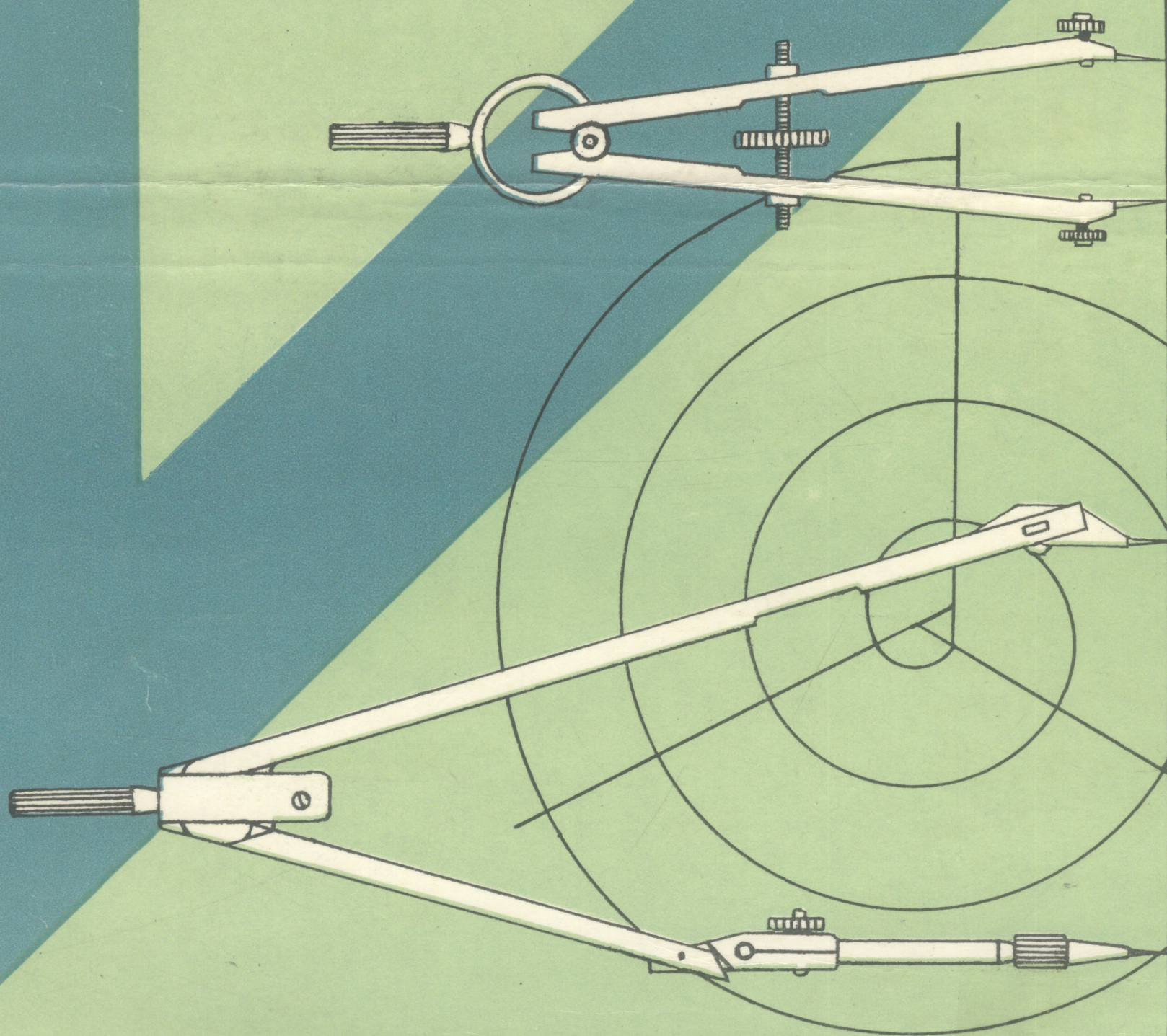


施宗惠 李树涛 刘广泰 主编

画法几何及建筑制图

上册

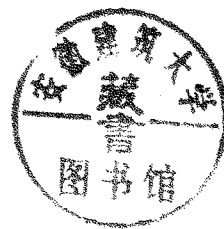
中国环境科学出版社



画法几何及建筑制图

(上册)

施宗惠 李树涛 刘广泰 主编



中国环境科学出版社

1991

内 容 简 介

本书是按照1986年全国制图课程教学指导委员会编写的《画法几何及土木建筑制图课程教学基本要求》的有关部分编写的。上册共分十一章，主要介绍正投影和轴测投影的基本概念和基本理论。每章均由基本内容、综合题(或应用题)以及解題方法和习题组成。

本书可作为高校土建类各专业本(专)科学习画法几何的教材，亦可作为函大、电大、职大、参加自学成材考试或土建专业培训班的教材或参考用书。

画 法 几 何 及 建 筑 制 图 (上 册)

施宗惠 李树涛 刘广泰 主编
责任编辑 周玉泉 高速进

中国环境科学出版社出版
北京崇文区北岗子街8号

三河县艺苑印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行 各地新华书店经售

1991年3月第一版 开本 787×1092 1/8

1991年3月第一次印刷 印张 17 3/4

印数: 1—6,000 字数 420千字

ISBN 7-80010-759-0/Z·065

定价: 9.00 元

前言

本书是从1982年开始编写的。当时的内容主要以1980年高等教育部部定高等工业学校本科四年制土建和水利两个专业的《画法几何及工程制图》教学大纲、1973年《建筑制图标准》GBJ1-73为依据。1988年定稿时,按照1987年全国制图课程教学指导委员会编写的《画法几何及土木建筑制图课程教学基本要求》和1986、1987、1988年新修订的国家标准《房屋建筑制图统一标准》GBJ1-86、《总图制图标准》GBJ103-87、《建筑制图标准》GBJ104-87、《建筑结构制图标准》GBJ105-87、《给排水制图标准》GBJ106-87、《采暖通风与空气调节制图标准》GBJ114-88作了修正和补充。

全书分上、下两册。上册为画法几何;下册为建筑制图。

上册分11章,每章均由基本内容、综合题(或应用题)以及解题方法和问题三部分组成。在基本内容中,主要介绍画法几何的基本概念、基本理论和基本作图。在综合题及解题方法中,着重对一些典型例题进行解题思路和解法分析。在习题部分,选编了一定数量有利于巩固基本概念、基本理论的基本作图题和部分培养、提高分析能力的综合作图题。

下册分7章,每章由基本内容、习题和作业三部分组成。在基本内容中主要介绍制图标准、制图技能、图样画法、房屋建筑图的内容和图示特点。习题和作业是掌握制图课程的主要环节,因此在书中选编了一定数量的习题和一套完整的制图作业。

本书在体系安排上,是按照一般的教学程序编写的,其目的在于密切配合教学的需要,为了便于使用还编写了教学法建议。这样做,如果能有利于提高教学效果,那将是我们共同的希望。

本书原稿在1982~1985年期间,曾几经修改并在重庆建工学院印刷了三次,并经我们和部分兄弟院校使用,认为能保证教学质量,取得良好的教学效果。

本书是在总结我们六院校教学经验的基础上,取长补短、集思广益、共同讨论进行编写的。参加本书编写的主要有(按姓氏笔划为序):于永华(青岛建筑工程学院)、刘广泰(重庆建筑工程学院)、叶圣仪、宋莲琴(北京建筑工程学院)、李树涛(西安冶金建筑学院)、施宗惠(哈尔滨建筑工程学院)、唐永全(山东建筑工程学院)。此外,格热勒(北京建筑工程学院)、李秀芳、钟一鹤、宿敬昌(西安冶金建筑学院)、李益(青岛建筑工程学院)等同志后期也参加了部分章节的编写和审稿工作。其中,施宗惠、李树涛、刘广泰三同志担任主编工作。本书在出版、修稿和定稿过程中,宋莲琴、格热勒、叶圣仪老师也付出了很大的精力。本书在编写过程中,曾多次得到参加编写院校领导的鼓励和支持。还有许多院校的同行们参加了几次的编写讨论会,并提出许多宝贵意见,对此我们表示衷心感谢。

本书在最后定稿时,由于时间较紧,加之编者思想和业务水平有限,书中难免存在缺点和错误,欢迎同行和读者们的批评和指正。

六院校《画法几何及建筑制图》编写组

1986年11月于西安

绪论	1	第四章 平面	17
画法几何教学法建议	1	一、平面的表示方法	17
第一章 投影的基本知识	3	二、特殊位置平面的投影特性	18
一、投影的概念	3	三、平面上的直线和点	19
二、投影的分类	3	四、平面上的特殊位置直线	19
三、工程上常用的投影图	4	综合题及解题方法	20
四、平行投影的特性	4	第五章 直线、平面的相对位置	22
五、立体的三面投影图	5	一、平行关系	22
作图题及解题方法	6	二、相交关系	23
第二章 点	6	三、垂直关系	26
一、点的两面投影及其投影规律	6	综合题及解题方法	27
二、点的三面投影及其投影规律	7	第六章 投影变换	32
三、点的投影与坐标的关系	8	一、基本概念	32
四、重影点及其可见性的判别	8	二、换面法	33
作图题及解题方法	8	三、旋转法	35
第三章 直线	10	应用题及解题方法	38
一、直线的投影	10	第七章 曲线 曲面	41
二、特殊位置直线的投影特性	10	一、曲线	41
三、线段的实长及其与投影面的倾角	11	二、曲面	43
四、直线上的点	12	应用题及解题方法	47
五、两直线的相对位置	14	第八章 基本几何体的投影	49
六、直角的投影	15	一、平面立体的投影	49
综合题及解题方法	16	二、平面立体表面上的点	49

绪论

一、课程的地位、性质和任务

画法几何与建筑制图是各自独立而又密切相联的两门学科。前者主要研究在平面上表示空间几何形体的图示法和在平面上解决空间几何问题的图解法，是一门具有系统理论

的学科；后者主要研究绘制和阅读工程图样的规则和方法，是一门实践性的学科。工程图样在现代建筑生产活动中，不仅是不可缺少的重要技术文件，而且也是借以表达和交流技术思想的重要工具。因此，工程图样被喻为“工程界语言”。而画法几何则为绘制和阅读工程图样提供图示、图解的理论基础。因此，画法几何被喻为“工程界语言”的“语法”。

画法几何与建筑制图在高等工业技术教育中属于技术基础课。

学习画法几何的主要任务是：一、研究投影法（主要是正投影法）的基本理论；二、培养空间几何问题的图解能力；三、培养空间想像力和空间分析能力。

学习建筑制图的任务，主要是培养绘制和阅读工程图样的基本技能，为学习专业课、进行课程设计和毕业设计打下必要的基础；其次是对现代绘图技术计算机绘图有初步的了解，这一部分内容本书从略。

二、学习方法

画法几何属于几何学的分支，除具有系统性强，逻辑严密外，还具有抽象性强的特点。学习时，应注意下列问题：

1. 要建立空间概念、培养空间想像力。

画法几何中的每一个基本概念和基本作图都是平面图形与空间几何元素和形体的对应问题。对于每一个基本概念和基本作图都应从它的空间含义去理解。学习画法几何需

要有一定的空间想像力，但在学习过程中，也是培养和发展空间想像力的过程。初学时，可借助于直观图、模型等来帮助建立空间概念，但不能依赖它，要有意地培养空间想像力。

2. 要系统地循序渐进地学习。画法几何的内容系统是比较严密的。在前面学的不深不透，到后面就会感到越学越困难。因此，从开始起，每一步都不能马虎，要下功夫，稳扎稳打，步步为营。

在每一章中，对基本内容弄懂后，再学习作图题及解题方法，然后完成规定的习题。每学完一章后，应检查一下对本章的重点是否已完全掌握，全部概念是否清楚、有关习题是否都已会作、能不能举一反三？

3. 要认真细致地完成每一道习题和作业。

作习题是复习、巩固、消化、运用基本概念的过程，也是培养分析问题和解决问题的能力

的有效手段。解题时，首先要看懂题意，已知哪些条件，求解什么？其次要想像出已知条件的空间形象，并根据求解要求和几何原理分析并想像出空间中的解题方法和步骤，然后再考虑在平面上运用哪些投影规律和作图方法，才能实现这个空间中的解题方法和步骤，最后才能着手解作图。

在习题集中作题必须使用铅笔、三角板、分规和圆规。作图线用细线，求解用粗线，要保证作图正确和清晰。

建筑制图是一门实践课，掌握绘制和阅读工程图样的基本技能，主要在于实践。因此，在学习必要基本内容的基础上，要完成一整套的制图作业和必要的习题。对每一张作业，都必须严格遵守作业指示的要求，认真地一丝不苟地完成。在绘图实践过程中，既要努力提高绘图技巧，又要不断地理解和掌握制图有关的基本知识。

完成的每一张作业，都应达到作图正确、图面整洁美观、符合制图标准的要求。

画法几何教学法建议

一、教学内容与学时分配

1. 按照土建类“画法几何与土木建筑制图课程教学基本要求”中规定的学时为100~120学时，课外学时为150~180（1.5×100~120）学时。

使用本教材时，建议学时分配如表1。

表 1

课程内容	学时分配	课内学时	课外学时	小计
画法几何		46~54	69~81	115~135
制图		46~58	69~87	115~145
选修		8	12	20
总学时		100~120	150~180	250~300

注：大学本科，根据专业需要可选学阴影透视、标高投影。

2. 画法几何讲课内容、习题课、习题的学时分配建议如表2。序号可作为周次安排。

表 2

项 目	课 堂 讲 授		习 题 课		备 注
	序 号	讲 授 内 容	学 时	习 题 内 容	学 时
第一章 投影的基本知识	1	基本内容 一、投影的概念 二、投影的分类 三、工程上常用的投影特性 四、平行投影的特性 五、立体的三面投影作图题及解法	2	习题1-1 习题1-2	4
第二章 点	2	基本内容 一、点的两面投影及其投影规律 二、点的三面投影及其投影规律 三、点的投影与坐标的关系 四、重影点及其可见性的判别	2	第二章 作图题及解法	4
第三章 直线	3	基本内容 一、直线的投影 二、特殊位置直线的投影特性 三、线段的实长及其对投影面的倾角 四、直线上的点 五、两直线的相对位置 六、直角的投影	2	习题3-1~ 习题3-26	4
第四章 平面	4	基本内容 一、平面的表示方法 二、特殊位置平面的投影特性 三、平面上的直线和点 四、平面上的特殊位置直线	2	第三、四章 综合题及解法	6
第五章 直线、平面的相对位置	5	基本内容 一、平行关系 二、相交关系	2	习题4-1~ 习题4-17	4
	6	三、垂直关系 综合题及解法 (一) 定位、度量问题 (二) 基本作图方法 (三) 空间轨迹概念	2	(四) 解题思路 (五) 作图举例	5
第六章	7	基本内容 一、基本概念 二、换面法	2	习题5-1~ 习题5-26	4

续表

项 目	序 号	课 堂 讲 授		习 题 课		备 注
		讲 授 内 容	学 时	习 题 内 容	学 时	
投影变换	8	三、旋转法 应用题及解法 (一) 用换面法求解距离问题	2	(二) 用换面法求解角度问题 (三) 用换面法求解交点、交线问题	2	习题6-30 5
第七、八章 曲线、曲面	9	基本内容 一、曲线 二、曲面 应用题及解法	2			习题7-1~ 习题7-10 4
第八章 基本几何体的投影	10	基本内容 一、平面立体的投影 二、平面立体表面上的点 三、曲面立体的投影及其表面上的点	2	作图题及解法	2	习题8-1~ 习题8-12 5
第九章 平面相交、直线与平面相交	11	基本内容 一、概述 二、平面与平面相交 三、平面与曲面相交 四、直线与平面相交 应用题及解法 (一) 切割体投影	2			习题9-1~ 习题9-25 5
	12		2	(二) 同坡屋面交线	2	习题9-26~ 习题9-28 5
第十章 两立体表面相交	13	基本内容 一、概述 二、两平面立体相交 三、平面立体与曲面立体相交 四、两曲面立体相交	2			习题10-1~ 习题10-11 4
	14		2			习题10-12~ 习题10-13 4
	15		2	应用题及解法、小结	2	习题10-14~ 习题10-31 4
第十一章 轴测投影	16	基本内容 一、基本概念 二、正等轴测投影 三、斜二测投影 四、圆的轴测投影 五、轴测投影的选择	2			习题11-1~ 习题11-4 4
	17		2	应用题及解法	2	习题11-5~ 习题11-11 5
			34		16	75

二、基本内容、作图题（综合题，应用题） 及解题方法

1. 基本内容是本课程必须讲授或学习的内容。其中有“☆”号的内容可省略不讲。
2. 作图题及解题方法，可在课堂内或在习题课内讲授，其内容应根据时间或需要讲授全部或一部分。

三、习 题

教师应根据教学进度，指定必须完成的题号。学生应按时完成。完成后可扯下活页送交教师审批，待全部完成后，应按编号重新装订成册保存。

第一章 投影的基本知识

学习重点

1. 了解什么是投影，掌握平行投影特性；
2. 了解用三面投影表示空间形体的原理。

一、投影的概念

如图 1-1 所示，空间形体在太阳或灯光照射下，在地面（或墙面）上便产生了影子，但此影子只能反映空间形体某个方向的外形轮廓，不能反映形体上各棱线和核面。假定从光源发出的光线把形体的每个顶点和棱线都投射到地面上，如图 1-2 所示，

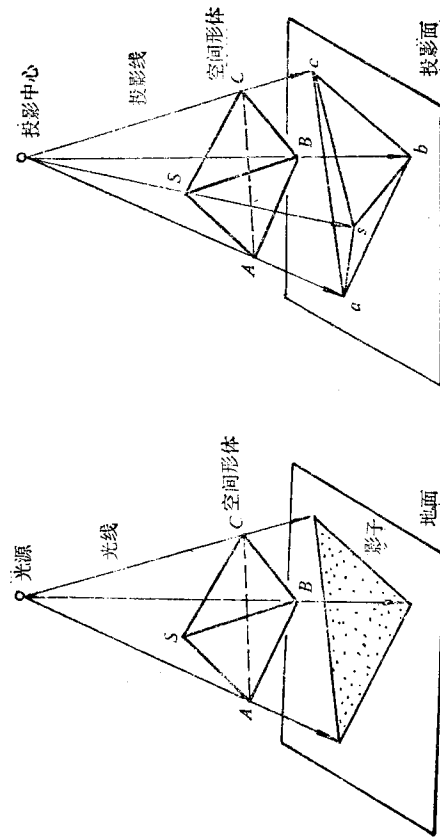


图 1-1 成影现象

则所得到的图形就能够显示出这个形体的各棱面。

如果把光源叫投影中心 S ，由投影中心发出的光线叫投影线，地面叫投影面，则通过形体顶点（例如点 A ）的投影线 SA 与投影面 H 的交点 a ，就称 a 为点 A 的投影。如果把形体的每个顶点和棱线的投影都求出来，就得到形体的投影。用这种作出形体投影的方法叫投影法。

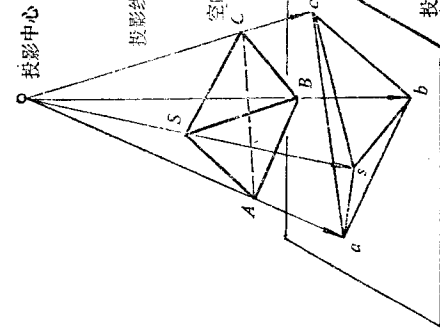


图 1-2 中心投影

二、投影的分类

根据投影中心与投影面的相对位置，分为：

(一) 中心投影

投影中心为有限距离，投影线从一点射出，如图 1-2，得到的投影称中心投影。

(二) 平行投影

投影中心为无限距离，投影线相互平行，得到的投影叫平行投影，如图 1-3。平行投影根据投影线与投影面的相对位置又分为：

1. 正投影 (图 1-3)

投影线垂直于投影面的平行投影，叫正投影。

2. 斜投影 (图 1-4)

投影线倾斜于投影面的平行投影，叫斜投影。

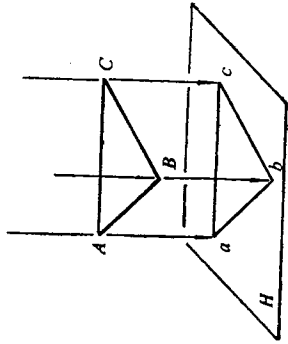


图 1-3 正投影

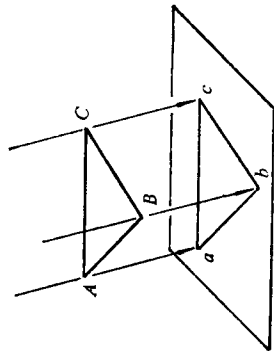


图 1-4 斜投影

三、工程上常用的投影图[☆]

(一) 正投影图

用正投影法绘出物体的投影称正投影图 (简称正投影)，如图 1-5 所示。它是工程上常用的一种投影图，能准确地反映空间形体的形状与大小，是施工生产中的主要图样，但缺乏立体感。

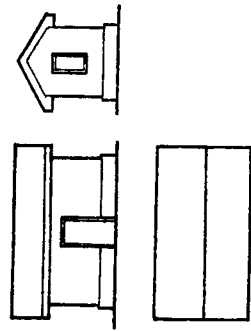


图 1-5 正投影图

(二) 轴测投影图

如图 1-6 所示直观图是用平行投影法画出的，称轴测投影图。这种图有立体感，但度量性差，不能满足施工生产的要求，只能作为辅助图样。

(三) 透视投影图

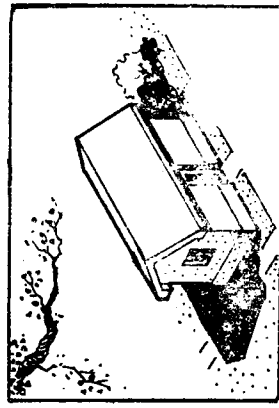


图 1-6 轴测投影图

如图 1-7 所示直观图，是利用中心投影法画出的，称透视投影图。它有明显的立体感，与照片相似，但度量性差，作图繁杂，只能作辅助图样。

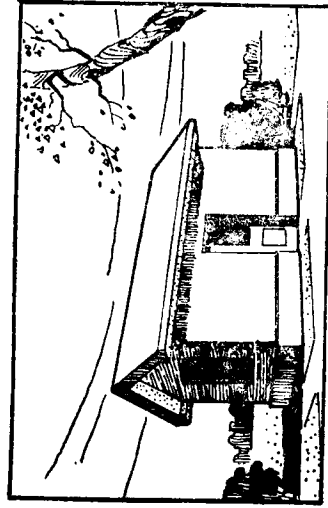


图 1-7 透视投影图

(四) 标高投影图

如图 1-8 所示的图样，是利用正投影法画出的单面投影图，在其上加以标高数据，称标高投影。它是绘制地形图等高线的主要方法。

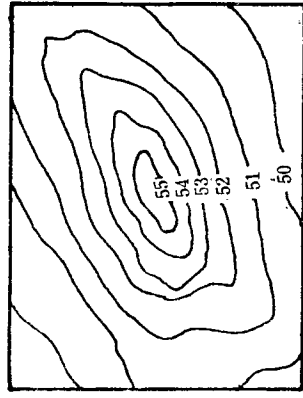


图 1-8 标高投影图

四、平行投影的特性

画图和读图常常要利用下列平行投影的特性：

(一) 同素性

直线的投影一般仍是直线 (图 1-9)。因直线可看成是点运动的轨迹，所以过直线各点所作投影线决定的平面 $AabB$ 与投影面 H 的交线为一直线。

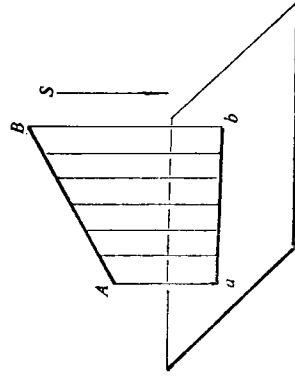


图 1-9 同素性

(二) 从属性

点在直线上，点的投影必在直线的投影上。如图 1-10 所示。过点的投影线必位于过直线的投影线所决定的平面上，所以投影线与投影面的交点必在直线的投影上。

(三) 显实性

当线段或平面平行投影面时 (图 1-11)，在该投影面上的投影，将反映线段的实长

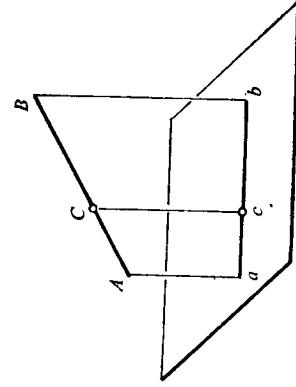


图 1-10 从属性、定比性

或平面的实形。

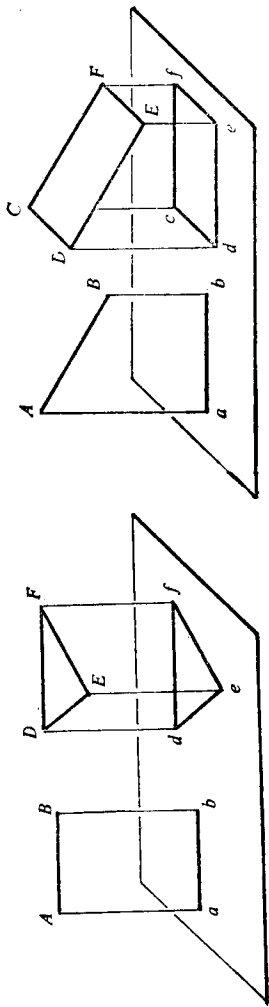


图 1-11 显实性

图 1-12 类似性

(四) 类似性

线段或平面不平行投影面，其投影不能反映实形，但其图形与原图形成类似形，如图1-12。

(五) 积聚性

线段或平面平行投影线（图1-13），在投影面上的投影，积聚为一点或一直线。

(六) 平行性

两平行直线的投影互相平行（图1-14）。因 $AB \parallel CD$ ，则过 AB, CD 所作的平面必

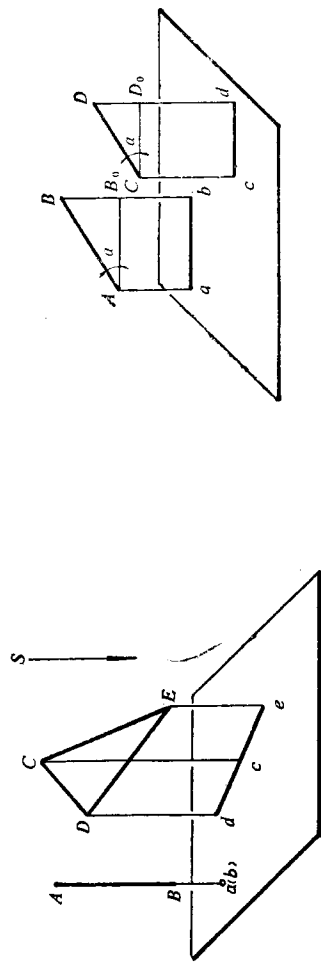


图 1-13 积聚性

图 1-14 平行性、定比性

互相平行。两平行平面与第三平面的交线，必互相平行；即 $AB \parallel CD$ ，则 $ab \parallel cd$ 。

(七) 定比性

一直线的两线段之比，等于其投影之比。如图1-10中点 C 把 AB 分成两段，因 $Aa \parallel Bb$ ，所以 $AC:CB = ac:cb$ 。

两平行直线段长度之比，等于它们投影长度之比（图1-14）。∵ $AB \parallel CD$ ， $AB_0 \parallel CD_0$ ， $CD_0 \parallel cd$ ， $ab = AB \cos \alpha$ ， $cd = CD \cos \alpha$ ，∴ $AB:CD = ab:cd$ 。

五、立体的三面投影图

如图1-15，空间有一点 A ，当投影线方向和投影面一定时，其投影 a 是唯一确定的。但是，已知空间点 A 的投影 a ，反过来则不能确定点 A 的空间位置。这表明，单面投影不具有可逆性。又如用一个正投影图表示一块砖时，只能表示出砖的长和宽，不仅其高

度表示不出来，形状也不能确定。因此，在工程图中要用多面正投影表示。

如图1-16 (a) 所示，选择三个互相垂直的投影面：其中水平的，称水平投影面，用字母 H 表示；立于正面的，称正立投影面，用字母 V 表示；立于侧面的，称侧立投影面，用字母 W 表示。然后，把砖放在三个投影面组成的空间里，使砖的底面平行于 H 面，立面平行于 V 面，侧面平行于 W 面（这样便可利用显实性和积聚性），再向三

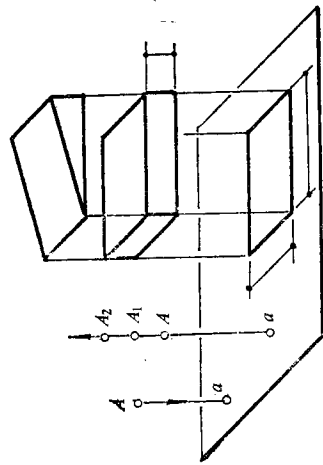
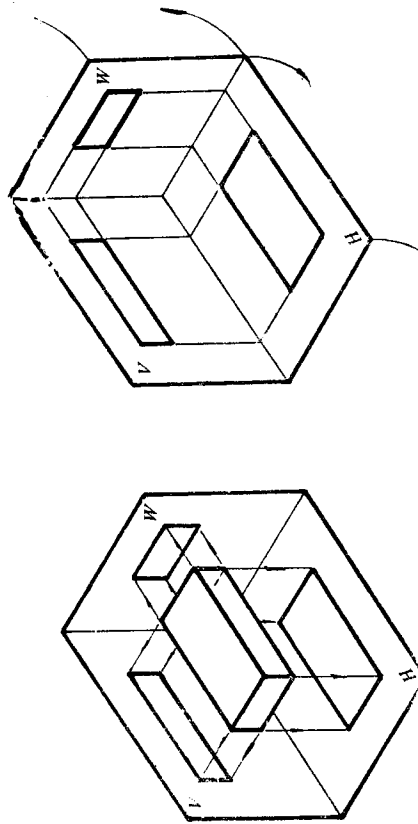
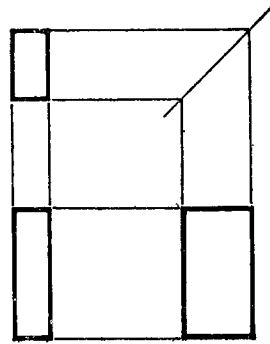


图 1-15 单面投影不具有可逆性



(a) 三个投影面上的正投影

(b) 投影面展开



(c) 立体的三面投影

图 1-16 立体的三面投影

个投影面进行正投影，便得到砖的三个方向的正投影图（以后均简称投影），在 H 面上的投影称水平投影，在 V 面上的投影称正面投影，在 W 面上的投影称侧面投影。但三个投影画在三个互相垂直投影面上，并不实用，而必须设法把它们画在一个平面上才便于应用。因此，按图1-16 (b) 所示，把砖移去，规定 V 面不动， H 面绕 H, V 两面的交线向下旋转 90° ， W 面绕 V, W 两面的交线向右旋转 90° ，便得到砖位在一个平面上的三面投影图，简称三面投影。实际作图时，只需画出立体的三面投影、投影面的边框都省略不画，如图1-16 (c) 所示。

根据三面投影图可以看出，它能清楚地表示出砖的形状和大小，以及上下、左右、

前后的位置关系。

砖的三个向度在三面投影中均反映两次。三面投影的关系可以归纳为：

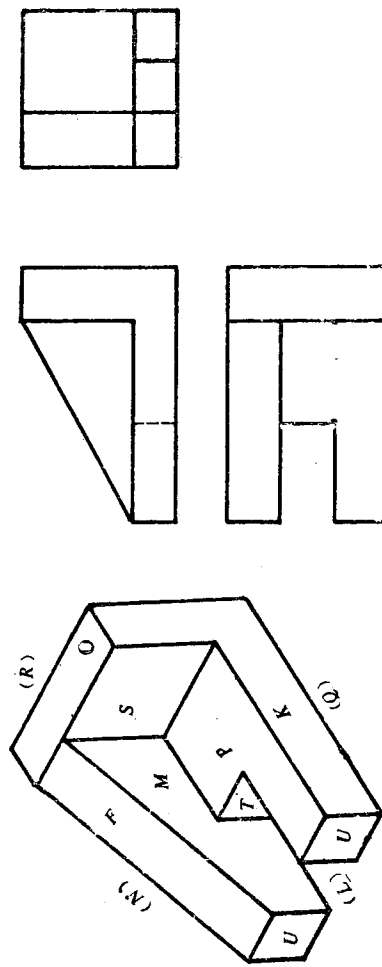
1. 正面投影与水平投影的长度相同，可用铅垂线将其左右对正，即长对正；
2. 正面投影与侧面投影的高度一致，可用水平线将其上下对齐，即高平齐；
3. 水平投影与侧面投影的宽度相等，可利用的对应关系，保持其宽度相等。

通常把“长对正、高平齐、宽相等”三个投影关系称为“三等关系”，它是以后画图和读图时，应遵守的规律。

作图题及解题方法

〔例1-1〕 已知形体的直观图（或模型），求作三面投影（图1-17）。

分析：由直观图可看出，它是由平面围成的立体。其中K、L、M、N四平面平行；O、P、Q三平面平行，R、S、T、U三平面平行。这三组平行面在形体上是互相垂直的。因此，当底面Q//H面、面K//V面时，与投影面平行的平面，其投影均反映实形；与



(a) 直观图 (b) 三面投影
图 1-17 由直观图画三面投影

投影面垂直的平面，其投影均积聚成直线。因此，运用平行投影的显实性和积聚性就可画图。

作图：

(1) 根据形体的长度和高度画出正面投影如图1-17 (b) 所示。图中可见部分用粗实线，不可见部分用虚线表示。

(2) 根据形体的长度和宽度画出水平投影，根据形体的宽度和高度画侧面投影。注意F平面与H面、W面均倾斜，其投影成类似形。

三面投影之间要保持“三等关系”。

第二章 点

学习重点

1. 根据点的坐标画出点的三面投影。
2. 根据点的三面投影想象出点的空间位置。
3. 运用点的投影规律进行二补三。

立体的表面是由点、线、面等几何元素组成的。为了能够正确画出比较复杂立体的投影，或在投影图上解答空间几何问题，均应掌握点、线、面的投影规律。

一、点的两面投影及其投影规律

(一) 两投影面体系

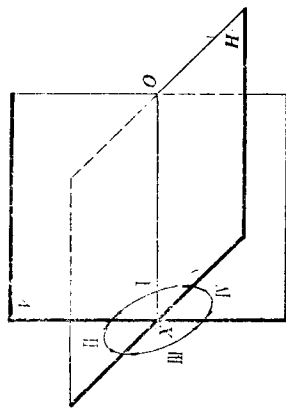
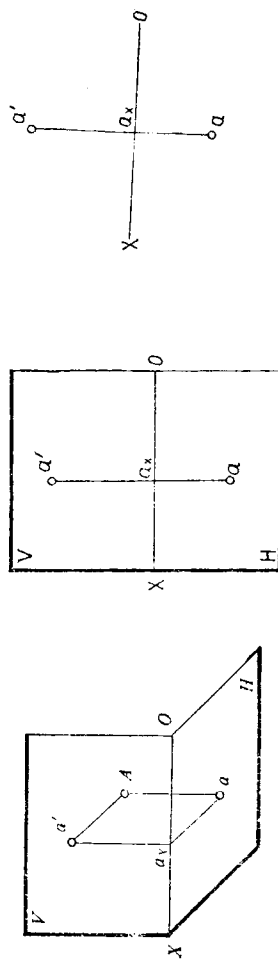


图 2-1 两投影面体系

如图2-1所示，取互相垂直的两个投影面H和V，两者的交线称为投影轴，用字母X表示（简称X轴）；把投影面扩大后，将空间分成四个部分，叫第I、II、III、IV象限，称此体系为两投影面体系。

(二) 点在两面投影中的投影规律

如图2-2 (a) 所示，把点A（空间点用大写字母表示）放在第一象限中，向H面



(a) 直观图 (b) 点的两面投影 (c) 点的两面投影（去掉H面）
图 2-2 点的两面投影

作垂线（投影线），其垂足即为点A在H面上的水平投影，用小写字母a表示；向V面作垂线，其垂足即为点A在V面上的正面投影，用小写字母a加一撇即a'（读a—撇）。

表示。

为了把两个投影画在一个平面上，仍规定 V 面不动， H 面绕 X 轴向下旋转 90° ，使得点 A 在一个平面上的两个投影 a 、 a' ，称为点的两面投影图，简称点的两面投影（图 2-2 b、c）。

对比图 2-2 (a)、(b) 可以得出：

1. A 点的正面投影 a' 与水平投影 a 的连线垂直 X 轴，即 $a'a \perp X$ 轴……①

$\because Aa' \perp H$ 面、 $Aa' \perp V$ 面， $\therefore$ 平面 $Aa'a' \perp X$ 轴

又 $\because a'a \perp X$ 轴、 $aa' \perp X$ 轴，展开后 $a'a \perp X$ 轴。

2. A 点的正面投影 a' 到 X 轴的距离 $a'a_x$ 等于 A 点到 H 面的距离 Aa ，即 $a'a_x = Aa$ ……②

3. A 点的水平投影 a 到 X 轴的距离 aa_x 等于 A 点到 V 面的距离 Aa' ，即 $aa_x = Aa'$ ……③

点在其它象限中的投影，基本规律相同，因超出本书范围，不作介绍。

二、点的三面投影及其投影规律

(一) 三投影面体系

在两投影面 H 、 V 的基础上，再增加一个与侧向平行的侧立投影面 W 组成互相垂直的三个投影面，扩大后把空间分成八个分角，称此体系为三投影面体系。各分角的位置见图 2-3 所示。我国采用第 I 分角，故本书只介绍第 I 分角中的投影问题。

如前所述，两个投影面的交线叫投影轴，其中 H 、 V 两投影面的交线称 OX 投影轴，简称 X 轴； H 、 W 和 V 、 W 的交线，分别称为 OY 和 OZ 投影轴，简称 Y 轴和 Z 轴。三个投影轴 OX 、 OY 、 OZ 互相垂直并交于点 O 。

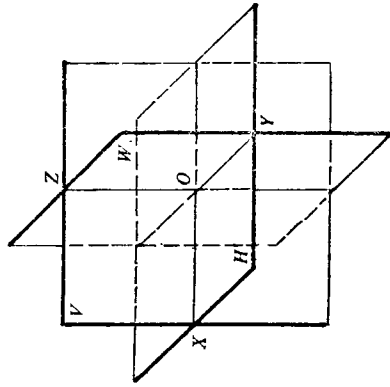
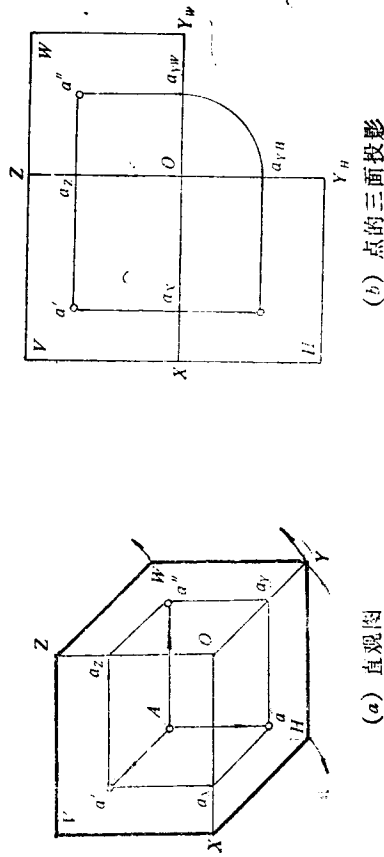


图 2-3 三投影面体系

(二) 点在三面投影中的投影规律

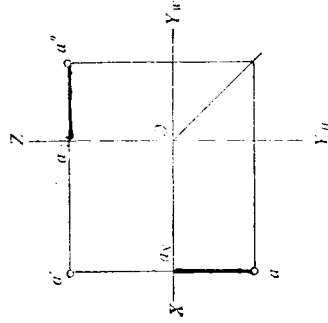
如图 2-4 (a) 所示，把 A 点放在由三个投影面 H 、 V 、 W 组成的空间（第 I 分角）里，分别向 H 、 V 、 W 作垂线、便可得正面投影 a' 、水平投影 a 和侧面投影 a'' 。侧面投影用小写字母加两撇表示，即 a'' （读 a 两撇）。

为了把点 A 的三个投影画在一个平面上，仍然规定 V 面不动， H 面绕 OX 轴向下旋转 90° ， W 面绕 OZ 轴向右旋转 90° ，便得到 A 点在一个平面上的三个投影 a 、 a' 、 a'' ，称为点的三面投影图，简称点的三面投影（图 2-4 b）。



(a) 直观图

(b) 点的三面投影



(c) 点的三面投影（去边框）

图 2-4 点的三面投影

在展开投影面时，因 Y 轴分两支，在 H 面上的用 Y_H ，在 W 面上的用 Y_W 表示。投影面的边框一般均省略不画（图 2-4 c）。

分析图 2-4 (a)、(b) 可知点在三面投影中的投影规律是：

1. A 点的正面投影 a' 与水平投影 a 的连线垂直于 X 轴，即 $a'a \perp X$ 轴——(1)
因正面投影 a' 到 Z 轴的距离 $a'a_z$ 与水平投影 a 到 Y_H 轴的距离 aa_{Y_H} 均等于点 A 到 W 面的距离。

2. A 点的正面投影 a' 与侧面投影 a'' 的连线平行 X 轴（ $\perp Z$ 轴）即 $a'a'' \parallel X$ 轴——(2)

因正面投影 a' 到 X 轴的距离 $a'a_x$ 与侧面投影 a'' 到 Y_W 轴的距离 $a''a_{Y_W}$ 均等于点 A 到 H 面的距离。

3. A 点的侧面投影 a'' 到 Z 轴的距离 $a''a_z$ 等于水平投影 a 到 X 轴的距离 aa_x ，即 $a''a_z = aa_x$ ——(3)

因侧面投影 a'' 到 Z 轴的距离 $a''a_z$ 与水平投影 a 到 X 轴的距离 aa_x 均等于点 A 到 V 面的距离。

由上述三条投影规律可知，每两个投影之间均有联系，已知两个投影便可求出第三个投影。

〔例 2-1〕 已知点 A 、 B 、 C 的两面投影（图 2-5），求作第三面投影。

作图：(1) 过 a' 向右引 X 轴的平行线交 Z 轴于 a_z 点，在延长线上截取 $a''a_z = aa_x$ 。

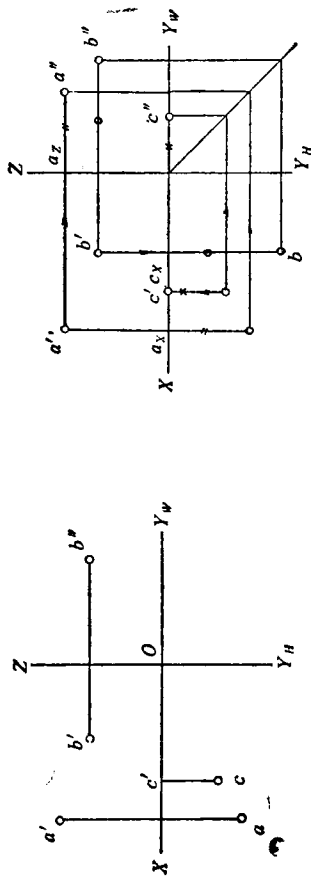


图 2-5 点二补三

(a) 已知

(b) 作图

得 a'' 。

- (2) 过 b' 向下引 X 轴的垂线交 X 轴于 b_x 点, 在延长线上截取 $bb_x = b''b$, 得 b 。
- (3) 因 c' 在 X 轴上, 所以 c'' 必在 Y 轴上。由原点 O 向左量取 $Oc'' = cc'$, 得 c'' 。

三、点的投影与坐标的关系

若把三个投影面当作坐标面, 三个投影轴就是三个坐标轴, 原点就是坐标原点。由于三个坐标轴构成直角坐标系, 点到三个投影面的距离便可用品点的三个坐标表示。点到 W 面的距离用 X 坐标表示; 点到 V 面的距离用 Y 坐标表示; 点到 H 面的距离用 Z 坐标表示。点坐标值的标注格式为 $A(X, Y, Z)$, 括号外的大写字母表示点的名称, 括号内按 X, Y, Z 顺序排列。

分析图 2-4 可知:

- 点的水平投影 由 X, Y 两坐标确定;
- 点的正面投影 由 X, Z 两坐标确定;
- 点的侧面投影 由 Y, Z 两坐标确定。

根据上述, 已知点的三个坐标, 便可画出它的三面投影。

〔例 2-2〕 已知点 $A(25, 15, 20)$, 求作三面投影。

作图: (图 2-6)

- (1) 过 O 点向左截取 $Oa_x = 25$ 得 a_x ;
- (2) 过 a_x 作 X 轴的垂线, 向上截取 $a_x a' = 20$ 得 a' ; 向下截取 $a_x a'' = 15$ 得 a'' ;
- (3) 按例 2-1 的方法, 由 a' 、 a'' 作出 a'' , 亦可按图 2-6 中箭头所示方法作出。

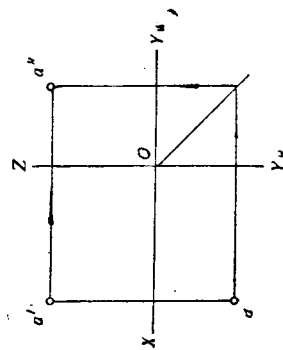
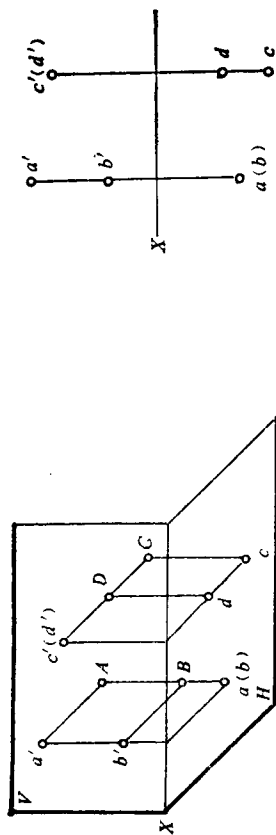


图 2-6 点的三面投影

四、重影点及其可见性的判别

当空间两点位于一条投影线上, 两点在投影线所垂直的投影面上的投影重合为一

点, 称此两点为重影点。如图 2-7, A 点与 B 点的水平投影 a 和 b 重合, 称此两点为 H 面的投影重影点。 C 点和 D 点的正面投影 c' 和 d' 重合, 称此两点为 V 面的重影点。



(a) 直观图

(b) 可见性判别

图 2-7 重影点

两点的投影重合时, 则产生可见与不可见的问题。其可见性的判别方法如下:

1. 两点的投影重合时, 应根据两点的正面投影来判别, Z 坐标大 (上) 者为可见; 小 (下) 者为不可见。

图 2-7 A 点和 B 点的水平投影 a 和 b 重合。根据正面投影 a' 在上, b' 在下, 故可判断 A 点在上, B 点在下。从上向下投影 (看) 时, A 点可见, B 点不可见。在投影图中, 把不可见的投影 b 加上括号, 用 (b) 表示。

2. 两点的正面投影重合时, 应根据两点的水平投影来判别, Y 坐标大 (前) 者为可见; 小 (后) 者为不可见。

图 2-7 点 C 和点 D 的正面投影 c' 和 d' 重合。根据水平投影 c 在前, d 在后, 故可判断点 C 在前, 点 D 在后。从前向后投影 (看) 时, 点 C 可见, 点 D 不可见。在投影图中, 把 d' 加上括号, 用 (d') 表示。

3. 根据同理, 当两点的侧面投影重合时的判别方法, 读者可自行分析。

作图题及解题方法

〔例 2-3〕 如图 2-8, 已知 A 点的三面投影 a' 、 a'' 、 a 。确定 A 点的三个坐标值, 并把 A 点画在直观图中。

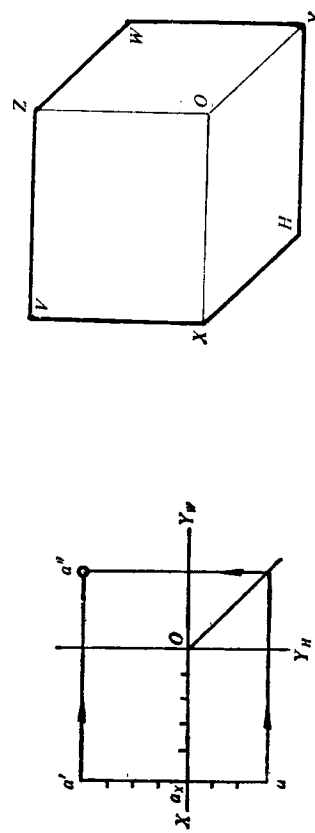
作图 (图 2-8)

(1) 确定三个坐标值

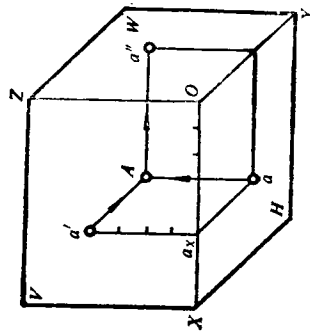
- $\because Oa_x = 5$ 单位 $\therefore X = 5$ 单位
- $\because aa_x = 3$ 单位 $\therefore Y = 3$ 单位
- $\because a'a_x = 4$ 单位 $\therefore Z = 4$ 单位。

(2) 画直观图

- ① 在直观图中, 在 X 轴上取 $Oa_x = 5$ 单位得 a_x ;
- ② 由 a_x 引与 Y 轴的平行线, 截取 $a_x a = 3$ 单位得 a ;
- ③ 由 a_x 引与 Z 轴的平行线, 截取 $a'a_x = 4$ 单位得 a' ;



(a) 已知



(b) 已知

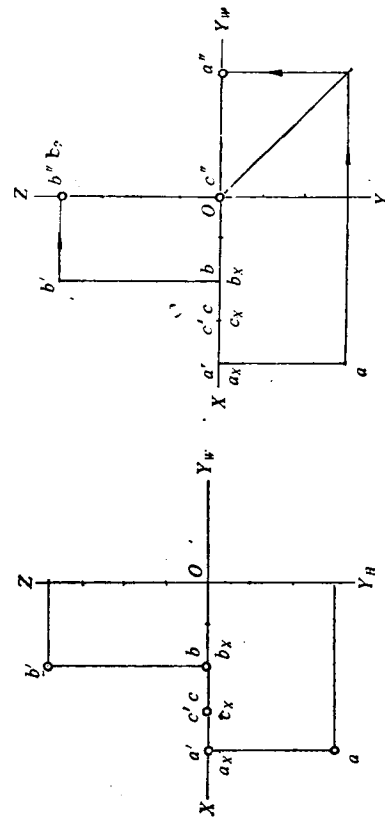
(c) 作图

图 2-8

④ 过 a 作与 Z 轴的平行线并过 a' 作与 Y 轴的平行线,使两线相交,则交点即为 A 点;

⑤ 由 A 点向 W 面作垂线 (平行于 X 轴), 取 $Aa''=5$ 单位得 a'' 。

【例 2-4】 判别图 2-9 中各点的空间位置并画出它们的侧面投影。



(a) 已知

(b) 作图

图 2-9

作图:

(1) A 点, $\because Oa_x=4$ 单位, $a'a_z=0$, $a_a a_z=3$ 单位, $\therefore A$ 点在 H 面上。

在 OY_w 上向右截取 $Oa_{y_w}=3$ 单位, 得 a'' 。

(2) B 点, $\because Ob_z=2$ 单位, $bb_z=0$, $b'b_z=4$ 单位, $\therefore B$ 点在 V 面上。

$\because bb_z=0$, $\therefore b''b_z=0$, 故知 b'' 在 Z 轴上, 且 $b''b'$ 平行于 X 轴。

(3) C 点, $\because cc_z=c'c_z=0$, $Oc_z=3$ 单位, $\therefore C$ 点在 X 轴上。侧面投影 c'' 在 Y 轴上。

第三章 直线

二、特殊位置直线的投影特性

平行或垂直于投影面的直线叫特殊位置直线。特殊位置直线有两类：投影面平行线和投影面垂直线。

(一) 投影面平行线

平行于一个投影面的直线叫投影面平行线（简称平行线）。其中：平行 H 面的直线叫水平线，平行 V 面的直线叫正平线，平行 W 面的直线叫侧平线。各种平行线的投影特性见表 3-1

表 3-1 平行线的投影特性

名称	直观图	投影图	投影特性
正平线 ($\parallel V$)			1. $a'b' = AB$; 2. ab 平行于 OX 轴; $a''b''$ 平行于 OZ 轴; 3. $a'b'$ 与 OX 轴的夹角 $= \alpha$ $a'b'$ 与 OZ 轴的夹角 $= \gamma$
水平线 ($\parallel H$)			1. $cd = CD$; 2. $c'd'$ 平行于 OX 轴; $c''d''$ 平行于 OYw 轴; 3. cd 与 OX 轴的夹角 $= \beta$, cd 与 OYw 轴的夹角 $= \gamma$
侧平线 ($\parallel W$)			1. $e''f'' = EF$; 2. $e'f'$ 平行于 OZ 轴; ef 平行于 OX 轴; 3. $e''f''$ 与 OYw 轴的夹角 $= \alpha$ $e''f''$ 与 OZ 轴的夹角 $= \beta$

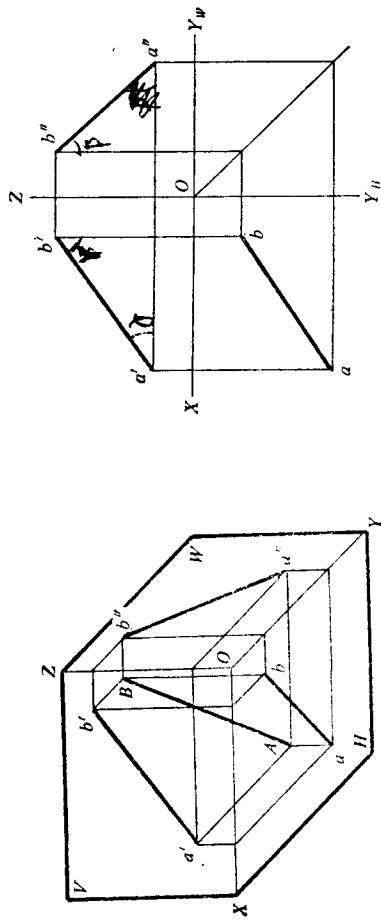
学习重点

1. 根据直线的投影图，想像出直线的空间位置；2. 掌握用直角三角形法，求直线的实长与倾角；3. 掌握交叉直线的重影点及其投影可见性的判别方法；4. 掌握直角投影定理及其应用。

一、直线的投影

根据平行投影的特性：直线的投影一般情况下仍是直线，特殊情况下，积聚为一点。从几何学知道：直线由两点确定。因此，作直线的投影，可归结为作出直线上任意两点（一般是直线的两端点）的投影，然后用直线把同名投影（同一投影面的投影）连接起来。

如图3-1所示，为求直线 AB 的投影，首先作出两端点 A 、 B 的三面投影 a 、 a' 、 a''



(a) 直观图 (b) 直线的三面投影
图 3-1 直线的三面投影

和 b 、 b' 、 b'' 。然后用直线连接 ab 、 $a'b'$ 、 $a''b''$ 即得直线 AB 的三面投影。

由图中可以看出，两端点 A 、 B 的三向坐标均不相同， AB 直线与三个投影面都倾斜，并用 α 、 β 、 γ 分别表示直线与三个投影面 H 、 V 、 W 的倾角。这种位置的直线叫一般位置直线，其投影特性：

1. 三个投影与相应投影轴都是倾斜的，其夹角均不反映直线与投影面的夹角；
2. 三个投影都不反映实长（均短于实长）。

从表 3-1 可归纳出平行线的投影特性如下:

1. 直线在它所平行的投影面上的投影, 反映直线的实长。
2. 反映实长的投影与投影轴的夹角, 反映出直线与相应的投影面的倾角。
3. 其它两投影均小于实长, 且分别平行相应的投影轴。

(二) 投影面垂直线

垂直于一个投影面的直线叫投影面垂直线(简称垂直线), 其中: 垂直于 H 面的直线叫铅垂线、垂直于 V 面的直线叫正垂线、垂直于 W 面的直线叫侧垂线。各种垂直线的投影特性见表 3-2。

表 3-2 垂直线的投影特性

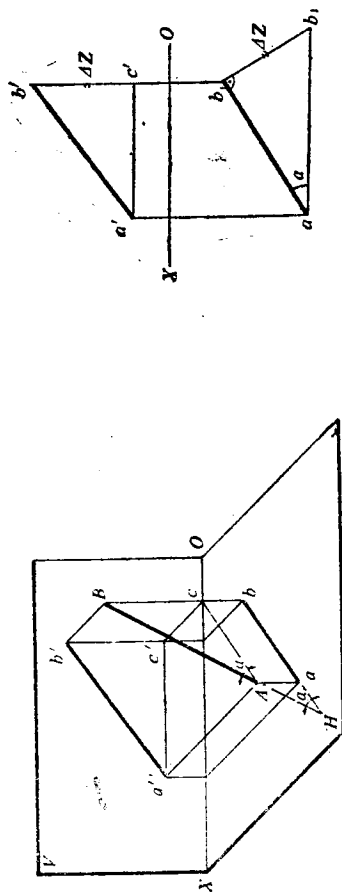
名称	直观图	投影图	投影特性
正垂线 ($\perp V$)			1. $a'b'$ 积聚成一点; 2. $ab \perp OX, a''b'' \perp OZ$ 并反映直线的实长
铅垂线 ($\perp H$)			1. cd 积聚成一点; 2. $c'd' \perp OX, c''d'' \perp OY_W$ 并反映直线的实长
侧垂线 ($\perp W$)			1. $e''f''$ 积聚成一点; 2. $e'f' \perp OZ, ef \perp OY_H$ 并反映直线的实长

从表 3-2 可归纳出垂直线的投影特性如下:

三、线段的实长及其与投影面的倾角

一般位置直线与各个投影面均倾斜, 所以在投影图上各投影均不反映线段的实长及其与投影面的倾角。但可以通过作图的方法来求得它的实长及其与投影面的倾角。

首先分析图 3-2(a) 的空间情况: AB 为一般位置线段, $a'b'$ 和 ab 分别为 AB 的 V



(a) 直观图

图 3-2 线段实长及倾角 α

(b) 投影图

投影和 H 投影。过 A 点作直线 AC 平行于 ab , 交 Bb 于 C 点, 则 $\triangle ABC$ 为一直角三角形; 其中一直角边为 $AC=ab$, 即线段的 H 投影, 另一直角边 $BC=Bb-Zb$, 其斜边 AB , 即线段本身, $\angle BAC=\alpha$ 。因此, 只要作出此直角三角形, 就可求得一般位置线段的实长及其与 H 面的倾角 α 。

此直角三角形在投影图上的具体作法如下 (见图 3-2 b):

1. 以 ab 作为一直角边;
2. 过点 b 作 ab 的垂线, 并截取 $bb_1=\Delta Z$, 作为另一直角边;
3. 连接 ab_1 得直角三角形 abb_1 , 则斜边 ab_1 为线段实长, $\angle b_1ab$ 为线段 AB 与 H 面的倾角 α 。

同理, 可作出线段与 V 面的倾角 β , 其空间情况与直角三角形在投影图上的作法, 见图 3-3 所示。

利用直角三角形求线段的实长及其与投影面的倾角的方法, 称为直角三角形法。从以上分析, 可归纳出直角三角形法的规则: 以线段的一个投影作为一直角边, 另一直角边为线段两端点到该投影所在投影面的坐标差, 斜边为线段的实长, 斜边与投影之间的夹角, 为线段与投影所在投影面的倾角。

直角三角形法, 不仅能求线段的实长及其与投影面的倾角, 而且还能根据直角三角形四个要素中的任何两个, 求出另外两个。四个要素之间的关系见表 3-3。