 轴反向。

(2) 同解法一(略)。

9-2

如图 9-2(a) 所示,质量为 m 的两小球带等量异号电量 q,现用长为 l 的细线悬挂于空间同点。

(1) 试证明:当 θ 很小且两球平衡时,则有

$$x \simeq \left(\frac{q^2 l}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

式中,x 为两球间的距离。

(2) 试求:当 $l = 120\text{cm}, m = 150\text{g}, x = 5\text{cm}$ 时,q 的值?

I 知识点窍

库仑定律:$F_{12} = -F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$($\varepsilon_0$ 是真空的介电常数)

牛顿第二定律:$F = ma$(平衡状态 $a = 0$)

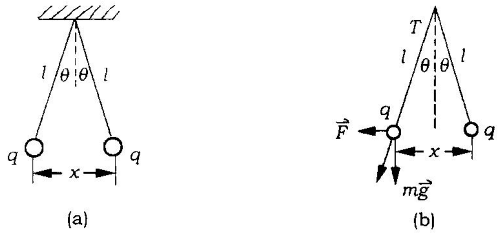

图 9 - 2

Ⅱ 逻辑推理

对小球作受力分析，小球受库仑力，绳的拉力和重力，平衡时合力为零，根据牛顿第二定律列出方程组，求解即可得距离 x 与角度 θ 的关系，根据小角度近似即可求证，带入数值即可计算。

Ⅲ 解题过程

【解】 (1) 如图 9 - 2(b) 所示，小球平衡时，所受的库仑力 F，绳子的拉力 T 及重力 mg 平衡，即

$$\begin{cases} T\sin\theta = F \\ T\cos\theta = mg \\ F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q^2}{x^2} \end{cases}$$

解此方程组

$$mg\,\mathrm{tg}\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2}$$

考虑到当 θ 很小时，$\mathrm{tg}\theta \approx \sin\theta$

又 $$\sin\theta = \frac{x}{2l}$$

于是 $$mg\frac{x}{2l} \simeq \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{x^2}$$

因此 $$x \simeq \left(\frac{q^2 l}{2\pi\varepsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}$$

(2) 当 $x = 5\mathrm{cm}$，$l = 120\mathrm{cm}$ 时，θ 很小，因而有

$$q \simeq \pm\sqrt{2\pi\varepsilon_0 mg\frac{x^3}{l}}$$

$$= \pm\sqrt{2\times3.14\times8.85\times10^{-12}\times\frac{0.05^3}{1.20}}$$

$$= \pm 2.4\times10^{-8}\mathrm{C}$$

故 $\quad q = \pm 2.4\times10^{-8}\mathrm{C}$

9－3

如图所示，在连长为 a 的正方形的 4 个顶点上各有一带电量为 q 的点电荷。现在正方形对角线的交点上放置一个质量为 m，电量为 q_0（设 q_0 与 q 同号）的自由点电荷。当将 q_0 沿某一对角线移动一很小的距离时，试分析点电荷 q_0 的运动情况。

Ⅰ 知识点窍

库仑定律：$F_{12} = -F_{21} = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}\dfrac{r_{12}}{r_{12}}$（$\varepsilon_0$ 是真空的介电常数）

牛顿第二定律：$F = ma$

回复力公式：$F = -kx$

简谐振动运动方程：$a = \ddot{x} = -\omega^2 x$

简谐振动周期公式：$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Ⅱ 逻辑推理

确定点电荷的受力关系，然后根据牛顿第二定律确定其运动规律。求解可知点电荷受力方向沿 x 负方向，大小与位置坐标 x 成正比，故点电荷的运动为简谐振动，库仑力为回复力。

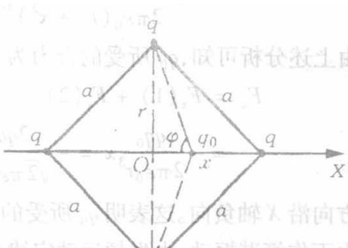

图 9 - 3

Ⅲ 解题过程

【解】 如图所示,取坐标轴 OX,原点 O 在正方形的中心,各顶点上的点电荷到 O 点的距离为 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}a$。沿 X 轴方向使 q_0 有一小位移 $x(x \ll a)$,左右两个点电荷 q 对 q_0 的作用力 $F_x(1)$ 为

$$F_x(1)=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0(x+r)^2}-\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0(r-x)^2}$$

$$=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[\left(1+\frac{x}{r}\right)^{-2}-\left(1-\frac{x}{r}\right)^{-2}\right]$$

因为 $x \ll a$,故 $x \ll r$,所以

$$F_x(1)=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[\left(1-\frac{2x}{r}\right)-\left(1+\frac{2x}{r}\right)\right]=-\frac{qq_0}{\pi\varepsilon_0 r^3}x$$

$F_x(1)$ 的方向沿 X 轴负向。

而上、下两个 q 对 q_0 的作用力 $F_x(2)$ 为

$$F_x(2)=\frac{2qq_0}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)}\cos\varphi$$

$$=\frac{2qq_0}{4\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)}\cdot\frac{x}{\sqrt{r^2+x^2}}$$

$$=\frac{qq_0x}{2\pi\varepsilon_0(r^2+x^2)^{3/2}}=\frac{qq_0x}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$$

由上述分析可知,q_0 所受的合力为

$$F_x=F_x(1)+F_x(2)$$

$$=-\frac{qq_0}{2\pi\varepsilon_0 r^3}x=-\frac{2qq_0}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^3}x$$

方向沿 X 轴负向。这表明 q_0 所受的电场力为一线性回复力,则 q_0 在这个作用力下作简谐振动。由牛顿运动定律可知

$$F=-kx=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0$$

可得 q_0 在 O 点附近简谐振动的角频率 ω 和周期 T 为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\sqrt{2}qq_0}{\pi\varepsilon_0 ma^3}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\varepsilon} = \pi\sqrt{\frac{2\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 ma^3}{qq_0}}$$

9 - 4

如图 9 - 4(a) 所示，一电子以 $v_0 = 6.0 \times 10^6 \mathrm{ms}^{-1}$ 的速度与水平方向成 $\theta = 45°$ 的角射入竖直向上的匀强电场 $E = 2.0 \times 10^3 \mathrm{Vm}^{-1}$ 中，如果两平等板相距 $d = 2.0\mathrm{cm}$，板长 $l = 10.0\mathrm{cm}$，则

(1) 该电子是否可打到任一板上？

(2) 若可打到，则打在何处？

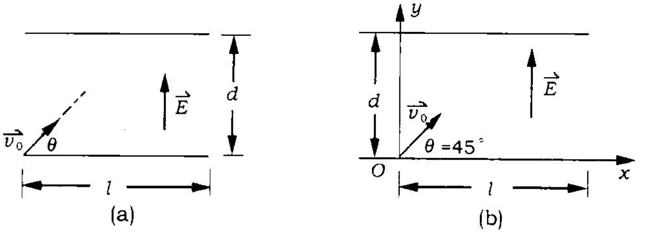

图 9 - 4

I 知识点窍

电场强度定义式：$E = \dfrac{F}{q_0}$（q_0 是试探电荷的电量）

牛顿第二定律：$F = ma$

抛体运动方程：$\begin{cases} x = v_0 t\cos\theta \\ y = v_0 t\sin\theta + \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases}$

II 逻辑推理

忽略重力作用，电子受库仑力作用作抛体运动，将其速度和运动方程写

成在 x 和 y 方向的分量形式，在 x 方向电子作匀速运动，在 y 方向作向上的匀减速运动，由运动学知识可分别求出其运动时间，进行比较可知在电子在运动到板外之前会打在上板，计算位置即可。

Ⅲ 解题过程

【解】 (1) 如图 9 - 4(b) 所示，建立坐标系 xOy，坐标原点在电子入射点，x 轴沿着下板向右，y 轴与平行板垂直且竖直向上。

由于电子所受库仑力 $F = eE$ 远大于所受重力 mg，所以重力 mg 忽略。于是，在条件

$$\begin{cases} v_0 = v_0\cos\theta i + v_0\sin\theta j \\ F = -eEj \end{cases}$$

下，电子的运动方程为

$$\begin{cases} x = v_0 t\cos\theta \\ y = v_0 t\sin\theta - \dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}t^2 \end{cases}$$

现在来判定电子是否能打到上板上。

电子在平行板间可能运动的最长时间 t_1 为

$$t_1 = \frac{1}{v_0\cos\theta} = \frac{2.0\times10^{-2}}{6.0\times10^{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = 2.4\times10^{-8}\mathrm{s}$$

电子与上板相碰花费的时间 t_2 为

$$v_0 t_2\sin\theta - \frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_2^2 = d$$

于是

$$t_2 = \frac{m}{eE}v_0\sin\theta\left[1 - \sqrt{1 - \frac{2eEd}{mv_0^2\sin^2\theta}}\right]$$

$$= \frac{9.11\times10^{-31}}{1.60\times10^{-19}\times2.0\times10^{3}}\times6.0\times10^{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\left[1-\sqrt{1-\frac{2\times1.60\times10^{-19}\times6.0\times10^{6}\times2.0\times10^{-2}}{9.11\times10^{-31}\times(6.0\times10^{6})^{2}\times(\frac{\sqrt{2}}{2})^{2}}}\right]$$

$= 6.4\times10^{-9}\text{s}$

由于 $t_1 > t_2$，所以电子能打到上板上。

(2) 当电子打到上板时，其位置 (x,y) 为

$$x = v_0t_2\cos\theta$$

$$= 6.0\times10^{6}\times6.4\times10^{-9}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2.7\times10^{-2}\text{m}$$

$$y = d = 2.0\times10^{-2}\text{m}$$

因此电子打在上板的位置为 $(2.7\times10^{-2}, 2.0\times10^{-2})\text{m}$

9－5

一绝缘细棒弯成半径为 R 的半圆形，其上半段均匀带正电，下半段均匀带负电，电荷线密度分别为 λ 和 $-\lambda$。求半圆圆心处的电场强度。

Ⅰ 知识点窍

点电荷的场强公式：$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{r}{r}$

电荷连续分布的带电体的场强公式：$E = \int dE = \int_q \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\frac{r}{r}$

电场叠加原理：$E = \sum_i E_i$

Ⅱ 逻辑推理

将带正电和带负电的圆弧分别分解为若干小的微圆弧，对微圆弧的场强分解为分量形式，积分便可得两段圆弧在圆心处的场强，叠加可得整个半圆在圆心处的场强。

Ⅲ 解题过程

【解】 如图9－5所示取坐标，在带正电的圆弧段上取一小圆弧 dl，其带电量为 λdl，根据点电荷电场强度公式，它在圆心 O 点产生的电场强度的大小为

$$dE_+ = \frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\lambda R d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\lambda d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

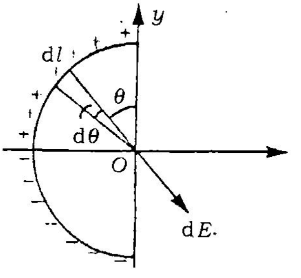

图9－5

方向如图9－5所示。dE_+ 沿坐标轴的分量分别为

$$dE_{+x} = dE_+ \sin\theta$$

$$dE_{+y} = dE_+ \cos\theta$$

所以 $$E_{+x} = \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$E_{+y} = \int_0^{\pi/2} \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta d\theta = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

由对称性可得

$$E_{-x} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$E_{-y} = \frac{-\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

再根据电场强度叠加原理得

$$E = E_+ + E_- = E_{+y} j + E_{-y} j = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} j$$

9－6

如图9－6(a)所示，半径为 R 的带电圆盘，其电荷面密度沿圆盘半径呈线性变化，为 $\sigma = \sigma_0(1 - \frac{r}{R})$。试求在圆盘轴线上距圆盘中心 O 为 x 处的场强 E。