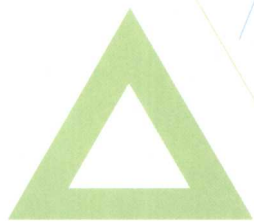


高等学校教材



主编
郭科

数学实验 线性代数分册



高等教育出版社

高等学校教材

数学实验 线性代数分册

主编 郭科

编者 郭发明 陈国东 梁莉
罗德江 薛源

高等教育出版社

内容提要

本书是《数学实验》系列教材之一,是与线性代数课程配套的实验教材。书中的实验项目设置包含验证性、设计性和综合性三个层次,同时考虑知识性、趣味性的统一以及融知识学习、能力培养、素质提高于一体的思路,以达到提高学生学习线性代数的兴趣和提升数学应用能力的目的。其中,验证性实验是用 MATLAB 软件进行一些基本运算;设计性实验和综合性实验是通过案例讲解如何用线性代数方法与 MATLAB 软件相结合解决实际问题。每部分配有习题或思考题供读者练习。

全书内容包括:矩阵与行列式、线性方程组、矩阵的特征值与特征向量、二次型、综合性实验。本书不仅适合本科生教学使用,也可作为数学建模的辅导书以及从事相关研究的学者的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学实验. 线性代数分册 / 郭科主编. —北京: 高等教育出版社, 2009.9

ISBN 978 - 7 - 04 - 027658 - 9

I. 数… II. 郭… III. ①高等数学 - 实验 - 计算机辅助计算 - 软件包, MATLAB - 高等学校 - 教材 ②线性代数 - 实验 - 计算机辅助计算 - 软件包, MATLAB - 高等学校 - 教材 IV. O13 - 33 O245

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 130636 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
总 机 010 - 58581000
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 三河市华润印刷有限公司

购书热线 010 - 58581118
咨询电话 400 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787 × 960 1/16
印 张 8.5
字 数 150 000

版 次 2009 年 9 月第 1 版
印 次 2009 年 9 月第 1 次印刷
定 价 10.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 27658 - 00

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其行为人将承担相应的民事责任和行政责任,构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话:(010) 58581897/58581896/58581879

传 真:(010) 82086060

E - mail: dd@ hep. com. cn

通信地址:北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编:100120

购书请拨打电话:(010)58581118

策划编辑	于丽娜
责任编辑	崔梅萍
封面设计	于 涛
责任绘图	尹文军
版式设计	马敬茹
责任校对	杨凤玲
责任印制	张泽业

《数学实验》系列教材编委会

主编：郭科

编委：王茂芝 周仲礼 陈 聆

郭发明 范安东 王权锋

总 序

工科数学教学改革的全面推进促进了数学建模课外科技活动的开展以及数学实验室的建立和数学实验课程的开设,反过来,这一系列举措也进一步促使工科数学教学改革向纵深发展。特别地,数学实验课程作为沟通工科数学三大基础课程(高等数学、线性代数、概率论与数理统计)和数学建模之间的桥梁,对于提升大学生学数学的兴趣、沟通数学理论学习和数学实验实践、促进大学生从学数学到用数学的转换,进而为下一步数学建模奠定良好的基础等方面起到了积极有效的作用。为此,诸多高校在这一领域做了大量工作,我校(成都理工大学)也经历了从1999年参编《数学实验》,到2003年自编《理工数学实验》(教育科学“十五”国家规划课题研究成果)的发展过程,并一直在这一领域做积极探索。通过十几年的改革和实践,我们认为,目前数学实验课程教材标准不一,内容各异,其中最主要的问题是难以和工科数学三大基础课程进行对接,从而起不到沟通工科数学三大基础课程和数学建模之间的桥梁作用。为此,我们在2003年出版的《理工数学实验》的基础上,成立了以博士生导师郭科教授为主编,包括数学实验室主任、数学基础教学部主任、应用数学系主任和信息与计算科学系主任等成员的编委会,对原教材进行改版和扩编,形成了数学实验课程系列教材,该系列教材具有以下特点:

首先,数学实验系列教材形成一个“从基础到专业再到应用”的完整体系。其中“基础”指的是面向工科数学三大基础课程,为此,我们编写了《数学实验——高等数学分册》、《数学实验——线性代数分册》、《数学实验——概率论与数理统计分册》三本教材分别和高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程匹配。“专业”指的是面向数学与应用数学、信息与计算科学这两个数学类专业,为此,我们编写了《数学实验——数学专业用书》与之配套,而“应用”指的是《数学实验——数学建模分册》。另外,系列教材中所有案例使用的数学软件为MATLAB,为此,我们编写了《数学实验——数学软件教程》。

其次,在上述体系和框架驾驭下,针对不同的使用对象,系列教材的编写遵循“突出创新思维,强化实践能力”这一明确的指导思想。对于面向基础的教材,在编写时遵循“打通理论和实践教学互通的桥梁;加强实践教学环节,一定程度上弥补理论教学和习题课教学的缺陷;在实验项目设置上考虑层进性,并融

入数学建模的初步思想”等原则。对于面向专业的教材,在编写时遵循“从数学学科专业角度理清宏观脉络;从课程层进关系理清数学发展历史;从数学应用角度引入现代数学常见理论和方法以及应用”等原则展开。对于面向应用的教材,在编写时遵循“突出实际工程应用的案例分析”的思路。

第三,该系列教材定位为实验教材,所以,与该系列教材对应的教学活动为实验实践教学活动,而非理论教学活动。

第四,对于面向基础的三本教材,在风格上是统一的,教材在内容的设置上和相应理论教学课程是配套的。同时,由于该系列教材定位为实验教材,所以,在内容安排上全部为实验项目,而且实验项目的设置包含验证性、设计性和综合性三个层次。其中验证性实验项目主要是让学生更深入和形象地理解高等数学、线性代数、概率论与数理统计中的有关概念和理论,提高学生学数学的兴趣;而设计性和综合性实验项目的设置主要是培养学生从学数学到用数学的转化,进而提高学生数学建模的能力。这种规划有以下几个优点:一是便于作为高等数学、线性代数、概率论与数理统计三门课程实验教学实施,教学针对性强;二是真正起到沟通工科数学三大基础课程和数学建模之间的桥梁作用。

第五,在教材编写过程中,在人员搭配方面考虑了理论教学和实验教学一线教师的密切配合。具体地讲,面向基础的三本教材编写人员由数学实验室和数学基础教学部教师组成,而面向专业的教材由数学专业授课教师和数学实验室教师组成。这种人员搭配一定程度上避免了理论和实践的脱节问题。

本系列教材中,面向基础的三本教材适用于开设了高等数学、线性代数、概率论与数理统计课程的所有专业;面向专业的教材适用于数学类专业;而面向应用的教材适合于所有参加数学建模的师生和有关工程技术人员。各教材在内容讲解和学时设置上可根据各校实际情况进行把握,具有较大的弹性。

另外,需要指出的是,本系列教材的编写和出版得到了我院以下国家级和省(部)级质量工程的资助:数学与应用数学国家级特色专业建设项目(2008年)、数学应用与计算机仿真省级实验教学示范中心建设项目(2007年)、数学与应用数学省级特色专业建设项目(2007年)、数学地质四川省优秀教学团队建设项目(2007年)、理工数学实验省级精品课程建设项目(2005年)。

最后需要说明的是,虽然该系列教材经过了试用,但由于时间和水平有限,误漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

2009年3月于成都理工大学

前 言

根据面向 21 世纪非数学类专业数学教学体系和内容改革的总体构想,许多高校将“数学实验”列为数学基础课之一。《数学实验——线性代数分册》是为理工科院校开设数学实验课程编写的教材,是与线性代数课程配套实施的实验教材,积累了我校多年来在工科数学教学改革和数学实验教学改革等方面的综合成果。该书是《数学实验》系列教材之一,它将经典数学知识、数学建模与计算机应用三者融为一体,使学生深入理解线性代数基本概念、基本理论,熟悉常用的数学软件,既培养了学生进行数学数值计算和数据处理的能力,也锻炼了学生应用数学知识建立数学模型,解决实际问题的能力,同时还可以激发学生学习数学的兴趣。

本书由浅入深地介绍了某些问题的线性代数求解方法,还特别安排了与地质相关的线性代数的应用和 MATLAB 求解的部分内容。本书内容分五章:第 1 章矩阵与行列式,包括矩阵的运算、矩阵的初等变换、Gauss 消元法、行列式及其应用、向量等;第 2 章线性方程组;第 3 章矩阵的特征值与特征向量,包括矩阵的特征值与特征向量、矩阵相似变换在控制理论研究中的应用举例、矩阵的相似变换与正交矩阵、矩阵的三角分解等;第 4 章二次型;第 5 章综合性实验。前四章均由验证性实验和设计性实验两部分组成,这两部分相辅相成。设计性实验是验证性实验内容的实际应用与延伸,验证性实验是设计性实验的理论基础。每个实验按照实验目的、实验背景、实验内容、实验过程、结果分析等逐步展开,每个实验后又附有相应的练习供学生自己动手操作。第 5 章综合性实验由 3 个独立的实验组成,内容涉及生活、经济、科技等科学的建模问题,题材广泛,具有一定的实用价值和趣味性,是在前四章实验基础上的进一步推广与加深,具有一定的灵活性和难度,供学有余力的学生学习。

本书的主要读者为大学一年级学生,本课程与线性代数课程同步开设。学生应在教师的指导下完成全部的验证性实验。对于设计性实验,可根据时间的多少灵活安排,或在教师指导下完成,或由学生在课外单独完成。

本书由郭科教授组织编写。参加编写的人员有郭发明、陈国东、梁莉、罗德江、薛源。研究生朱俊良、武鹤参与了本书编写过程中的部分程序测试工作,在此表示衷心的感谢。

在本书的编写过程中参阅了许多专家和学者的论著文献,并引用了部分文

献中的实例,恕不一一指明出处,在此一并向有关作者致谢!

本书在编写过程中得到成都理工大学和信息管理学院的大力支持,在此表示衷心的感谢!

由于时间仓促,更限于我们的水平,误漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

编者

2009年5月

目 录

第 1 章 矩阵与行列式	1
1.1 验证性实验	1
实验一 矩阵的运算	1
实验二 矩阵的初等变换	4
实验三 Gauss 消元法	7
实验四 行列式及应用	10
实验五 向量	13
练习题	17
1.2 设计性实验	19
实验一 Cayley - Hamilton 定理	19
第 2 章 线性方程组	22
2.1 验证性实验	22
实验一 线性方程组	22
练习题	27
2.2 设计性实验	28
实验一 小行星轨道问题	28
第 3 章 矩阵的特征值与特征向量	33
3.1 验证性实验	33
实验一 矩阵的特征值与特征向量	33
练习题	37
3.2 设计性实验	38
实验一 矩阵相似变换在控制理论中的应用	38
实验二 矩阵的三角分解	42
实验三 线性方程组的数值解法	45
实验四 房屋装修的工资问题	57
实验五 层次分析法	60
实验六 卷烟叶组配方设计	68
思考与提高	73
第 4 章 二次型	74

4.1 验证性实验	74
实验一 二次型及标准形	74
练习题	78
4.2 设计性实验	78
实验一 三元二次方程的三维图形判定	78
实验二 线性规划方法建模	79
实验三 储层孔隙度的准确计算	83
实验四 隧道围岩监测位移前推	88
思考与提高	90
第5章 综合性实验	93
综合性实验1 原因和可识别性	93
思考与提高	96
综合性实验2 断层成像	96
思考与提高	102
综合性实验3 艾滋病疗法的评价及疗效的预测	102
参考文献	123

第 1 章 矩阵与行列式

【矩阵与行列式简介】 在计算机日益发展的今天,线性代数起着越来越重要的作用.线性代数起源于解线性方程组的问题,而利用矩阵来求解线性方程组的 Gauss 消元法至今仍是十分有效的计算机求解线性方程组的方法.矩阵是数学研究和应用的一个重要工具,利用矩阵的运算及初等变换可以解决求解线性方程组等问题.特殊的矩阵——方阵的数字特征之一是方阵的行列式,使用行列式可以描述方阵的一些重要的性质.通过计算行列式可求逆矩阵, n 个未知量 n 个方程的线性方程组的唯一解等问题.向量也是研究矩阵的有力工具,可通过向量组的秩来定义矩阵的秩.向量、矩阵与行列式都是线性代数的重要基本概念,它们是建立线性方程组的解的构造理论与系统求解方法的三个基本工具.

1.1 验证性实验

实验一 矩阵的运算

【实验目的】

1. 理解矩阵、逆矩阵的概念
2. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置、逆、方阵的幂的运算

【实验要求】

理解矩阵赋值命令、符号变量说明 `syms`、加法 `+`、乘法 `*`、转置 `'`、逆矩阵 `inv`、方阵的幂 `^` 等命令

【实验内容】

已知下列矩阵:

$$(1) A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (2) A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}.$$

计算 $A+B, AB, 6A, cA, A', A^{-1}, A^5$.

【实验过程】

```
(1) >> A = [3 1 1; 2 1 2; 1 2 3];
```

```
>> B = [1 1 -1; 2 -1 0; 1 0 1];
```

```
>> C = A + B
```

运行结果:

C =

4	2	0
4	0	2
2	2	4

```
>> AB = A * B
```

运行结果:

AB =

6	2	-2
6	1	0
8	-1	2

```
>> D = 6 * A
```

运行结果:

D =

18	6	6
12	6	12
6	12	18

```
>> syms c;
```

```
>> cA = c * A
```

运行结果:

cA =

[3 * c, c, c]

[2 * c, c, 2 * c]

[c, 2 * c, 3 * c]

```
>> F = A'
```

运行结果:

F =

3	2	1
1	1	2
1	2	3

```
>> G = inv(A)
```

运行结果:

G =

$1/4$	$1/4$	$-1/4$
1	-2	1
$-3/4$	$5/4$	$-1/4$

>> H = A^5

运行结果:

H =

1492	1006	1460
1558	1069	1558
1914	1331	1946

(2) >> A = sym('[a b;c d]');

>> B = sym('[1 a;1 b]');

>> C = A + B

运行结果:

C =

[a + 1, b + a]

[c + 1, d + b]

>> AB = A * B

运行结果:

AB =

[b + a, a^2 + b^2]

[c + d, c * a + d * b]

>> D = 6 * A

运行结果:

D =

[6 * a, 6 * b]

[6 * c, 6 * d]

>> sym c;

>> cA = c * A

运行结果:

cA =

[c * a, c * b]

[c^2, c * d]

>> F = A'

运行结果:

F =

[conj(a), conj(c)]

[conj(b), conj(d)]

% conj 为复数共轭

即

$$A' = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}.$$

>> G = inv(A)

运行结果:

G =

[d/(a*d-c*b), -b/(a*d-c*b)]

[-c/(a*d-c*b), a/(a*d-c*b)]

即

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{d}{ad-cb} & \frac{-b}{ad-cb} \\ \frac{-c}{ad-cb} & \frac{a}{ad-cb} \end{pmatrix}.$$

实验二 矩阵的初等变换

【实验目的】

1. 理解矩阵初等变换的概念
2. 掌握矩阵的初等变换及用初等变换求矩阵的逆矩阵

【实验要求】

掌握矩阵的表示、符号变量说明 syms、逆矩阵 inv 等命令

【实验内容】

1. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \end{pmatrix}$, 求对矩阵实施如下的初等变换后所得

矩阵.

- (1) 矩阵 A 的第 2 行乘以 m ;
- (2) 矩阵 A 的第 3 列的 n 倍加到第 1 列上去;
- (3) 矩阵 A 的第 1 行与第 2 行交换.

2. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$, 提取矩阵 A 的第 2、3、4 行与第 3、4 列

的元素构成矩阵 B , 提取矩阵 A 的第 2、3、4 行与第 1、4 列的元素构成矩阵 C .

3. 用初等变换求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵.

4. 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{pmatrix}$, 且 $AX = B$, 求 $X =$

$A^{-1}B$.

【实验过程】

1. (1) `>> syms m;`

`>> A = sym('[a b c d; e f g h; i j k l]');`

`>> A(2,:) = m * A(2,:)`

运行结果:

A =

```
[ a,  b,  c,  d]
[ m*e, m*f, m*g, m*h]
[ i,  j,  k,  l]
```

(2) `>> syms n;`

`>> A = sym('[a b c d; e f g h; i j k l]');`

`>> A(:,1) = A(:,1) + n * A(:,3)`

运行结果:

A =

```
[ a+n*c,  b,  c,  d]
[ e+n*g,  f,  g,  h]
[ i+n*k,  j,  k,  l]
```

(3) `>> A = sym('[a b c d; e f g h; i j k l]');`

`>> A([2,1],:) = A([1,2],:)`

运行结果:

A =

```
[ e, f, g, h]
[ a, b, c, d]
[ i, j, k, l]
```

2. `>> A = [1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12; 13 14 15 16];`

`>> B = A(2:4,3:4)`

运行结果:

B =

```
7      8
11     12
15     16
```

```
>> C = A(2:end,[1,4])
```

运行结果:

C =

```
5      8
9      12
13     16
```

```
3. >> A = [0 1 2; 1 1 4; 2 -1 0];
```

```
>> E = eye(3);
```

```
>> B = [A,E]
```

运行结果:

B =

```
0      1      2      1      0      0
1      1      4      0      1      0
2     -1      0      0      0      1
```

```
>> B([1 2], :) = B([2 1], :)
```

运行结果:

B =

```
1      1      4      0      1      0
0      1      2      1      0      0
2     -1      0      0      0      1
```

```
>> B(3, :) = B(3, :) - 2 * B(1, :)
```

运行结果:

B =

```
1      1      4      0      1      0
0      1      2      1      0      0
0     -3     -8      0     -2      1
```

```
>> B(3, :) = B(3, :) + 3 * B(2, :)
```

运行结果:

B =