

高等学校教学用書



物理學概論

第二冊

阿·伊·基泰戈羅茲基 著

人民教育出版社

高等学校教学用书



物理 学 概 論

第二冊

電 磁 場

阿·伊·基泰戈羅茲基 著

上海交通大学等十五院校集体翻譯

人民教育出版社

本书系根据苏联国立物理数学书籍出版社(Физматгиз)出版阿·伊·基泰戈罗兹基(А. И. Китайгородский)著“物理学概论”(Введение в физику)一书1959年版译出。原书曾经苏联高等教育部审定作为高等工业学校的教学参考书。其他高等学校理工科学生亦可参考。

原书分为三篇，第一篇讲解机械运动与热运动(第一至十三章)第二篇讲解电磁场(第十四至第二十五章)，第三篇讲解物质的结构与性质(第二十六至第三十七章)，另有附录。中译本由上海交通大学等十五院校的物理教研组集体翻译，分为三册出版，册次与原书的篇次同。

第二批译者是：唐山铁道学院(第十四章)、南京工学院(第十五、十六章)、东北工学院(第十七至十八章)及西安交通大学(第二十至二十五章)。

简 装 本 说 明

目前 850×1168 毫米规格纸张较少，本书暂以 787×1092 毫米规格纸张印刷，定价相应减少20%。希鉴谅。

物 理 学 概 論

第 二 册

阿·伊·基泰戈罗兹基著

上海交通大学等十五院校集体翻译

人民教育出版社出版 高等学校教学用书編輯部
北京宣武門內永慶胡同7號

(北京市书刊出版业营业登记证字第2号)

民族印刷厂印装 新华书店发行

统一书名 13010·775 开本 787×1092 1/16 印张 7⁵/16
字数 179,000 印数 30001-55000 定价(6)元 0.60
1960年4月第1版 1961年2月北京第3次印刷

目 录

| | |
|-------------------------|-----|
| 第十四章 电場 | 223 |
| § 86. 电場的矢量特性: 电場强度和电位移 | 223 |
| § 87. 介电常数 | 225 |
| § 88. 电場定律 | 227 |
| § 89. 最简单系統的电場計算 | 230 |
| § 90. 电能 | 242 |
| § 91. 电子半徑和經典电动力学的范围 | 245 |
| § 92. 电力 | 247 |
| § 93. 电荷系的偶极矩 | 250 |
| § 94. 各向同性电介质的极化 | 254 |
| § 95. 晶体物质的极化 | 257 |
| § 96. 在电場中的有限电介质 | 259 |
| 第十五章 磁場 | 264 |
| § 97. 磁矩 | 264 |
| § 98. 安培力 | 266 |
| § 99. 作用在运动电荷上的力 | 269 |
| § 100. 永磁铁产生的磁场 | 270 |
| § 101. 磁场强度 | 273 |
| § 102. 电流与磁铁间的相互作用 | 275 |
| § 103. 电流与磁铁的等效性 | 277 |
| § 104. 磁场的涡旋性质 | 280 |
| § 105. 电磁感应定律和洛伦兹力 | 285 |
| § 106. 用感应冲击电流测定磁场的方法 | 286 |
| § 107. 磁场中的有限物体 | 289 |
| § 108. 磁导率和磁化率間的关系 | 293 |
| § 109. 磁场中放进磁体时的畸变 | 294 |
| § 110. 磁滞 | 297 |
| 第十六章 电磁場·麦克斯韦方程 | 301 |
| § 111. 电磁感应定律的推广 | 301 |
| § 112. 位移电流 | 305 |
| § 113. 电磁場的图象 | 308 |

| | |
|--------------------------|-----|
| 第十七章 在电磁場中能量的轉变 | 311 |
| § 114. 直流电路中能量的轉变 | 311 |
| § 115. 閉合交流电路中能量的轉变 | 313 |
| § 116. 場的磁能 | 316 |
| § 117. 电振蕩 | 318 |
| § 118. 电磁能量 | 321 |
| § 119. 电磁場的动量和压强 | 325 |
| 第十八章 电磁辐射 | 328 |
| § 120. 基本偶极子 | 328 |
| § 121. 作为电偶极子的天綫 | 329 |
| § 122. 偶极子的辐射 | 331 |
| § 123. 电磁波譜 | 333 |
| § 124. 辐射的量子性 | 336 |
| 第十九章 电磁波的傳播 | 338 |
| § 125. 色散和吸收 | 338 |
| § 126. 电磁波在两种媒质分界面上的行为 | 341 |
| § 127. 自然光和偏振光·反射时的偏振 | 344 |
| § 128. 光波在有折射率梯度的媒质中的傳播 | 346 |
| § 129. 无线电波的傳播 | 349 |
| § 130. 雷达定位技术 | 352 |
| 第二十章 干涉現象 | 355 |
| § 131. 来自两个波源的波的迭加 | 355 |
| § 132. 相干性 | 357 |
| § 133. 薄板中的干涉 | 361 |
| § 134. 等厚条紋与等倾条紋 | 364 |
| § 135. 干涉的实际应用 | 367 |
| 第二十一章 散射 | 373 |
| § 136. 二次辐射 | 373 |
| § 137. 波在小孔处的衍射 | 375 |
| § 138. 无规则排列的散射体系統 | 380 |
| § 139. 連續均匀媒质的行为 | 383 |
| § 140. 不均匀媒质中的散射 | 384 |
| § 141. 衍射光柵 | 387 |
| § 142. 无线电波定向辐射器 | 393 |
| 第二十二章 倫琴射綫在晶体上的衍射 | 396 |

| | |
|----------------------------|------------|
| § 143. 作为衍射光栅的晶体..... | 396 |
| § 144. 晶体的基元晶胞参数的测定..... | 399 |
| § 145. 衍射线的强度..... | 401 |
| § 146. 倫琴射线分析法..... | 403 |
| 第二十三章 双折射..... | 407 |
| § 147. 极化率的各向异性..... | 407 |
| § 148. 光在单轴晶体中的传播..... | 411 |
| § 149. 起偏振器·光的偏振状态的研究..... | 415 |
| § 150. 在“交叉”尼科耳中间的晶片..... | 418 |
| § 151. 由外界作用引起的双折射..... | 420 |
| § 152. 旋光性..... | 423 |
| § 153. 旋光性的理论..... | 425 |
| 第二十四章 相对论..... | 428 |
| § 154. 理论基础..... | 428 |
| § 155. 光速不变原理的实验证明..... | 429 |
| § 156. 相对论中的时间..... | 433 |
| § 157. 质量..... | 435 |
| § 158. 能量..... | 436 |
| § 159. 质量亏损..... | 438 |
| § 160. 等价性原理和广义相对论的概念..... | 439 |
| 第二十五章 场的量子性..... | 442 |
| § 161. 光子..... | 442 |
| § 162. 光电效应..... | 445 |
| § 163. 光流的起伏..... | 447 |
| § 164. 基尔霍夫定律..... | 449 |
| § 165. 绝对黑体..... | 451 |
| § 166. 热辐射理论..... | 454 |

第十四章 电 場

§ 86. 电場的矢量特性: 电場强度和电位移

可以根据很多的特征来探明空間存在着电場。首先, 电場对电荷有作用力的性质和在中性金属表面会感应出电荷的性质都是属于这种特征的。

测量作用在电荷 q 上的力, 我們就可以知道: 在空間不同的点上力 F 的数值和方向可能是不同的。在給定的点上, 这个力与电荷 q 成正比。由此, 便有可能用电場强度 E 表征电場, 电場强度定义为:

$$E = \frac{F}{q}.$$

同时应当声明一下: q 是小的; 这样, 首先是可在相离足够近的点上测出 E 来, 其次, 电荷 q 本身的电場不致使被测电場有显著的弯曲。

任何矢量場常常可以用所謂矢量綫来表征。在每一点, 矢量綫的切綫和該点的矢量方向是一致的。电場也属于这种矢量場, 可以用电場强度 E 的矢量綫来表征它。

数字例子 1. 照明导綫的电場强度是每厘米几十伏特。

2. 地球的电場强度在靠近表面处大約为 100 伏特/米 = $\frac{1}{300}$ 絶對单位。

3. 氢原子核在其电子“軌道”半徑处的电場强度为 19.2×10^6 絶對单位 = $= 57.6 \times 10^{10}$ 伏特/米。

4. 击穿空气的电場强度为 30 千伏/厘米 = 100 絶對单位。

要作决定电荷所感应的电場的实验, 可以用两块固定在絕緣手柄上的金属小薄板(以德国物理学家 T. 米命名的米氏板)(图 89)来进行。把一对合并起来的薄板放入电場中, 而后小心地把它們

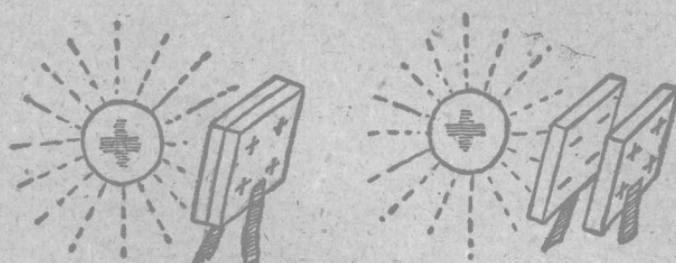


图 89

分开，在一块板上可以得到正电荷，而在另一块板上可以得到负电荷，进而用静电计或冲击电流计测量感应电量。

实验指明：总可以找到板的一个位置，在这个位置上不会感应出电荷来。在均匀的各向同性物体中（现在我们不讨论别种物体），这只有在板面平行于矢量 E 时才能发生。反之，如果板面垂直于矢量，则电感应最大。由此可以得出结论：我们还可以用另一种矢量来描述电场，这便是电位移矢量 D ，它由下面的条件来决定：就是当米氏板放置在对电感应最有利即感应得电荷最多的位置上时，矢量 D 指向板的法线。如果对着矢量 D 观察，则应看到正的米氏板。在所有情况下，除了各向异性体以外，矢量 D 和 E 的方向一致。在绝对值上，

$$|D| = \sigma,$$

这里， σ 是分布在米氏板上的电荷面密度。因为面密度 σ 可以写成 $\frac{dq}{aS_{\perp}}$ ，所以

$$|D| = \frac{dq}{aS_{\perp}}.$$

我们在上面已经说过，电场可以用矢量 E 的线来表征。当然还可以用矢量 D 的线来描述电场。矢量 D 的线称为电力线。我们取通过与力线成垂直的单位面积的力线条数等于 $|D| = D$ ，而把量

$$dN = \mathfrak{D} dS_{\perp}$$

称为通过面积 dS_{\perp} 的电通量。如果穿过斜交面积 dS 的电通量和穿过 dS_{\perp} 的一样多，则

$$dS = \frac{dS_{\perp}}{\cos \alpha}$$

式中 α 是面积的法线和力线间的夹角，也就是

$$dN = \mathfrak{D} \cos \alpha dS.$$

穿过大表面的通量可写成

$$N = \int \mathfrak{D} \cos \alpha dS$$

的形式，而一般在积分号上画一个小圈来表示穿过封闭表面的通量：

$$N = \oint \mathfrak{D} \cos \alpha dS.$$

§ 87. 介电常数

实验指出：表征电场的两个矢量之间存在着联系。当表征电场的两个矢量相互平行时，在给定的空间点上，它们是成正比的^①。变更矢量 E ，矢量 \mathfrak{D} 亦发生变化，比值 $\frac{\mathfrak{D}}{E}$ 仅仅与媒质有关。

一般用无量纲的量 ϵ 来表征媒质的电性质，这个量是这样选定的，即选真空的 $\epsilon=1$ 。由这个条件导出：不可能存在 $\epsilon<1$ 的物体（这在下面就要看出）。因此，真空是 ϵ 的天然“参考原点”，数值 ϵ_0 称为介电常数，由等式

$$\frac{\mathfrak{D}}{E} = \epsilon_0 \epsilon$$

决定，这里 ϵ_0 跟所选用的单位有关。如果媒质的所有点的状态是

^① 在 § 95 中将研究各向异性媒质的情况，此时矢量 \mathfrak{D} 和 E 彼此不平行。

相同的，则 ϵ 是一个常数。在两种媒質的分界面处 ϵ 发生突变。物体的密度或其他特性不相同时，介电常数也往往不相同。

某些物质在 18°C 时的介电常数是这样的：空气 1.00059；玻璃 7.00；纸 2-2.5；水 80.5。

工程上用库仑/米²来量度 D ，而电场强度是以牛顿/库仑来量度的。那时 ϵ_0 用库仑²/米²·牛顿来量度。当用这些单位时，

$$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{库仑}^2}{\text{米}^2 \cdot \text{牛顿}}$$

在物理学中采用的绝对单位制中， ϵ_0 没有量纲，而且取其等于 $\frac{1}{4\pi}$ 。

$$D = \frac{\epsilon}{4\pi} E.$$

我们同样可以利用在数值上大 4π 倍的 D （称为电感应）来代替电位移，在绝对单位制中， $D = \epsilon E$ 。

下面我们将看到， ϵ_0 数值的两种选取法各有自己的优点。第一种单位制能简化一组公式而使另一组公式复杂化，第二种单位制则导致相反的结果。

应当着重指出，电位移和电感应的概念有着完全相同的物理内容。数字因子的不同，仅仅使电感应（电位移）单位和电荷密度单位之间的关系也有所不同而已。

如果在米氏板上的电荷密度等于一个单位，则电位移便等于一个单位（参阅 § 86）。如果在米氏板上的电荷密度等于 $\frac{1}{4\pi}$ ，则电感应等于一个单位。

在电工学中通常只用 D 这个量（即电位移），而相反地在物理学中仅仅用电感应 D 。

关于我们在本书的这一部分中所要用的公式和测量单位，必须提出一些意见。

在力学和热力学中，虽然利用了基本物理量的不同选取法和不同的测量单位，但一般都認為有相同的无量綱单位的比例系数。因此在物理学的这些章节中所有公式的形状都相同，而与单位的选择无关。

很遺憾，在电磁場學說中却是另一种情况。存在着两种通行的处理方法：一种是在电工学中采用的，另一种是在物理学中采用的，在这两种处理办法中，不但是基本量和测量单位的选择不同，而且在相同的物理公式中，比例系数也是不同的。因此，不得不把建立公式的两种单位制介紹出来。在叙述过程中也是这样做的。但在这里我們只限于某些一般結論就足够了。

在电工学中采用的是所謂 MKSA 制。在米、千克和秒中，再选入电流强度单位。此时，这样的电流强度称为 1 安培：就是在这个电流强度之下，出現在電动力學相互作用公式（參閱 275 頁）中的比例系数 μ_0 （真空中磁导率）具有数值：

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ 焦耳}/\text{安培}^2 \text{ 米}.$$

實驗指出，单位电流强度的这种选取法，可使强度为 1 安培的电流通过硝酸銀溶液时，在电极上每秒內析出 1.118 毫克的銀。这种选取法的历史原因是奇特的，我們不再加以闡述；如果願意了解這方面的問題，請詳閱謝訥著“物理量的測量單位”苏联技术理論书籍出版社，1951（Сена Л. А., Единицы измерения физических величин, Гостехиздат, 1951г.），一书。

MKSA 制的其他計量单位可以由千克、米、秒和安培导出。

因为电工学的計量单位制是由四个基本量組成的，而 CGS 制是由三个基本单位組成的。这种单位制无论如何也不能导出与 CGS 制的公式相同的公式来。但是在这两种单位制中，还存在着其他差別，表現在无量綱数字系数的选取法不同。在正文的叙述过程中，我們常常用两种单位制把公式写出来。而在本书末尾的附录中，把本书中所用的公式用两种单位制列成一張表。

§ 88. 电場定律

讓我們設想一个产生任意电場的带电体系統。在这个电場中划出一个封閉面。有一部分电荷被包围在此面的里面，有一部分留在外面。可以测出伸出这个面外的电通量。結果是很自然而且

简单的。面上感应的总电荷(按定义,这就是通量 $N = \oint \mathfrak{D} \cos adS$),等于在被此面所包围的体积内的总电荷:

$$\oint \mathfrak{D} \cos adS = \sum q_i.$$

这个以高斯-奥斯特罗格拉茲基命名的定理指出: 电力綫(\mathfrak{D} 綫)由一种符号的电荷开始,而終止于符号相反的电荷。間断的力綫是不存在的。

在恒定电場中,本身閉合的電場强度綫是不存在的^①。这是由电場第二定律得出的,第二定律說: 电場(正确些說是場強矢量 E)是位場。在这場中,把一个电荷沿着閉合迴路走一圈,所作的功等于零(意味着閉合矢量綫 E 是没有的); 把一个电荷由一点移到另一点,其功仅与这两个点的位置有关,当改变綫路形状时,这个功是不会改变的。在这一方面,电場的特性和引力場的特性是相同的。

在电場中,选任意一点作为起始点,由它开始来計算位能; 当把电荷由起始点沿任意形状的途径移到空間的給定点时, 总需要作相等的功 A 。所以在空間某点的电荷具有位能 U , 在数值上等于消耗的功 A 。

电場位能和电荷成正比, 这一点与引力位能和物体的质量成正比相似。

$$U = \varphi q.$$

量 $\varphi = \frac{U}{q}$, 也就是单位正电荷在空間該点的位能, 称为場的电位或簡称为电位。

可从电位的定义得出电荷由一点移到另一点时所作功的表达

^① 在真空中和均匀媒質中, 矢量綫 E 和 \mathfrak{D} 是重合的。在这种情况下, 可以单說电力綫,而不說明这种电力綫是由哪种矢量來的。

式。因为功等于能量的改变, $dA = -dU$, 所以

$$dA = Fdl = qEdl = -qd\varphi,$$

即

$$Edl = -d\varphi,$$

式中 $d\varphi$ 指电位的变化。

对于路徑上的一段有限綫段

$$\int_1^2 Edl = \varphi_1 - \varphi_2;$$

电位差^①等于移动单位电荷所消耗的功。

如果电荷沿着力綫移动, 則矢量符号可以取消, 这时

$$\int_1^2 Edl = \varphi_1 - \varphi_2.$$

最后, 在均匀电场中, 公式可簡化为

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

的形式, 这里 d 是点 1 与点 2 之間的距离。

在联系 E 和 φ 的公式中, 不写出任何比例系数。在所有单位制中, 它們有着相同的形式。

例 1. 設有两块面积为 $S = 10$ 厘米² 的电极板, 放在空气中, 相距 5 毫米, 其間电位差为 5000 伏。形成的电场强度是 $E = 10^6$ 伏/米 = 33 絶对单位。在这个电容器的电场中, 电位移 $\mathcal{D} = \epsilon_0 E = 9 \times 10^{-6}$ 库侖/米²。就是說, 在电容器的极板上的电荷密度 $\sigma = 9 \times 10^{-6}$ 库侖/米² = 2.7 絶对单位。通过整个极板平面的电通量 $N = \mathcal{D}S = 9 \times 10^{-9}$ 库侖。一块极板上的电荷 $q = \sigma S = 9 \times 10^{-9}$ 库侖。显然, $N = q$, 这一点也可由高斯-奧斯特罗格拉斯基定理得出。

① 在交变电场中, 这个等式是不成立的。为了不致混淆起見, 对于 $\int_1^2 Edl$ 引用一

专门术语是合适的: 称它为在点 1 和 2 之間的电压。对于恒定电场來說, 电压和电位差是相等的。

2. 在靠近地球表面处地球的电场之电位移 \mathfrak{D} 約為 9×10^{-10} 庫侖/米²。地球表面 S 約為 5×10^{14} 米², 表面电荷密度 σ 約為 9×10^{-10} 庫侖/米²。由此可知地球的电荷 q 約為 4.5×10^5 庫侖。穿过地球表面的电通量 N 約為 4.5×10^5 庫侖。

§ 89. 最簡單系統的電場計算

用上节中已經叙述过的电場定律，加上关于对称性的一般考慮，我們就可以來計算某些簡單系統的电場。所謂求場就是要計算电場强度、电感应或电位。我們注意到电位的值完全足以表征电場。知道了所有各空間点的 φ 后，对 φ 取微商就可以求出矢量 E 的值。如果建立一个适合于方程 $\varphi(x, y, z) = \text{常数}$ 的等位面，那么由 φ 求 E 的这样一步手續就显得特別清楚。因为沿着等位面移动电荷的功等于零，所以力綫是沿着等位面的法綫方向的。这就是說，为了要求出数值 $|E|$ ，应在法綫方向对 $\varphi(x, y, z)$ 求微商。在矢量分析中，我們討論了这种类型的数学运算。但是这种微商是容易用图解法来进行的。只要画如下一張图就可以了：在这样图上 φ 的值是沿力綫的坐标的函数。对力綫上的任意一点來說，曲綫傾斜角的正切給出了 E 的負值。

鉴于讀者有掌握新概念的必要性，我們用一些例子来分析电位和电場的矢量特性，虽然，我們再說一遍，在原則上講电位的知识已經可以解决問題了。

点电荷 由于对称性的考慮，孤立点电荷的电場應該是徑向的球形对称电場。

設球的半徑为 r 。由电荷 q 发出的电位移通量等于

$$\int \mathfrak{D} \cos \alpha dS = q.$$

这里角 α 是力綫和球面的夹角，等于 90° 。在表面的所有点上， \mathfrak{D} 的数值是相同的，因此可以将它移到积分号外面去，此时

$$\mathfrak{D} \oint dS = q,$$

因为 $\oint dS = 4\pi r^2$ (球面积), 所以在与电荷相距 r 的点上电位移等于 $\mathfrak{D} = \frac{q}{4\pi r^2}$, 而电感应 $D = \frac{q}{r^2}$ 。

電場强度

$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 s r^2}.$$

对于这种情况用絕對单位制是較方便的, 在用絕對单位制时, $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$ 。那时 $E = \frac{q}{\epsilon_0 r^2}$, 在真空中

$$E = \frac{q}{r^2}.$$

因为电場强度等于电位在力線方向的导数(符号相反), 即

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

所以对于点电荷的电位來說, 我們可得到表达式

$$\varphi = \frac{q}{r}.$$

这里取积分常数等于零。我們把它作为計算电位的起点: 在无穷远处 $\varphi = 0$ 。

这样看来, 点电荷的电位和距离的一次幂成反比, 而电場强度和距离的平方成反比。

如果将电荷放在介电常数为 s 的媒質中, 則强度和电位减小到 s 分之一。

地球电位是 0.07 伏。此时, 取在无穷远处电位等于零。在电工学中 取地球的电位等于零。

点电荷系 現在来研究一下由点电荷系所形成的电場的計算法。假設 $s=1$, 并且使用絕對单位制。点电荷系的电位可以写成:

$$\varphi = \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots = \sum_k \frac{q_k}{r_k},$$

式中 r_k 是电荷到观察点的距离。

对于两个异号的等电荷来说，我们可以得到：

$$\varphi = q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

而对于同号的等电荷来说，

$$\varphi = q \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

应用上述公式来解题，可能不太方便。我们常常必须引用笛卡儿坐标系，并且以 x, y, z 来表示半径 r_k 。如果两个电荷彼此间的距离为 $2a$ ，那么，把坐标的原点设在两点联线的中点，而令 x 轴的方向沿着联线是方便的。此时

$$r_1^2 = (x-a)^2 + y^2 + z^2,$$

$$r_2^2 = (x+a)^2 + y^2 + z^2.$$

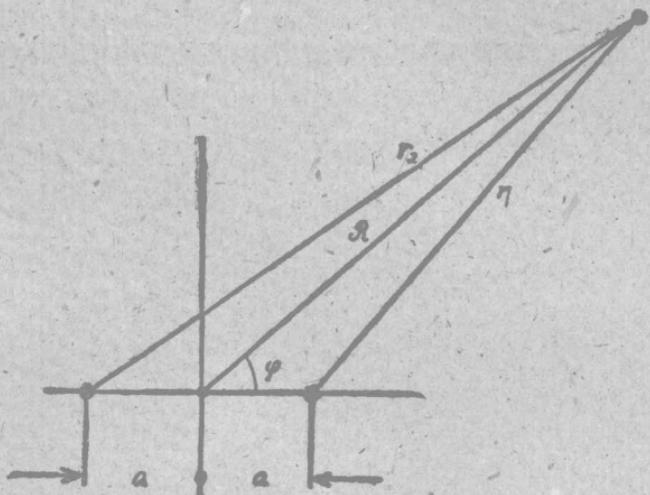


图 90

同样，把电位表示为极坐标 R 和 φ 的函数有时也是方便的。由图 90 可知，

$$r_1 = \sqrt{R^2 + a^2 - 2aR\cos\varphi}, \quad r_2 = \sqrt{R^2 + a^2 + 2aR\cos\varphi}.$$

点电荷系的电场强度可由矢量等式表示如下：

$$\mathbf{E} = \frac{q}{r_1^2} \frac{\mathbf{r}_1}{r_1} + \frac{q}{r_2^2} \frac{\mathbf{r}_2}{r_2} + \frac{q}{r_3^2} \frac{\mathbf{r}_3}{r_3} + \dots = \sum \frac{q_k}{r_k^2} \frac{\mathbf{r}_k}{r_k}.$$

式中 $\frac{\mathbf{r}_k}{r_k}$ 指在半径 r_k 方向的单位矢量。

可用几何加法来繪制力綫圖象。

电位的普遍公式 如果电場不是由点电荷产生的，而是由体电荷或面电荷产生的，那么，只要知道了电荷的分布情况，就能計算电場的电位。

将体电荷的区域分成很多无穷小的体积 dv ，将面电荷的区域也分成很多无穷小的面 ds 。如果 $\rho = \frac{dq}{dv}$ 是体电荷密度， $\sigma = \frac{dq}{dS}$ 是面电荷密度，则由体积元 dv 形成的电位等于 $\frac{\rho dv}{r}$ ，而由面元 ds 形成的电位等于 $\frac{\sigma dS}{r}$ 。将各单元形成的电位加在一起便得到：

$$\varphi = \int \frac{\rho dv}{r} + \int \frac{\sigma dS}{r}.$$

半径 r 是由觀測点引出的，而 r 的末端扫遍电荷 ρdv 和 σdS 所集中的所有空間点。

这些公式是不常用的，因为用密度 ρ 和 σ 的函数来表征的电荷分布通常不是給定的，而相反地是要去求出的。

球形电容器的电场 設半徑为 r_A 的球，带有电荷 $+q$ ，被半徑为 r_B 的同心球面包圍起来。为方便起見，假定球的外壳接地，在里面感应有电荷 $-q$ 。由对称性决定了其电場的徑向性。如果想象有一个球形电容器，在这个电容器中有一个半徑为 r 的球面，应用高斯-奧斯特罗格拉茲基定律，则所得結果和点电荷的情况沒有什么不同：