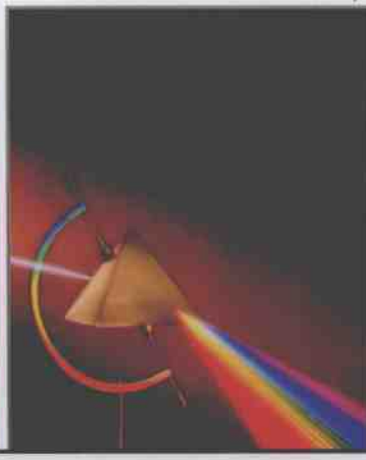
高等学校『十一五』规划教材

TEXTBOOK FOR HIGHER EDUCATION



大学物理教程

主　编　郭长立　　副主编　郝丽梅　炎正馨

西北工业大学出版社
NORTHWESTERN POLYTECHNICAL UNIVERSITY PRESS

高等学校“十一五”规划教材

大学物理教程

主　编　郭长立
副主编　郝丽梅　炎正馨

西北工业大学出版社

【内容简介】 本书是根据《理工科大学物理课程教学基本要求》编写的。全书内容共分七篇：力学、热学、电磁学、振动、波动、光学及近代物理基础。根据本课程的性质，书中着重阐述了基本概念、基本知识及运用它们分析问题的思路和方法。

本书内容适中，适用范围广，适合各类高等学校作为工科物理课程教材或教学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理教程/郭长立主编．—西安：西北工业大学出版社，2009.8
ISBN 978-7-5612-2579-0

Ⅰ．大… Ⅱ．郭… Ⅲ．物理学—高等学校—教材 Ⅳ．O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 123601 号

出版发行：西北工业大学出版社
通信地址：西安市友谊西路 127 号 **邮编**：710072
电　　话：(029)88493844　　88491757
网　　址：www.nwpup.com
印 刷 者：陕西兴平报社印刷厂
开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张：23
字　　数：557 千字
版　　次：2009 年 8 月第 1 版　　2009 年 8 月第 1 次印刷
定　　价：35.00 元

前　　言

本书是根据教育部颁布的《理工科大学物理课程教学基本要求》编写的。根据课程的性质，书中着重阐述基本概念、基本知识及运用它们分析一般问题的思路和方法。全书内容适中，适用范围广，适合各类高等学校的工科物理课程教学使用。

本书编写工作的基本指导思想：

1. 充分突出理工科的教学特点，内容简明扼要，深入浅出，信息量大，实用性强，按照本课程教学基本要求，在讲清物理概念，明确物理现象，提高学生分析问题、解决问题能力的基础上，强化物理原理在现代工程技术中的应用。

2. 在教材内容处理上，以改革的精神，删减重复、陈旧的内容，精选、补充现代精华的内容，在保证稳定物理基础理论的同时，加强高新技术、前沿科学知识的引进，把最新的科技知识和成果带进课堂。寓物理学方法论于知识性教学之中，融合理论阐述、概念辅导、程序例题、综合应用于一体。

3. 在教材处理上，把重点放在基本概念和基本方法方面；在内容先后次序安排上，采取循序渐进的方法，以便读者吸收掌握；在文字叙述上，力求通俗易懂，概念的引出、定理的证明和例题的阐述，力求简明清晰，并尽量配合图形，使读者易于接受。

4. 尽量避免和中学物理内容的简单重复，中学物理学习中应该掌握的内容，本书中一般不再重复论述；与此同时，书中注意充分利用中学物理基础知识，并按需要给予总结、提高。

本书共分七篇：力学、热学、电磁学、振动、波动、光学及近代物理基础。每篇又分若干章，每章配有本章小结及习题，书后附有习题参考答案等，供读者学习时参考。

在这里，感谢常琳、舒秦两位老师的支持与指导。编写的具体分工：郭长立编写第十一章及附录，炎正馨编写第二、四章及习题参考答案，渊小春编写第八、十二章，韩立安编写第五、七、十四章及参考文献，张涛编写第一、三、十三章，郝丽梅编写第六、九、十章。全书由郭长立负责主审与统稿工作，任主编，副主编为郝丽梅、炎正馨。

由于我们的学识和教学经验有限，书中不足与疏漏之处在所难免，还望读者不吝指正，以便在教学中改正。

编　者

2009 年 6 月

目　　录

第一篇　力　　学

第二篇　热　　学

第三篇 电 磁 学

第五篇　波　　动

第六篇　光　　学

第七篇　近代物理基础

第一篇 力 学

力学是研究物体机械运动规律的学科.一个物体相对于另一个物体的位置随时间发生变化,或者一个物体内部的各部分之间的相对位置随时间发生变化,都属机械运动.机械运动是物质最简单、最基本的运动形式.在物质运动的所有形式中几乎都包含机械运动,因而力学成为物理学和许多工程技术学科的基础.

本书力学篇包括质点运动学和动力学、刚体的平动和绕定轴转动的运动学和动力学等.

第一章 质点力学

1.1 参照系和坐标系 质点

1.1.1 参照系和坐标系

我们知道,要描写一个物体的运动,总得选择另一个运动物体或几个虽在运动而相互间相对静止的物体作为参考,然后研究这物体相对于这些参考物体是如何运动的.被选作参考的物体称为**参照系**.

在运动学中,参照系的选择可以是任意的,主要看问题的性质和研究的方便.例如要研究物体在地面上的运动,最方便的是选择地球作为参照系。一个星际火箭刚发射时,主要研究它相对于地面的运动,所以就把地面选作参照系;但是当火箭进入绕太阳运行的轨道时,为研究方便起见,我们就要把太阳选作参照系.

同一物体的运动,由于我们所选参照系不同,对物体运动的描述就会不同.例如在匀速前进的车厢中的自由落体,相对于车厢是作直线运动.相对于地面,却是作抛物线运动;相对于太阳或其他天体,运动的描述更为复杂.这一事实,称为**运动描述的相对性**.实际上这个事实本身也正说明了参照系之间存在着相对运动,反映了宇宙间任何物体都处于永恒运动之中.人们也正是从不同运动状态的参照系对同一物体运动的不同描述中进行研究,才能更全面、更深刻地认识物体运动的客观规律.总的说来,在自然界中,无论从机械运动来看,还是从其他运动形式来看,一切物质都处于永恒不息的运动之中,运动和物质是不可分割的。运动是物质存在的形式,物质的各种运动形式都有其特殊的规律,物质运动存在于人类意识之外,这便是所谓**运动本身的绝对性**.在认识运动描述的相对性的同时,还必须认识运动本身的绝对性.

为了从数量上确定物体相对于参照系的位置,需要在参照系上选用一个固定的**坐标系**.一

般在参照系上选定一点作为坐标系的**原点**，取通过原点并附标度的线作为坐标轴. 常用的一种坐标系包括一个原点和三条相互垂直的坐标轴(x 轴、y 轴、z 轴). 这种坐标系称为**直角坐标系**或**正交坐标系**. 根据需要，我们也可选用其他坐标系，例如极坐标系、球面坐标系或圆柱面坐标系等来研究物体的运动.

1.1.2 质点

任何物体都有一定的大小和形状. 一般说来，物体运动时，内部各点的位置变化是各不相同的，因此要精确描写一般物体的运动并不是一件简单的事. 为使问题简化，我们可以采用抽象的方法：如果物体的线度和形状在所研究的现象中不起作用，或所起的作用可以忽略不计，我们就可近似地把物体看做是一个没有大小和形状的理想物体，称为质点.

例如，研究地球绕太阳的公转，由于地球的直径较之公转运动的轨道直径要小得多，因此地球的各点相对于太阳的运动基本上可视为是相同的，也就是说，可以忽视地球的线度和形状，把地球当做一个质点. 但是研究地球的自转时，如果仍然把地球看做一个质点，显然就没有实际意义了. 由此可知，一个物体是否可抽象为一个质点，应根据问题的性质而定. 质点运动是研究物体运动的基础. 当我们进一步研究物体的运动时，常把整个物体看做由无数个质点组成，分析这些质点的运动，就可能弄清楚整个物体的运动.

1.1.3 时间和时刻

任何物质运动都是在时间和空间中进行的. 运动不能脱离空间，也不能脱离时间. 时间本身具有单方向性的特点. "光阴一去不复返" 这句话，正是说明了时间的单方向性. 在运动学中，除时间外，还经常用到时刻的概念. 在一定的参照系中考察质点的运动时，与质点所在某一位置相对应的为某一时刻，与质点所走某一段路程相对应的为某一段时间. 例如，火车从北京开出的瞬间，表示某一时刻；火车从北京开到上海，需经一段时间. 又例如，钟表上指针所指的某一位置表示时刻，两个不同位置表示两个不同的时刻，而两个时刻的间隔就表示一段时间.

1.2 位置矢量 运动方程

1.2.1 位置矢量

为了表示运动质点的位置，首先应该选取一个参照系，然后在参照系上选定坐标系的原点和坐标轴，参看图 1.1，质点 P 在直角坐标系中的位置可由 P 所在点的三个坐标 x,y,z 来确定，或者用从原点 O 到 P 点的有向线段 $\boldsymbol{r}$ 来表示，矢量 $\boldsymbol{r}$ 称为**位置矢量**，也叫**矢径**. 相应地，坐标 x,y,z 也就是矢径 $\boldsymbol{r}$ 的沿坐标轴的三个分量的大小.

矢径 $\boldsymbol{r}$ 的大小由下式决定：

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

矢径的方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{x}{r},\quad \cos\beta\frac{y}{r},\quad \cos\gamma=\frac{z}{r}$$

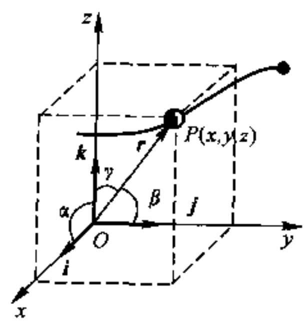


图 1.1

1.2.2 运动方程

质点的机械运动是质点的空间位置随时间而变化的过程.这时,质点的坐标 x,y,z 和矢径 $\boldsymbol{r}$ 都是时间 t 的函数.表示运动过程的函数式称为**运动方程**,可以写作

$$x = x(t),\quad y = y(t),\quad z = z(t) \tag{1.1a}$$

或

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.1b}$$

当质点在选定的 x 轴和 y 轴组成的平面内运动时,则运动方程可简化为两个函数式:

$$x = x(t),\quad y = y(t)$$

另一函数式 $z = 0$ 通常不再写出.知道了运动方程,就能确定任一时刻质点的位置,从而确定质点的运动.力学的主要任务之一,正是根据各种问题的具体条件,求解质点的运动方程.

运动质点在空间所经过的路径称为**轨道**.当质点的运动轨道为直线时,称为**直线运动**.当质点的运动轨道为曲线时,称为**曲线运动**.从式(1.1a)中消去 t 以后,可得轨道的方程.而式(1.1a)是轨道的**参数方程**.

由上述可知,运动方程表明 $\boldsymbol{r}$ 与 t 的函数关系,而轨道方程则只是位置坐标 x,y,z 之间的关系式,两者是不同的.例如,设已知某质点的运动方程为

$$x = 3\sin\frac{\pi}{6}t,\quad y = 3\cos\frac{\pi}{6}t,\quad z = 0$$

式中,t 以 s 计,x,y,z 以 m 计.从 x,y 两式中消去 t 后,得轨道方程为

$$x^2 + y^2 = 9,\quad z = 0$$

以上两式表示质点在 $z = 0$ 的平面内,作以原点为中心、半径为 3 m 的圆周运动.

1.2.3 位移

设曲线 $\overset{\frown}{AB}$ 是质点轨道的一部分(图 1.2).在时刻 t,质点在 A 点处,而在另一时刻 $t+\Delta t$,质点到达 B 点处,A,B 两点的位置分别用矢径 $\boldsymbol{r}_A$ 和 $\boldsymbol{r}_B$ 来表示.在时间 Δt 内,质点位置的变化可用 A 到 B 的有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 来表示,称为质点的**位移**.位移 $\overrightarrow{AB}$ 除了表明 B 点与 A 点的距离外,还表明 B 点相对于 A 点的方位.

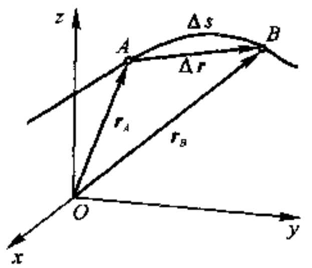


图 1.2

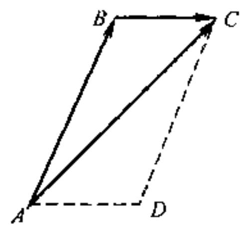


图 1.3

位移是矢量，是按三角形法则或平行四边形法则来合成的.譬如说，质点从A点移到B点，又从B点移到C点(图1.3)，那么质点在C点处对A点的位移显然是$\overrightarrow{AC}$. AC是三角形ABC的一边，也是平行四边形$ABCD$的对角线.位移相加可用矢量式表示如下：

$$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$$

从图1.2可以看出，位移$\overrightarrow{AB}$和矢径$\boldsymbol{r}_A$，$\boldsymbol{r}_B$之间的关系为

$$\boldsymbol{r}_B=\boldsymbol{r}_A+\overrightarrow{AB}$$

或

$$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=\Delta\boldsymbol{r}$$

上式说明，位移$\overrightarrow{AB}$等于矢径$\boldsymbol{r}_B$和$\boldsymbol{r}_A$的矢量差，而矢量差$\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A$也就是矢径$\boldsymbol{r}$在$\Delta t$时间内的增量，所以用$\Delta\boldsymbol{r}$来表示.

必须注意，位移表示物体位置的改变，并非质点所经历的路程.例如，在图1.2中，位移是有向线段$\overrightarrow{AB}$，是矢量，它的量值$|\Delta\boldsymbol{r}|$即割线AB的长度；而路程是标量，即曲线$\widehat{AB}$的长度，可记为Δs. Δs和$|\Delta\boldsymbol{r}|$并不相等.显然，只有在时间Δt趋近于零时，Δs和$|\Delta\boldsymbol{r}|$方可视为相等.即使在直线运动中，位移和路程也是截然不同的两个概念.例如，一质点沿直线从A点到B点又折回A点，显然路程等于A，B之间距离的两倍，而位移却为零.

位置矢量和位移在量值上都表示长度，常用的单位为米(m)、千米(km)和厘米(cm).

【例1.1】 已知两矢量：$\boldsymbol{A}=2\boldsymbol{i}+10\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{B}=4\boldsymbol{i}+5\boldsymbol{j}$，求$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=$?

【解】 由题设知， $A_x=2$， $A_y=10$

$B_x=4$， $B_y=5$

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y=2\times4+10\times5=58$$

1.3 速 度

研究质点的运动，不仅要知道质点的位移，还有必要知道在多长的一段时间内有了这一位移，亦即要知道运动的快慢程度.

1.3.1 平均速度

如图1.2所示，在时刻t到$t+\Delta t$的这段时间Δt内，质点的位移为$\Delta\boldsymbol{r}$.那么$\Delta\boldsymbol{r}$与Δt的比值，称为质点在时间Δt内的**平均速度**，即

$$\overline{\boldsymbol{v}}=\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1.2}$$

速度是矢量，具有大小和方向. 描述质点运动时，我们也常采用一个叫做“速率”的物理量. 速率是标量，等于质点在单位时间内所行经的路程，而不考虑质点运动的方向. 如图 1.2 所示，在时间 Δt 内，质点所行经的路程为曲线 AB. 设曲线 AB 的长度为 Δs，那么，Δs 与 Δt 的比值就称为在时间 Δt 内质点的**平均速率**，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

平均速率与平均速度不能等同看待. 例如，在某一段时间内，质点环行了一个闭合路径，显然质点的位移等于零，平均速度也为零，而质点的平均速率（等于路径长度除以时间）是不等于零的.

1.3.2 瞬时速度

在 Δt 趋近于零的极限情形下的平均速度称为该时刻的瞬时速度，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

曲线 AB 的长度 Δs 与直线 AB 的长度 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 可以认为相等，所以瞬时速率

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=|\boldsymbol{v}| \tag{1.3}$$

瞬时速率就是瞬时速度的大小，而不考虑方向.

速率和速度在量值上都是长度与时间之比，常用的单位为米·秒$^{-1}$（$\mathrm{m\cdot s^{-1}}$）、千米·小时$^{-1}$（$\mathrm{km\cdot h^{-1}}$）、厘米·秒$^{-1}$（$\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$）等.

速度既然是矢径 $\boldsymbol{r}$ 对时间 t 的导数，而矢径 $\boldsymbol{r}$ 在直角坐标轴上的分量是 x,y,z，所以速度的三个分量分别是

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\quad v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1.4}$$

并且

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \tag{1.5}$$

【例 1.2】 一质点在 xOy 平面内依照 $x=t^2$ 的规律沿曲线 $y=\frac{x^3}{320}$ 运动，其中，x 和 y 的单位是厘米（cm），t 的单位是秒（s）. 试求：该质点从第 2 s 末到第 4 s 末的位移.

【解】 已知这质点在给定坐标系中依照 $x=t^2$ 的规律沿曲线 $y=\frac{x^3}{320}$ 运动，因此可根据已知条件，先求出质点的 y 坐标随时间 t 而变化的函数式. 将 $x=t^2$ 代入 $y=\frac{x^3}{320}$，即得

$$y=\frac{t^6}{320}$$

求出第 2 s 末和第 4 s 末质点的位置坐标后，即可算出位移. 将 $t=2\ \mathrm{s}$ 和 $t=4\ \mathrm{s}$ 先后代入下列运动方程：

$$x=t^2,\quad y=\frac{t^6}{320}$$

求得 $t=2\ \mathrm{s}$ 时刻，$x=4.0\ \mathrm{cm}$，$y=\frac{1}{5}=0.2\ \mathrm{cm}$.

$t=4\ \mathrm{s}$ 时刻，$x=16.0\ \mathrm{cm}$，$y=\frac{64}{5}=12.8\ \mathrm{cm}$.

这表明质点在这段时间内由 A 点(4,0.2) 移至 B 点(16,12.8)，如图 1.4 所示，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 在 x 轴和 y 轴上的分量 Δx,Δy 分别为

$$\Delta x = 16 - 4 = 12 \text{ cm}, \quad \Delta y = 12.8 - 0.2 = 12.6 \text{ cm}$$

由此算出位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的量值为

$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(12)^2 + (12.6)^2} = 17.4 \text{ cm}$$

$\Delta\boldsymbol{r}$ 与 x 轴正方向的夹角为

$$\varphi = \arctan\frac{\Delta y}{\Delta x} = \arctan\frac{12.6}{12.0} = 46.4°$$

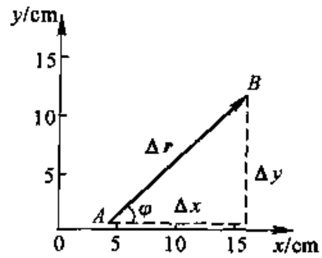


图 1.4

1.4 加 速 度

在一般情况下，质点运动速度的大小和方向都随时间变化，加速度就是描述速度变化快慢的物理量.

1.4.1 平均加速度和瞬时加速度

如图 1.5 所示，设 t 时刻质点位于 A 点，速度为 $\boldsymbol{v}_A$，则沿路径 $\widehat{AB}$ 于 $t+\Delta t$ 时刻到达 B 点，速度变为 $\boldsymbol{v}_B$，在 Δt 时间内的速度增量为

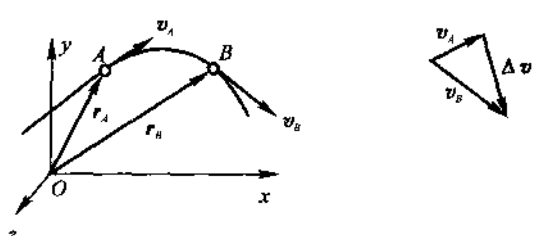


图 1.5

$$\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A \tag{1.6}$$

质点在 Δt 时间内的平均加速度定义为

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1.7}$$

$\bar{\boldsymbol{a}}$ 是个矢量，它的方向就是 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向. 平均加速度只能粗略描述在一段时间内速度的变化，为了精确描述质点在某一时刻速度变化的快慢，需要引入瞬时加速度.

当 Δt 趋于零时，平均加速度的极限就定义为质点在 A 点(或在 t 时刻) 的瞬时加速度，简称加速度，其表达式为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{1.8}$$

在平面直角坐标系中

$$\boldsymbol{a} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} = \frac{d^2x}{dt^2}\boldsymbol{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\boldsymbol{j} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} \tag{1.9}$$

$\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t})^2 + (\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t})^2}$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向用它与 x 轴夹角 α 表示，即

$$\alpha = \cos^{-1}\frac{a_x}{a}$$

由于 $\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向相同，在一般曲线运动中，$\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{v}$ 的方向不在同一直线上. 例如在抛体运动中，加速度的大小为 g，方向铅直向下. 在抛体上升过程中，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 方向的夹角是钝角，物体的速率逐渐减小；在抛体下降过程中，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 方向的夹是锐角，物体的速率逐渐增大. 然而，无论抛体是上升或下降，**其加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向曲线的凹侧**，这一结论对任何曲线运动都适用. 在国际单位制中，加速度的单位是米 / 秒^2($\mathrm{m \cdot s^{-2}}$).

速度是矢量，包含大小和方向两个因素. 其中任何一个因素发生变化，都表明速度发生变化，都产生加速度. 由此便出现三种情况：

(1) 速度的方向不变，大小随时间变化. 这是中学物理中常见的单方向变速直线运动，此时的加速度只反映速度大小的变化.

在直线运动中，位移、速度、加速度各矢量都沿同一直线，这时只需取一根坐标轴，并规定坐标的正方向. 有关矢量可按标量处理，即矢量方向与坐标轴正向相同者取正值，矢量方向与坐标轴正向相反的取负值.

在直线运动中，运动方程只有一个分量式，例如 $x = x(t)$. $\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{a}$ 也只有一个分量，如

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, \quad a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

a 和 v 同号时为加速运动，异号时为减速运动.

两种特殊情况是匀速直线运动(加速度为零) 和匀变速直线运动(加速度为恒矢量)，其运动规律已为大家熟知，这里不再赘述.

(2) 速度的大小不变，方向随时间变化. 典型情况是匀速率圆周运动. 这时的加速度只反映速度方向的变化，我们来确定它的大小和方向.

设一质点沿半径为 r 的圆周作匀速率运动，如图 1.6(a) 所示，它在 A，B 两点的速度分别为$\boldsymbol{v}_A$，$\boldsymbol{v}_B$，其大小相等($v_A = v_B = v$)，但方向却不相同，速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$，如图 1.6(b) 所示.

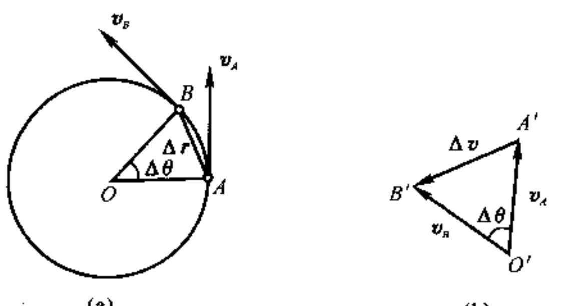


图　1.6

由图 1.6 可知，三角形 OAB 与三角形 $O'A'B'$ 是两个相似的等腰三角形，其对应边成比例，即

$$\frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{v}=\frac{\Delta r}{r}$$

式中，Δr 是弦 AB 的长度. 以 Δt 除等式两边，得

$$\frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\frac{v}{r}\frac{\Delta r}{\Delta t}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，$B\to A$，弦长 Δr 趋近于弧长 Δs. 于是，加速度的大小为

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}=\frac{v}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta r}{\Delta t}=\frac{v}{r}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}\tag{1.10}$$

即

$$a=\frac{v}{r}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\frac{v^2}{r}$$

加速度的方向是 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向. 而当 B 点趋近 A 点时，$\Delta\theta$ 趋近于零，$\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向垂直于速度 $\boldsymbol{v}_A$. 因此 A 点加速度的方向垂直于 $\boldsymbol{v}_A$，且沿半径指向圆心，这个加速度叫**向心加速度**，常用 $\boldsymbol{a}_n$ 表示. 由于向心加速度的方向不断变化，所以匀速率圆周运动是变加速运动.

(3) 速度的大小和方向均随时间变化. 这是最一般的运动情况.

1.4.2 切向加速度和法向加速度

以变速圆周运动为例. 因为此时 $\boldsymbol{v}_B\neq \boldsymbol{v}_A$，如图 1.6(b) 所示的等腰矢量三角形现在变为如图 1.7 所示的样子. 图 1.7 中的速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 同时体现了速度大小和速度方向的变化. 在 $\boldsymbol{v}_B$ 上截取 $O'C=|\boldsymbol{v}_A|$，连 $A'C$. 在三角形 $A'CB'$ 中，令 $\overrightarrow{CB'}=\Delta \boldsymbol{v}_\tau$，$\overrightarrow{A'C}=\Delta \boldsymbol{v}_n$，由矢量合成知道

$$\Delta \boldsymbol{v}=\Delta \boldsymbol{v}_\tau+\Delta \boldsymbol{v}_n\tag{1.11}$$

式中，$\Delta \boldsymbol{v}_\tau$ 的长度是 $\boldsymbol{v}_B$ 与 $\boldsymbol{v}_A$ 长度之差，即 $\Delta v_\tau=v_B-v_A=\Delta v$，它表示速度大小的变化，而 $\Delta \boldsymbol{v}_n$ 则表示速度方向的变化. 当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{v}_n$ 的极限方向垂直于 $\boldsymbol{v}_A$ 指向圆心，而 $\Delta \boldsymbol{v}_\tau$ 的极限方向与 $\boldsymbol{v}_A$ 相同，即沿 A 点的切线方向.

因此，加速度可表示成

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_\tau}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}_n}{\Delta t}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n\tag{1.12}$$

式中，$\boldsymbol{a}_n$ 是向心加速度，也称**法向加速度**，方向指向圆心，大小为 $a_n=v^2/r$，而 v 是质点所在点的瞬时速度的量值. $\boldsymbol{a}_\tau$ 沿切线方向，称**切向加速度**，其大小为

$$a_\tau=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{v}_\tau|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\tag{1.13}$$

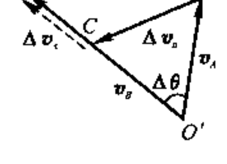


图 1.7

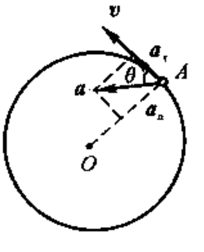


图 1.8